www.bmdeducation.org

PAPER-IV & V

LAXMI®

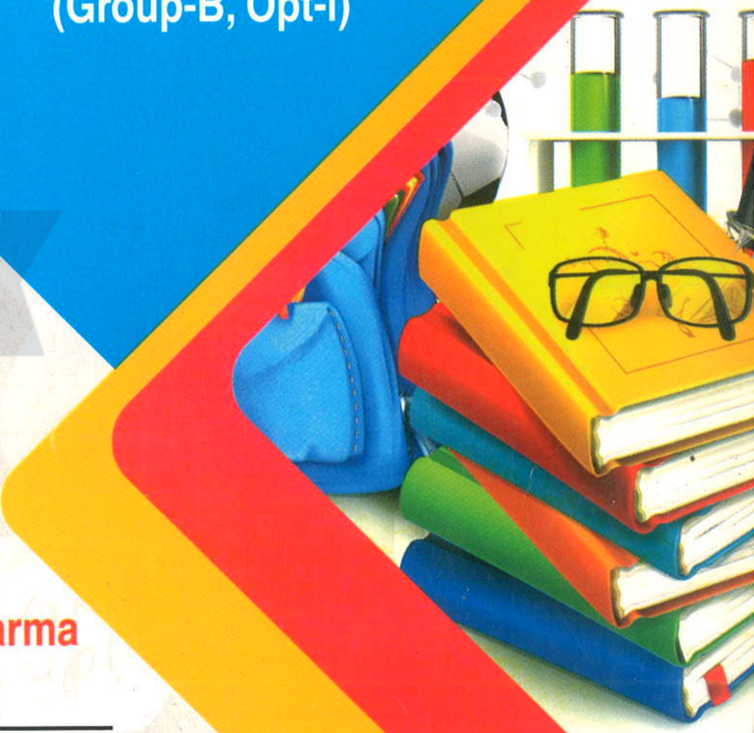
Exam Notes

गणित का शिक्षा-शास्त्र

(PEDAGOGY OF MATHEMATICS)

B.Ed.-1st Year

(Group-B, Opt-i)



BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Om Prakash Sharma
Puja Sharma

Ch. Ranbir Singh University, Jind,
Maharshi Dayanand University, Rohtak,
Indira Gandhi University, Meerpur,
Guru Jambheshwar University, Hisar
Ch. Bansi Lal University, Bhiwani

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

According to the New Syllabus Maharshi Dayanand University, Rohtak; Ch. Bansi Lal University, Bhiwani; Ch. Ranbir Singh University, Jind; Indira Gandhi University, Meerpur and Guru Jambheshwar University, Hissar

L A X M I ®

Exam Notes

गणित का शिक्षाशास्त्र

(PEDAGOGY OF MATHEMATICS)

-: *For* :-

B.Ed. Ist Year

Paper-IV & V

[Group-B Opt.-i]

-: *By* :-

Om Prakash Sharma

Puja Sharma

TM

Ph. : 07206043575

LAXMI BOOK DEPOT

(PUBLISHERS OF QUALITY LAXMI BOOKS)

HANSI GATE, BHIWANI (HARYANA)

New Edition Price : Rs. 150/-

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

Publisher :	Sales Executive :	Sales Executive :	Sales Executive :
LAXMI BOOK DEPOT Hansi Gate, Bhiwani, Haryana Ph. : 08295643575 07206043575	**Haryana Educational Store** Model Town, Rohtak, Haryana Ph. : 01262-282142 (S), 09812221923	**Brij Lal & Sons** Railway Road, Rohtak, Haryana Ph. : 09355911047 09355911077	**Kala Mandir** 1687, Nai Sarak, Delhi-110006 Ph. : 011-43068496 09999369804 09999369805

© All rights reserved with the Publishers.
™ : Regd. Trade Mark No. 832158, 831949

New Edition

"This book is meant for educational and learning purposes. The author(s) of the book has/have taken all reasonable care to ensure that the contents of the book do not violate any existing copyright or other intellectual property rights of any person in any manner whatsoever. In the event the author(s) has/have been unable to track any source and if any copyright has been inadvertently infringed, please notify the publisher in writing for corrective action..."

Every effort has been made to avoid errors or omissions in this publication. In spite of this, some errors might have crept in. Any mistake, error or discrepancy noted may be brought to our notice which shall be taken care of in the next edition. It is notified that neither the Publisher nor the authors or seller will be responsible for any damage or loss of action to any one, of any kind, in any manner, therefrom.

© Laxmi Book Depot
No part of this book may be reproduced or copied in any form or by any means [graphic, electronic or mechanical, including photocopying, recording, taping, or information retrieval system] or reproduced on any disc, type perforated media or other information storage device, etc., without the written permission of the publishers. Breach of this condition is liable for legal action.

Laser Typesetting by :
Mishra Computers
Delhi.

Printed by :
Novelty Printers
Delhi.

SYLLABUS

PEDAGOGY OF MATHEMATICS

B.Ed.
Paper-IV & V
[Group-B Opt.-i]

Time : 3.00 Hours | **Max. Marks : 100**
[External : 80, Internal : 20]

Note For Paper Setter :

(i) Paper setter will set 9 questions in all, out of which students will be required to attempt 5 questions
(ii) Q.NO. 1 will be compulsory and will carry 16 marks. It will be comprised of 4 short answer type questions of 4 marks each to be selected from the entire syllabus.
(iii) Two long – answer type questions will be set from each of the four units, out of which the students will be required to attempt onequestion from each unit. Long-answer type questions will carry 16 marks each.
(iv) All questions will carry equal marks.

COURSE CONTENTS

UNIT-I

1. Concept and aims of Teaching of Mathematics
- Meaning, scope and nature of mathematics
- Aims and objectives of teaching mathematics at secondary stage
- Framing objectives according to Blooms taxonomy
- The nature of mathematical propositions, use of quantifiers and venn diagram
- A Mathematical theorem and its variants- converse, inverse and contra positive, proofs and types of proof.

2. Historical Perspective of Mathematics
- History of mathematics with special emphases on teaching of mathematics
- Coexistence of precision and beauty in mathematics

UNIT-II

3. Development of Curriculum in Mathematics
- Meaning and objectives of curriculum
- Principles for designing curriculum of mathematics at different stages of schooling
- Recent curriculum reform at national/ state level at their critical appraisal
- Content Analysis, Pedagogical Analysis and their comparison
- Pedagogical analysis of following topics of mathematics
  - Equations
  - Sets

- Volume
- Trigonometry
- Ratio and proportion

- **Methods of Teaching Mathematics**
  - Inductive - deductive
  - Analytic – synthetic
  - Problem solving
  - Heuristic method

UNIT-III

4. Learning Resources
- Importance of summer programs, correspondence courses, mathematics club, contests and fairs
- Designing mathematics laboratory and its effective use
- Importance of re creational activities – games, puzzles and riddles in mathematics
- Projective and non- projective teaching aids

5. Instructional and Material Development
- Writing of lesson plan
- Micro lesson planning with special reference to following : micro teaching skills—Introduction, probing question, class room management, skill of illustration with examples, skill of reinforcement
- Preparation and use of audio-visual material and equipments
- Application of ICT in teaching of mathematics

UNIT-IV

6. Evaluation in Mathematics
- Evaluation Tools: Meaning, need and use of diagnostic testing and remedial teaching
- Continuous and comprehensive evaluation
- Formative and summative evaluation
- Criterion and norm reference test

7. Professional Development of Mathematics Teachers
- Types of In-service programme for mathematics teacher
- Role of mathematics teachers association , journals and other resource material in mathematics education
- Professional growth through participation in conference/ seminars/ workshop

Tasks & assignments: any one of the following (10 marks)
- Preparation of an unit plan in Mathematics
- Preparation of lesson plans on two different approaches on a selected content matter
- Development of learning aids on any topic in Mathematics and procedure for using it.
- Book review of any two books in Mathematics.
- Any other task/assignment given by the institution

CONTENTS

UNIT-I

गणित शिक्षण का लक्ष्य एवं प्रत्यय 1
[Concept & Aims of Teaching of Mathematics]

- गणित को परिभाषित करते हुए इसके कार्यक्षेत्र का वर्णन कीजिए।
  अथवा
- गणित क्या है? गणित शिक्षण का अर्थ बताइये।
  अथवा
- "गणित सभी विज्ञानों का सिंहद्वार एवं मूल जड़ है।" उदाहरण सहित समझाइए। 1
- माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के उद्देश्यों का वर्णन करो।
  अथवा
- गणित शिक्षण के उद्देश्य बताइए। गणित शिक्षण के उद्देश्य और प्राप्य उद्देश्यों में अंतर बताइये।
  अथवा
- माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के क्या लक्ष्य तथा उद्देश्य हैं? विवेचना कीजिए।
  अथवा
- माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के प्रमुख उद्देश्यों के नाम लिखिए। 4
- माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के प्राप्य उद्देश्यों का वर्णन करो। 7
- ब्लूम द्वारा वर्णित अनुदेशनात्मक उद्देश्यों को व्यवहारगत शब्दावली में लिखने की वर्गीकृत प्रणाली का विस्तारपूर्वक वर्णन कीजिए। 9
- गणितीय तर्क वाक्यों (Mathematical Proposition) को समझाते हुए उनकी प्रकृति बताइये। 15
- परिमाणवाचक शब्दों (Quantifiers) तथा वेन चित्रों का गणित में क्या प्रयोग है? 17
- गणित की संरचना में स्वयंसिद्ध, परिभाषाएं तथा प्रमेय किस प्रकार सहयोगी हैं? 20
- मान्यकरण (Validation) से आप क्या समझते हैं? 23
- गणितीय उपपत्ति (Mathematical Proof) क्या है? 24
- गणित के अध्ययन में प्रयुक्त विविध प्रत्यक्ष एवं परोक्ष प्रमाण (Proof) देने वाली विधियों की संक्षेप में चर्चा कीजिए। 25
- Contrapositive प्रमाणों को उदाहरणों की सहायता से स्पष्ट करें।
  अथवा
- गणित शिक्षण में धनात्मक प्रकथन की विवेचना कीजिए। 30
- गणित के इतिहास को क्रमबद्ध रूप में बताइए।
  अथवा
- गणित के इतिहास में बेबीलोन, मिस्र तथा यूनान का योगदान समझाइये।
  अथवा
- गणित शिक्षण पर विशेष बल देते हुए गणित के इतिहास की चर्चा कीजिए। 32
- 'गणित के इतिहास' से आप क्या समझते हैं?

www.bmdeducation.org

अथवा
☛ संख्या और ज्यामिति के ऐतिहासिक विकास में भारत का योगदान समझाइए। 35
☛ गणित के इतिहास के अध्ययन से होने वाले लाभ से आप क्या समझते हैं? 37
☛ गणित में परिशुद्धता और सौन्दर्य का सहअस्तित्व समझाइये।
अथवा
☛ गणित में परिशुद्धता और सुन्दरता के सहअस्तित्व पर विस्तारपूर्वक चर्चा कीजिए। 38

UNIT-II

गणित में पाठ्यक्रम का विकास 40
[Development of Curriculum in Mathematics]

☛ पाठ्यक्रम को परिभाषित कीजिए। पाठ्यक्रम का उद्देश्य भी समझाइए।
अथवा
☛ पाठ्यक्रम का अर्थ क्या है? इसकी विभिन्न परिभाषाएं लिखिए। 40
☛ गणित पाठ्यक्रम निर्माण के सिद्धान्तों का विस्तृत वर्णन कीजिए। 41
☛ माध्यमिक स्कूल पाठ्यक्रम में क्या-क्या दोष हैं? इनमें सुधार लाने के लिए अपने कुछ सुझाव दीजिए।
अथवा
☛ माध्यमिक शिक्षा आयोग ने तत्कालीन पाठ्यक्रम में किन-किन दोषों की चर्चा की है?
अथवा
☛ अपने प्रान्त की माध्यमिक कक्षाओं के गणित के पाठ्यक्रम की विवेचना कीजिए तथा इसमें सुधार के लिए सुझाव दीजिए। 44
☛ विषय-वस्तु विश्लेषण तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण से क्या अभिप्राय है? दोनों किस प्रकार भिन्न हैं?
अथवा
☛ विषय-वस्तु विश्लेषण तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण से आप क्या समझते हैं? शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण के सोपान समझाइये।
अथवा
☛ शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण के सोपान और विषय-वस्तु तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण में अंतर बताइए। 49
☛ 'समीकरण' इकाई पर शिक्षण विश्लेषण कीजिए। 52
☛ 'समुच्चय' नामक उपविषय का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कीजिए।
अथवा
☛ 'समुच्चय' पर निम्नलिखित बातों के संदर्भ पर आप शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कैसे करोगे : अवधारणाओं की पहचान, व्यावहारिक बदलाव, क्रियाकलाप एवं सीखने की क्रियाएं तथा मूल्यांकन तकनीकें। 54
☛ "ठोस वस्तुओं का आयतन" उपविषय पर शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कीजिए।
अथवा
☛ आयतन का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कीजिए। 57
☛ त्रिकोणमिति प्रकरण का विषय-वस्तु विश्लेषण कैसे करेंगे? इसके अनुदेशनात्मक उद्देश्यों का वर्णन करो। 59
☛ "अनुपात तथा समानुपात" उपविषय का शिक्षण विश्लेषण कीजिए। 61
☛ आगमन व निगमन विधियों की उदाहरणों सहित व्याख्या कीजिए।
अथवा
☛ गणित शिक्षण में आगमन विधि क्या है? उदाहरणों द्वारा वर्णन कीजिए।
अथवा
☛ निगमन विधि से आपका क्या अभिप्राय है? 63
☛ आगमन विधि के गुण व दोषों का वर्णन कीजिए। 67
☛ निगमन विधि के गुण तथा दोषों का वर्णन कीजिए।
अथवा
☛ निगमन विधि की आलोचनात्मक व्याख्या कीजिए। 68
☛ आगमन व निगमन विधि का तुलनात्मक अध्ययन कीजिए।
अथवा
☛ गणित शिक्षण की आगमन निगमन विधियों के सापेक्षिक महत्त्व का वर्णन कीजिए।
अथवा
☛ आगमन विधि तथा निगमन विधि में क्या अंतर है? 69
☛ विश्लेषण विधि की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए। 70
☛ विश्लेषणात्मक विधि के गुण व दोष बताइये। 71
☛ संश्लेषण विधि की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए। 72
☛ संश्लेषण विधि के गुण तथा दोष बताइये। 73
☛ विश्लेषणात्मक एवं संश्लेषणात्मक विधियों का तुलनात्मक अध्ययन करके इस बात को स्पष्ट कीजिए कि दोनों विधियां एक-दूसरे की पूरक हैं।
अथवा
☛ गणित शिक्षण की संश्लेषण तथा विश्लेषण विधियों में अंतर लिखिए। 73
☛ संश्लेषण विधि द्वारा सिद्ध करो कि $\frac{ac-3ab}{b}=\frac{c^2-3ad}{d}$ यदि $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ हो। 75
☛ समस्या समाधान विधि से आप क्या समझते हैं? इसके विभिन्न पदों की व्याख्या कीजिए। ...75
☛ समस्या समाधान विधि के लिए चयन की गई समस्या में क्या विशेषताएं होनी चाहिए? 77
☛ समस्या समाधान विधि के गुण तथा दोषों का वर्णन कीजिए। 77
☛ गणित के शिक्षण में अनुसंधान विधि क्या है? इस विधि के गुण तथा दोष भी बताइये? 78

UNIT-III

सीखने के साधन 82
[Learning Resources]

☛ ग्रीष्मकालीन कार्यक्रम के अन्तर्गत होने वाली विचार गोष्ठी/सम्मेलन/संगोष्ठी आदि का वर्णन करो। सेमीनार से ज्ञानात्मक एवं भावात्मक पक्ष के किन उद्देश्यों की प्राप्ति होती है? 82
☛ सेमीनार तथा कार्यशाला के बारे में आप क्या जानते हैं? सेमीनार/सम्मेलन प्रविधि के सोपानों का वर्णन करो। 83

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

www.bmdeducation.org

- पत्राचार कार्यक्रम से आपका क्या अभिप्राय है? इसकी क्या आवश्यकता है? इसके गुणों और अवगुणों का वर्णन करें।

अथवा

- पत्राचार कोर्सों के क्या लक्ष्य हैं? पत्राचार शिक्षा प्रदान करने की विधियां कौन-कौन सी हैं?

अथवा

- पत्राचार शिक्षा के लाभों और हानियों की व्याख्या कीजिए।

अथवा

- पत्राचार कार्यक्रम की महत्ता पर टिप्पणी लिखिए। 84
- गणित क्लब क्या है? संक्षेप में स्पष्ट करें।

अथवा

- गणित क्लब तथा इसकी क्रियाओं का वर्णन कीजिए।

अथवा

- गणित परिषद् से आप क्या समझते हैं? विद्यालयों में गणित परिषद् द्वारा आयोजित की जाने वाली विभिन्न मनोरंजनात्मक क्रियाओं की चर्चा कीजिए। 88
- प्रतियोगिता अथवा क्विच क्या है? 91
- गणित मेले पर टिप्पणी लिखो।

अथवा

- "अधिगम स्रोत के रूप में गणित मेला" पर टिप्पणी लिखो। 93
- गणित प्रयोगशाला पर निबन्ध लिखिए।

अथवा

- गणित प्रयोगशाला क्या है? माध्यमिक स्तर पर अपने स्कूल में गणित प्रयोगशाला कैसे स्थापित करेंगे? 96
- गणित में मनोरंजक क्रियाओं से क्या तात्पर्य है? मनोरंजक क्रियाओं का महत्त्व तथा मनोरंजक क्रियाओं के आयोजन में प्रयुक्त सावधानियों का वर्णन कीजिए। 100
- पाठ योजना से आप क्या समझते हैं? गणित शिक्षण में पाठ योजना की आवश्यकता तथा महत्त्व को समझाइए। 101
- एक अच्छी पाठयोजना में क्या-क्या विशेषताएं होनी चाहिए?

अथवा

- अच्छी पाठ योजना की विशेषताओं का वर्णन कीजिए। 104
- गणित के किसी भी उपविषय पर पाठयोजना तैयार कीजिए। 106
- सूक्ष्म-शिक्षण पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखो।

अथवा

- सूक्ष्म-शिक्षण कौशल क्या है? 109
- विभिन्न सोपानों और उनमें निहित क्रियाओं का उल्लेख करते हुए सूक्ष्म-शिक्षण प्रक्रिया का विस्तार से वर्णन कीजिए। 110
- पाठ प्रस्तावना कौशल पर टिप्पणी लिखिए। 114
- खोजपूर्ण प्रश्न कौशल का उसके विभिन्न घटकों सहित वर्णन कीजिए। इस कौशल का सूक्ष्म-शिक्षण द्वारा कैसे विकास किया जा सकता है? गणित विषय की एक सूक्ष्म-शिक्षण पाठ-योजना के आधार पर उत्तर दीजिए।

अथवा

- सूक्ष्म-शिक्षण पाठ-योजना द्वारा खोजपूर्ण प्रश्न कौशल का वर्णन कीजिए। 117
- व्याख्या कौशल से क्या अभिप्राय है? गणित शिक्षण की एक सूक्ष्म पाठ-योजना द्वारा इस कौशल से संबंधित शिक्षण व्यवहारों के उचित अभ्यास पर प्रकाश डालिये। 120
- उद्दीपक परिवर्तन कौशल से क्या अभिप्राय है? गणित विषय की एक सूक्ष्म पाठ-योजना के द्वारा इस कौशल से संबंधित शिक्षण व्यवहारों के उचित अभ्यास पर प्रकाश डालिये। 124
- उदाहरण कौशल से क्या अभिप्राय है? उदाहरण कौशल का अभ्यास करने हेतु गणित विषय में एक आदर्श सूक्ष्म पाठ-योजना प्रस्तुत कीजिए। 128
- गणित शिक्षण में आई.सी.टी. के अनुप्रयोग क्या हैं? इसकी आवश्यकता तथा महत्व की विवेचना कीजिए।

अथवा

- गणित शिक्षण में सूचना सम्प्रेक्षण तकनीक के प्रयोगों का विस्तारपूर्वक उल्लेख कीजिए। 130

UNIT-IV

गणित में मूल्यांकन 133

[Evaluation in Mathematics]

- मूल्यांकन को परिभाषित कीजिए।

अथवा

- मूल्यांकन के अर्थ तथा अवधारणा का वर्णन कीजिए।

अथवा

- मूल्यांकन से आप क्या समझते हैं? इसे परिभाषित कीजिए। 133
- अच्छे मूल्यांकन की विशेषताओं का वर्णन कीजिए। 135
- मूल्यांकन की प्रक्रिया का वर्णन कीजिए। 136
- निदानात्मक परीक्षण क्या है?

अथवा

- निदानात्मक परीक्षण पर टिप्पणी लिखो। 138
- गणित में निदानात्मक परीक्षण हेतु सोपानों का वर्णन करो। 139
- निदानात्मक परीक्षण के उद्देश्य, आवश्यकता व महत्त्व पर प्रकाश डालो। 140
- उपचारात्मक शिक्षण से आप क्या समझते हैं? उपचारात्मक शिक्षण का महत्त्व तथा उद्देश्य बताइये।

अथवा

- उपचारात्मक शिक्षण पर टिप्पणी लिखो। 141
- उपचारात्मक शिक्षण की विधियों का वर्णन करो।

अथवा

- उपचारात्मक शिक्षण की विधियों की उपयुक्त उदाहरणों द्वारा व्याख्या कीजिए। 142
- मूल्यांकन की सततता तथा व्यापकता पर टिप्पणी कीजिए।

अथवा

- सतत व व्यापक मूल्यांकन के बारे में लिखो। 143

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

www.bmdeducation.org

- निर्माणात्मक मूल्यांकन तथा संकलनात्मक मूल्यांकन का वर्णन कीजिए। 145
- मानदण्ड संदर्भित तथा मानक संदर्भित परीक्षण क्या है? 146
- मानदण्ड संदर्भित परीक्षण एवं मानक संदर्भित परीक्षणों में तुलना करो। 148
- "गणित के शिक्षक का व्यावसायिक विकास" से आप क्या समझते हैं?

अथवा

- गणित शिक्षक के विभिन्न सेवाकालीन कार्यक्रमों की भूमिका की विवेचना कीजिए।

अथवा

- गणित शिक्षक की व्यावसायिक उन्नति के लिए सेवाकालीन कार्यक्रमों की विस्तार से चर्चा कीजिए। 149
- अध्यापक संघ तथा व्यावसायिक संगठन के बारे में आप क्या जानते हैं?

अथवा

- गणित शिक्षण में गणित अध्यापक संघों एवं अन्य संसाधन सामग्री की भूमिका पर प्रकाश डालिए। 153
- गणित की पत्रिकाओं एवं जर्नल पर टिप्पणी लिखिए। 154
- गणित के शिक्षक का व्यावसायिक विकास करने में सेमिनार, कार्यशाला एवं वाद-विवाद आदि की भूमिका पर टिप्पणी लिखिए। 156

1 गणित शिक्षण का लक्ष्य एवं प्रत्यय
[Concept & Aims of Teaching of Mathematics]

गणित का अर्थ, कार्यक्षेत्र तथा प्रकृति
(Meaning, Scope and Nature of Mathematics)

- गणित को परिभाषित करते हुए इसके कार्यक्षेत्र का वर्णन कीजिए।

अथवा

- गणित क्या है? गणित शिक्षण का अर्थ बताइये।

अथवा

- "गणित सभी विज्ञानों का सिंहद्वार एवं मूल जड़ है।" उदाहरण सहित समझाइए।

"जिस प्रकार कुछ व्यक्ति रुक्ष कुदाली (crude hoe) को पकड़ना अच्छा समझते हैं तथा कमर को झुका कर काट लेते हैं, उसी प्रकार कुछ लोग शैक्षिक दृष्टि से साधारण जीवन व्यतीत करने की इच्छा रखते हैं। अधिकांश शिक्षक विश्व के ज्ञान की बुद्धि के आधार पर एक वृत्त में चक्कर लगाते रहते हैं।"–**जॉन बी. बारनस**

("Just as some men prefer to grasp a crude hoe, bend the back and chop away, some people desire to live academically simple lives. Too many teachers attempt to pedal around the world of knowledge in an intellectual unicycle."–**John B. Barnes**)

"गणित सभ्यता और संस्कृति का दर्पण है।"–**हॉगबेन**

("Mathematics is the mirror of civilization."–**Hogben**)

गणित का दैनिक जीवन में महत्त्व एवं शैक्षिक मूल्य समझने के लिए गणित का अर्थ एवं प्रकृति जानना आवश्यक है।

1. **शाब्दिक परिभाषा (Literal Definition)**–गणित वह शास्त्र है जिसमें गणना की प्रधानता हो।
2. **शब्दकोष के अनुसार अर्थ (Dictionary Meaning)**–"गणित संख्या और स्थान का विज्ञान है।"("Mathematics is the Science of numbers and space.")
3. **लॉक का विचार (View of Locke)**–"गणित मन में तर्क की स्थायी आदत विकसित करने का द्वार है।"("Mathematics is a way to settle in the mind a habit of reasoning.")
4. **लिबनिटज का विचार (View of Leibnitz)**–"गणित मानवीय मन का चमत्कार है।" ("Mathematics is the glory of human mind.")
5. **रोजर बेकन का विचार (View for Roger Bacon)**–"गणित सभी विज्ञानों का द्वार एवं कुंजी है।" ("Mathematics is the gate and key of all sciences.")
6. **मार्शल एच. स्टोन का विचार (View of Marshal H. Stone)**–"गणित सूक्ष्म तत्त्वों द्वारा निर्मित सूक्ष्म पद्धतियों का अध्ययन है। इन तत्त्वों का किसी मूर्त रूप से वर्णन नहीं किया जा सकता।"("Mathematics is the study of abstract systems built of abstract elements. These elements are not described in any concrete fashion.")

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर गणित की सर्वोत्तम परिभाषा इस प्रकार की जा सकती है–

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

"गणित संख्या, स्थान और मापन का विषय है जिसकी सहायता से परिमाण, दिशा और स्थान इत्यादि का भली भांति बोध होता है और जीवन की संख्यात्मक एवं गणनात्मक समस्याएं हल होती हैं।" ("Mathematics is a science of numbers, space and measurement. It gives us knowledge of magnitude, direction and space. It helps in sloving the problems of life concerning numeration and calculation.")

गणित की कई शाखाएं हैं, जैसे अंक गणित (Arithmetic), बीज गणित (Algebra), रेखा गणित (Geometry), त्रिकोणमिति (Trignometry), अवकलन (Calculus) आदि। इस प्रकार हम गणित की परिभाषा एवं प्रकृति संबंधी निम्नलिखित निष्कर्ष निकाल सकते हैं–

1. गणित में संख्याओं, स्थान और मापन आदि का अध्ययन किया जाता है।
2. गणित की अपनी भाषा होती है जिसके विशेष संकेत (Signs), चिह्न (Symbols), मदें (Terms) एवं क्रिया पद्धतियां (Operations) होते हैं।
3. गणित संख्यात्मक निष्कर्ष निकालने में सहायता करता है।
4. गणित वह ज्ञान है जिसकी सहायता से अमूर्त प्रत्ययों (Abstract cocepts) की व्याख्या की जाती है तथा उनको समझा जाता है।
5. गणित का ज्ञान समस्त मानव संसार में समान रूप का होता है तथा उसका सत्यापन किसी भी स्थान और समय पर किया जा सकता है।
6. गणित की प्रकृति में ज्ञान ठीक, स्पष्ट एवं एक क्रम में होता है जिससे उसको एक बार समझने पर सरलता से भुलाया नहीं जा सकता।
7. गणित के ज्ञान का आधार हमारी ज्ञानेन्द्रियां होती हैं तथा उस ज्ञान पर विश्वास किया जा सकता है।
8. गणित के ज्ञान द्वारा वस्तुस्थिति स्पष्ट होती है।

गणित का अर्थ
(Meaning of Mathematics)

गणित शब्द को कई प्रकार से परिभाषित किया जा सकता है। आक्सफोर्ड शब्दकोष (Oxford Dictionary) के अनुसार, "गणित मापन, मात्रा तथा परिमाण का विज्ञान है।" ("Mathematics is the science of measurment, quantity and magnitude.")

हिन्दी में इसे गणित कहते हैं जिसका अर्थ है–"गणना का विज्ञान" (The Science of Calculation)

लॉक (Locke) के अनुसार–गणित मन में तर्क की आदत को विकसित करने का द्वार है। एक व्यक्ति अपनी खोज तर्कानुसार करके किसी निष्कर्ष पर पहुंचता है। बैनजेमिन पाइरस (Banjamin Peirce) ने भी निम्न बात पर बल देते हुए कहा है–"गणित एक ऐसा विज्ञान है जिससे आवश्यक निष्कर्ष निकाले जाते हैं।" इस प्रकार गणित एक ऐसी विधि या कार्य विधि (procedure) है जिसके आधार पर ज्ञान का उचित खोजों द्वारा पता लगाया जाता है।

प्रो. वोस (Prof. Voss) के अनुसार–"हमारी पूर्ण सभ्यता जो प्रकृति के उपयोग तथा बौद्धिक गहराई पर निर्भर करती है इसकी वास्तविक बुनियाद गणितीय विज्ञान है।" ("Our entire Civilization depending upon the intellectual penetration and utilization of nature has its real foundation in the mathematical sciences.")

विज्ञान तथा प्रौद्योगिक युग में वस्तुओं का वितरण जो विज्ञान की तकनीकी जानकारी पर निर्भर करता है वह गणित सम्बन्धी ज्ञान के प्रयोग से पूर्णता को प्राप्त करता है। इसके अतिरिक्त पास्कल (Pascal) जो एक विख्यात गणितकार थे, उन्होंने भी निम्न विचार व्यक्त किए हैं–

"गणितकार ठीक प्रकार से तर्क करते हैं, परंतु यह तब सम्भव है जब परिभाषाओं और सिद्धांतों के रूप में उन्हें प्रत्येक वस्तु की व्याख्या की गई हो।" (The Mathematicians reason correctly but only when everything has been explained to them in terms of definitions and principles.")

अतः हम कह सकते हैं कि गणित एक ऐसा यंत्र है जो किसी व्यक्ति को निष्कर्ष निकालने तथा परिणामों और खोजों को तर्कसंगत रूप से व्याख्या करने में सहायता करता है।

इसी प्रकार राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986) ने भी निम्न मत व्यक्त किया है–

गणित को इस रूप में देखना चाहिए कि वह एक वाहन है जिसके माध्यम द्वारा बच्चे को सोचना, समझना, तर्कशील विश्लेषण करना स्पष्ट किया जाता है। ये अपने आप में विशिष्ट विषय है तथा किसी भी अन्य विषय का सहगामी (Concomitant) हो सकता है जोकि विश्लेषण तथा तर्क विद्या पर बल देता है।

(Mathematics should be visualized as the vehicle to train a child to think, reason, analyse and articulate logically. A part from being a specific subject, it should be treated as a concomitant to any subject, involving analysis and reasoning.)

अंत में हम कह सकते हैं कि गणित विद्या ही मानव ज्ञान का समूचा आधार है, गणित विद्या के बिना मानव ज्ञान अधूरा है। गणित ही संस्कृति का दर्पण है।

गणित शिक्षण का अर्थ
(Meaning of Teaching of Mathematics)

गणित एक बहुत ही महत्त्वपूर्ण विषय है। अतः इसकी शिक्षा का आदान-प्रदान करने से पूर्व यह जानना आवश्यक व महत्त्वपूर्ण है कि "गणित क्या है?" "इसकी शिक्षा क्यों दी जाये?" सामान्यतः गणित की अनेक परिभाषाएं हैं। उदाहरण के लिए, कोई गणित को गणनाओं का विज्ञान कहता है, कोई संख्या तथा स्थान का विज्ञान कहता है तो कोई मापन (माप-तोल), मात्रा और दिशा (आकार प्रकार) के रूप में स्पष्ट करता है। वास्तव में गणित का शाब्दिक अर्थ होता है–"वह शास्त्र जिसमें गणनाओं की प्रधानता हो।"

जिस प्रकार विभिन्न प्रकार के औजार हमें किसी भी प्रक्रिया को पूरा करने में मदद करते हैं, उसी रूप में गणित की तुलना ऐसे भरे हुए औजार बॉक्स (Tool Box) से की जा सकती है जिसमें मापने, तोलने, गिनने, आंकने आदि क्रियाओं को ठीक प्रकार से सम्पन्न करने के लिए ऐसे-ऐसे उपयुक्त और सूक्ष्म औजार भरे पड़े हैं जिनकी सहायता से स्थान, परिणाम, दिशा आदि से सम्बन्धित प्रकृति में निहित सभी प्रकार के रहस्यों को भली भांति समझा जा सकता है। इस प्रकार गणित के सम्बन्ध में दी गई मान्यताओं के आधार पर हम कह सकते हैं कि गणित–"अंक, अक्षर, चिह्न आदि संक्षिप्त संकेतों का वह विज्ञान है जिसकी सहायता से परिणाम, दिशा तथा स्थान का बोध होता है।"

परिभाषाएं (Definitions) :

1. **लॉक** के अनुसार, "गणित वह मार्ग है जिसके द्वारा बच्चों के मन तथा मस्तिष्क में तर्क करने की आदत स्थापित होती है।"
("Mathematics is a way to settle in the mind of children a habit of reasoning.")
2. **बेकन** के अनुसार, "गणित सभी विज्ञानों का सिंह द्वार और कुंजी है।"("Mathematics is the gate and key of the science.")
3. **ऑक्सफोर्ड डिक्शनरी** के अनुसार, "गणित मापन, मात्रा तथा परिमाण का विज्ञान है।" ("Mathematics is a science of measurement, quantity and magnitude.")

अन्त में हम कह सकते हैं कि गणित एक ऐसा साधन है, जिसके माध्यम द्वारा बच्चों को सोचना, समझना, तर्कशील विश्लेषण सीखाया जाता है अर्थात् गणित ही मानव जीवन का सच्चा आधार है, गणित ज्ञान के बिना मानव ज्ञान अधूरा है।

गणित शिक्षण का कार्यक्षेत्र
(Scope of Teaching Mathematics)

आज के वर्तमान विज्ञान तथा प्रौद्योगिकी युग में गणित एक धुरी की स्थिति में है। यह गणित संबंधी ज्ञान का ही परिणाम है कि मनुष्य ने अंतरिक्ष में पैर रखा है। उचित गणित सम्बन्धी ज्ञान के बिना कोई भी राष्ट्र उन्नति नहीं कर सकता। किसी न किसी प्रकार से व्यक्ति का सम्पूर्ण जीवन गणित ज्ञान से जुड़ा हुआ

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

है। लगभग प्रत्येक कार्य, धंधे तथा औद्योगिक कार्य गणित के ज्ञान पर निर्भर करते हैं। विज्ञान, वाणिज्य (Commerce), यंत्र कला (Engineering) तथा कृषि में गणित के बिना विकास संभव नहीं, चाहे एक साधारण दुकानदार हो, तकनीकी कार्यकर्ता हो जैसे एक क़ारीगर, दर्जी, खोजकर्ता, शिल्पकार, योजनकर्ता, उद्योगपति या बैंक कर्मचारी इन सबको गणित के ज्ञान के बिना सफलता एवं प्रगति नहीं प्राप्त हो सकती।

नेपोलियन (Napolean) ने भी ठीक कहा है–''राज्य की समृद्धि (prosperity) तथा गणित की प्रगति एवं विकास यह दोनों आपस में संबंधित है।''("The progress and the improvement of Mathematics are linked to the prosperity of the state.")

सभी प्रकार के अनुसंधान तथा आविष्कार गणित के ज्ञान से संबंधित हैं। उदाहरणार्थ घड़ी तथा दूरबीन का आविष्कार करने वाला महान् गणितकार गैलिलिओ (Galileo)। न्यूटन जो गणित का राजा था, उसने गुरुत्वाकर्षण के नियम का प्रतिपादन किया था।

रोजर बेकन (Roger Bacon) ने सत्य ही कहा है–''गणित सब विज्ञानों का द्वार तथा कुंजी है।'' ("Mathematics is the gate and key of all sciences.")

वैज्ञानिकों के पास गणित का ही ज्ञान है, जो वस्तुओं की मात्राओं का मापन करना है। वास्तव में गणित वैज्ञानिकों तथा अनुसंधानकर्ताओं के हाथ में व्याख्या करने का एक साधन है। सब प्रकार के अनुसंधान, गणनाएं, व्याख्याएं तथा परिणामों को प्रमाणित करने की विधि गणित ज्ञान का व्यावहारिक पक्ष है।

कॉमटे (Comte) ने भी सुझाव दिया है– ''सब प्रकार की वैज्ञानिक शिक्षा जो गणित से आरंभ नहीं होती वह अवश्य ही बुनियादी तौर से दोषपूर्ण है।'' ("All scientific education which does not commence with mathematics is necessarily defective at its foundation.")

हागबैन (Hogben) ने भी कहा है–''गणित सभ्यता का दर्पण है।'' ("Mathematics is the mirror of civilization.")

सभ्यता की प्रगति गणित के ज्ञान तथा प्रयोग के कारण से है। मनुष्य गणित के ज्ञान के बिना दूसरों के साथ स्पर्धा नहीं कर सकता। राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986) ने भी निम्न बात पर बल दिया है–

''स्कूलों में कम्प्यूटर के प्रवेश से शैक्षिक गणना तथा कारण प्रभाव (cause effect) सम्बन्ध को समझकर सीखने की प्रक्रिया तथा बदलने योग्य वस्तुओं के आपसी सम्बन्ध के कारण गणित शिक्षण को पुनः व्यवस्थित करके इसे वर्तमान तकनीकी के रूप में स्वीकार करना है।''

गणित शिक्षण का लक्ष्य तथा उद्देश्य
(Aims and Objectives of Mathematics Teaching)

☛ **माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के उद्देश्यों का वर्णन करो।**

अथवा

☛ **गणित शिक्षण के उद्‌देश्य बताइए। गणित शिक्षण के उद्‌देश्य और प्राप्य उद्‌देश्यों में अंतर बताइये।**

अथवा

☛ **माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के क्या लक्ष्य तथा उद्देश्य हैं? विवेचना कीजिए। [CBLU, 2018]**

अथवा

☛ **माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के प्रमुख उद्देश्यों के नाम लिखिए। [MDU, 2018]**

उत्तर : किसी भी विषय का अध्ययन उस विषय के मूल्यों पर आधारित होता है। गणित के मूल्यों को ध्यान में रखते हुए गणित का अध्ययन किया जाता है और उन मूल्यों की प्राप्ति ही गणित शिक्षण का उद्देश्य है। जब तक हमारे सामने किसी विषय को पढ़ाने के लिए निश्चित उद्देश्य नहीं होंगे तब तक हम उस विषय को ठीक प्रकार से पढ़ा नहीं पायेंगे। शिक्षण एक उद्देश्य आधारित प्रक्रिया है। उद्देश्य के बिना शिक्षण संभव नहीं है। यह उद्‌देश्य समय और समाज के अनुसार परिवर्तित होते रहते हैं। अध्यापन उद्‌देश्य के बिना उस नाविक के समान है जिसकी कोई निश्चित मंजिल नहीं है। उद्देश्यहीन किए गए कार्य से कोई सुखद फल की

आशा नहीं की जा सकती। स्पष्ट उद्देश्य समय, धन एवं शक्ति का सदुपयोग करते हैं। गणित शिक्षण के उद्देश्य गणित के मूल्यों को ध्यान में रखकर बनाए जाते हैं। उन उद्देश्यों को सामने रखकर गणित शिक्षण किया जाता है। गणित शिक्षण के उद्देश्य, गणित शिक्षण के विभिन्न मूल्यों की केवल पुनरावृत्ति ही होती है। संक्षिप्त में माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के उद्देश्य (Aims) इस प्रकार हैं–

1. गणित के प्रति रुचि पैदा करना (Create the Interest in Mathematics)–इस विषय को रुचिकर कैसे बनाया जाए। यह सबसे बड़ा उद्देश्य है क्योंकि छात्र अगर रुचि नहीं लेगा तो अध्यापक का परिश्रम व्यर्थ जायेगा। छात्र को लग्नशील कैसे बनाया जाए। छात्र में दृढ़ शक्ति का विकास करना माध्यमिक गणित शिक्षण का मूल लक्ष्य है। जिस प्रकार विवाह का लगन भेज कर वर पक्ष को सावधान और लग्नशील किया जाता है, ऐसे ही छात्र को गणित विषय के प्रति जागरुक किया जाता है। रुचि सबसे बड़ी चीज है जो मनुष्य में उत्साह पैदा कर देती है।

2. सांस्कृतिक उद्देश्य (Cultural Aims)–गणित का एक मुख्य उद्देश्य सांस्कृतिक है। इस उद्देश्य की पूर्ति हेतु कुछ सामान्य आदतों को विकसित करना होता है। इसका अभिप्राय यह है कि कुछ सामान्य आदतों का जैसे तर्कशक्ति का विकास करना गणित पढ़ने का मुख्य उद्देश्य है। गणित का अच्छा जानकार वही होगा जो दैनिक जीवन में इसके सिद्धान्तों का उपयोग कर सके। इसलिए गणित पढ़ाने में तर्कशक्ति का ध्यान रखना सूचना प्राप्ति की तुलना में अधिक महत्त्वपूर्ण होता है। गणित पढ़ाने में विधियों पर ज्यादा जोर दिया जाता है। तर्कशक्ति के विकास हेतु उसकी स्पष्टता, शुद्धता, प्रमाणों की वास्तविकता इत्यादि पर भी विशेष ध्यान दिया जाता है। वही व्यक्ति कुशल तथा उसका व्यवहार समाज के अनुकूल होगा, जिसका व्यवहार वस्तु के निरीक्षण और तर्क से सम्बन्धित हो। जब वह स्कूल की शिक्षा पूरी करने के उपरांत समाज में जाता है तो उसके व्यवहार से स्पष्ट हो जाता है कि वह एक अच्छा नागरिक है। इस प्रकार गणित की शिक्षा का मूल उद्देश्य सांस्कृतिक है।

3. अनुशासनिक उद्देश्य (Disciplinary Aims)–इस उद्देश्य का अर्थ है मानसिक अनुशासन। गणित के पढ़ने से छात्रों में अनुशासन की भावना पैदा होती है। मनोवैज्ञानिकों का कहना है कि गणित में जिस तर्कशक्ति का विकास होता है उसका क्षेत्र गणित की समस्याओं तक ही सीमित है, परन्तु यह बात गलत सिद्ध हो चुकी है क्योंकि किसी भी विषय से प्राप्त ज्ञान तथा सिद्धान्तों का प्रयोग जीवन में सदैव होता रहता है। इसका अनुमान स्थानांतरण (Transfer) से लगाया जा सकता है। वे छात्र जो साधारण कोटि के हैं, गणित पढ़ने से एक बुद्धिमान एवं चतुर छात्र बन जाते हैं। यह इस बात की पुष्टि करता है कि गणित विषय छात्रों में किस प्रकार अनुशासन की भावना पैदा करता है। इसके अलावा इस प्रकार का ज्ञान अन्य विषयों का ज्ञान प्राप्त करने में सहायता प्रदान करता है। गणित का विद्यार्थी अपने दैनिक जीवन में भी इस प्रकार का व्यवहार करता है, जिससे अनुशासन की झलक नजर आती है।

4. व्यावहारिक उद्देश्य (Utilization Aims)–गणित का मूल उद्देश्य व्यावहारिक है। हमारी सभ्यता का आधार ही गणित है। आधुनिक युग विज्ञान का युग है। आधुनिक खोजों ने हमारा जीवन सुखद बना दिया है। इन खोजों के विषय में गणित को उपयोग में लाया जाता है। प्रत्येक व्यावहारिक कार्य में जैसे नापने-तोलने आदि में गणित का ज्ञान उपयोगी सिद्ध होता है। दैनिक जीवन में किए गए कार्यों जैसे कपड़े पहनना, सब्जी बनवाना, जूते पहनना आदि सभी कार्यों में गणित का ज्ञान अति आवश्यक है। एक निरक्षर किसान भी अपने खेती के कार्य में गणित का उपयोग करता है। उसे पूरी तरह से पता है कि एक एकड़ जमीन में खाद, पानी और बीज का क्या अनुपात होगा अगर बीज ज्यादा डाल दिया जाए तो फसल गहरी होकर पनपेगी नहीं, अगर खाद अधिक डाल दी गई तो फसल जल जायेगी, अगर कम खाद डाली जाये तो फसल पनपेगी नहीं। जैसे गेहूँ और धान को पानी बार-बार देना पड़ता है। इसी प्रकार मजदूर, डॉक्टर, इंजीनियर, व्यापारी भी गणित को उपयोग में लाते हैं। डॉक्टर द्वारा दी गई कई खुराकों को एक बार में खाने से मरीज की मृत्यु भी हो सकती है। मजदूर को मजदूरी का हिसाब-किताब भी रखना पड़ता है। पुजारी भी माला फेरते हुए मणियों को गिन-गिन कर पूजा करता है। घर में रसोई के कार्यों में नमक, मिर्च तथा पानी आदि का अनुपात भी गणित पर आधारित

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

है। सब्जी में ज्यादा नमक डालने से उसे कई बार जहर बोल दिया जाता है, नमक के कम होने से खाना अच्छा नहीं लगता है। इस प्रकार प्रत्येक व्यक्ति के जीवन में गणित का विशेष महत्त्व है।

बालक को अनुशासन और समय का सदुपयोग गणित से सिखाया जाता है। वैसे तो गणित के अनेक उद्देश्य हैं लेकिन मुख्य उद्देश्यों को संक्षेप में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है—

1. छात्रों को अपनी क्षमताओं एवं कमियों को अनुभव करवाना, जिससे वह भविष्य में अपने व्यवसाय व शिक्षा के क्षेत्र में सही निर्णय ले सके।
2. गणित की उच्च धारणाओं को छात्रों के लिए स्पष्ट करना ताकि उन्हें धारणाओं से ज्ञान की प्राप्ति हो।
3. छात्रों को गणित शिक्षा से आनन्द का अनुभव कराना।
4. छात्रों को गणित के लोकप्रिय इतिहास से परिचित कराना।
5. छात्रों को विभिन्न विषयों तथा अन्य धन्धों में काम आने वाले गणित की जानकारी प्रदान करना।
6. छात्रों में रचनात्मक शक्ति का विकास करने के अवसर प्रदान करना।
7. छात्रों में नकल करने की तथा रटने की प्रवृत्ति को खत्म करना।
8. छात्रों में ईमानदारी, वफादारी, नियमितता, परिश्रम, स्वच्छता, अनुशासन आदि गुणों का विकास कराना।
9. गणित के ज्ञान को दैनिक जीवन में व्यावहारिक बनाना एवं उसका प्रयोग करना।
10. छात्रों में प्राप्त ज्ञान के आधार पर नवीन निष्कर्ष निकालने के गुण विकसित करना।
11. बालक को गणित में उच्च श्रेणियों की शिक्षा प्राप्ति के लिए तैयार करना।

गणित शिक्षण के उपरोक्त उद्देश्यों को ध्यान में रखकर गणित को पढ़ाना चाहिए क्योंकि शिक्षक इन उद्देश्यों के आधार पर ही समाज एवं छात्रों का विकास कर सकता है।

उद्देश्य एवं प्राप्य उद्देश्य में अंतर
(Difference between Aims and Objectives)

उद्देश्य (Aims)	प्राप्य उद्देश्य (Objectives)
1. उद्देश्य असीमित होते हैं और इनको प्राप्त करने के लिए सम्पूर्ण समाज और राष्ट्र उत्तरदायी होते हैं।	1. प्राप्य उद्देश्य किसी विशेष उद्देश्य की छोटी-छोटी शाखाएं होती हैं। इसकी पूर्ति अध्ययन द्वारा की जाती है।
2. उद्देश्य एक प्रकार के आदर्श होते हैं जिन्हें पूर्ण रूप से प्राप्त करना असंभव प्रतीत होता है।	2. प्राप्य उद्देश्य सरलता से प्राप्त किये जा सकते हैं। इनकी प्राप्ति संभव होती है।
3. उद्देश्य की प्राप्ति में लंबा समय लगता है, इसकी जांच छात्र की पढ़ाई समाप्ति पर होती है।	3. इनकी प्राप्ति में अधिक समय लगता है।
4. उद्देश्य अस्पष्ट और अनिश्चित होते हैं।	4. प्राप्य उद्देश्य स्पष्ट और निश्चित होते हैं।
5. उद्देश्य की जांच लंबे समय के बाद की जाती है।	5. प्राप्य उद्देश्य की जांच में समय ज्यादा नहीं लगता, जैसे—किसी भी पाठ को पढ़ाने के बाद विद्यार्थियों से उसके बारे में प्रश्न पूछकर उस पाठ से संबंधित पाठ की जांच की जाती है।
6. इन्हें पूर्ण रूप से प्राप्त करना असंभव-सा ही होता है।	6. यह अनुकूल प्रयास करने पर ही प्राप्त होते हैं।
7. इनमें प्राप्य उद्देश्य सम्मिलित होते हैं।	7. ये उद्देश्य का ही एक भाग होते हैं।
8. इनका संबंध भविष्य तथा शिक्षा से होता है।	8. ये शिक्षा में शामिल होते हैं तथा शिक्षण से संबंधित होते हैं।

माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के प्राप्य उद्देश्य
(Objectives of Teaching Mathematics at the Secondary Stage)

☛ माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण के प्राप्य उद्देश्यों का वर्णन करो।

उत्तर : कक्षा में पढ़ाते समय प्राप्त उद्देश्य को सम्मुख रखकर विषय-वस्तु का संगठन, पठन-पाठन, परिस्थितियाँ और अपेक्षित व्यवहार परिवर्तन आदि के बारे में विचार किया जाता है। साधारण उद्देश्य (Aims) की प्राप्ति हेतु हमें कक्षा में प्राप्य उद्देश्यों पर ध्यान केंद्रित करना पड़ता है। ये उद्देश्य हमें अध्यापन करते समय दिशा निर्देश प्रदान करते हैं, जिससे कि अध्यापक अपने कार्य में सफलता प्राप्त करता है और विद्यार्थियों को लाभ प्राप्त होता है।

प्राप्य उद्देश्यों का निर्धारण स्पष्ट शब्दों में होना आवश्यक है। कक्षा में प्राप्य उद्देश्यों (Objectives) का निर्धारण नीचे दिए गए बिंदुओं को ध्यान में रखकर करना चाहिए—

- विद्यार्थियों का स्तर
- विषय-वस्तु की विशेषताएँ
- पठन-पाठन की सुविधाएँ
- अपेक्षित व्यवहार परिवर्तन
- मूल्यांकन विधि

शिक्षा मूल रूप से विद्यार्थियों में तीन प्रकार के व्यावहारिक परिवर्तन लाने हेतु दी जाती है।

शिक्षा
(Education)

- ज्ञान एवं बोध प्रदान करना (Impatring Knowledge & understanding)
- कौशल विकसित करना (Developing skills)
- रुचि, अभिरुचि, दृष्टिकोण बनाए रखना (Inculcating proper interest, attitude, appreciation)

माध्यमिक स्कूल स्तर पर गणित शिक्षण के प्राप्य उद्देश्यों को निम्नलिखित प्रकार से तैयार किया जा सकता है—

1. ज्ञानात्मक प्राप्य उद्देश्य (Knowledge Objectives)
2. अवबोधन प्राप्य उद्देश्य (Understanding Objectives)
3. कौशल संबंधी प्राप्य उद्देश्य (Skill Objectives)
4. प्रयोगात्मक प्राप्य उद्देश्य (Application Objectives)
5. रुचिकर प्राप्य उद्देश्य (Interest Objectives)
6. अभिरुचिकर प्राप्य उद्देश्य (Attitude Objectives)
7. सराहनात्मक प्राप्य उद्देश्य (Appreciation Objectives)
8. वैज्ञानिक दृष्टि संबंधी प्राप्य उद्देश्य (Scientific Attitude related Objectives)
9. व्यक्तित्व संबंधी प्राप्य उद्देश्य (Personality related Objectives)

(1) ज्ञानात्मक प्राप्य उद्देश्य (Knowledge Objectives) :

(i) विद्यार्थी गणित के तथ्यों, शब्दों, संकेतों आदि का ज्ञान प्राप्त करता है।
(ii) विद्यार्थी विभिन्न संकल्पनाओं, प्रतिक्रियाओं, सूत्रों आदि का ज्ञान प्राप्त करता है।
(iii) विद्यार्थी गणित विषय के विकास एवं गणितज्ञों की जीवनी के बारे में ज्ञान प्राप्त करता है।
(iv) विद्यार्थी विभिन्न सूत्रों, विधियों तथा क्रियाओं का ज्ञान प्राप्त करता है।
(v) विद्यार्थी गणित की विभिन्न शाखाओं का ज्ञान प्राप्त करता है।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

2. अवबोधन प्राप्य उद्देश्य (Understanding Objectives) :
(i) विद्यार्थी दिए हुए तथ्यों आदि में परस्पर संबंध स्थापित करता है।
(ii) प्रतीकों में व्यक्त संबंधों को शब्दों में प्रकट करता है एवं शब्दों में व्यक्त संबंधों को प्रतीकों में व्यक्त करता है।
(iii) विद्यार्थी परस्पर मिलती-जुलती प्रतिक्रियाओं में अंतर स्पष्ट करता है।
(iv) विद्यार्थी गणित के तथ्यों, शब्दों, संकेतों, सूत्रों विधियों, सिद्धान्तों आदि के अर्थों को समझाता है।
(v) विद्यार्थी निर्धारित सिद्धांतों के आधार पर विश्लेषण करता है।
(vi) विद्यार्थी कमियों को ढूँढ़कर उन्हें सुधारता है।

3. कौशल संबंधी प्राप्य उद्देश्य (Skill Objectives) :
(i) विद्यार्थी गणितीय गणनाओं को मौखिक एवं लिखित रूप में सरलता एवं शीघ्रता से करता है।
(ii) विद्यार्थी ज्यामितीय बॉक्स के उपकरणों को प्रयोग में लाकर रेखागणित संबंधी आकृतियों को सफाई, शुद्धता एवं तेजी से बनाता है।
(iii) गणित संबंधी समस्याओं को हल करने के लिए विभिन्न यंत्रों व सारणी (Log Table, Trignometrical Table, Calculation Table) के प्रयोग में दक्षता हासिल करता है।
(iv) विद्यार्थी उचित एवं आवश्यक पैमाना मापकर सही आकृति खींचने में दक्षता हासिल करता है।
(v) विद्यार्थी तालिकाओं एवं लेखाचित्रों को सही ढंग से शीघ्रता के साथ पढ़ता है।
(vi) गणित की जटिल समस्याओं का एवं उनके समाधान का कौशल प्राप्त करता है।

4. प्रयोगात्मक प्राप्य उद्देश्य (Application Objectives) :
(i) विद्यार्थी समस्या का अच्छी तरह विश्लेषण करते हुए यह ज्ञात करता है कि इसमें क्या दिया हुआ है और क्या निकालना है।
(ii) विद्यार्थी ज्ञान, बोध एवं कौशल का उपयोग समस्याओं को हल करने में करता है।
(iii) विद्यार्थी दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने के लिए सही विधि एवं सूत्र का चुनाव करता है।
(iv) विद्यार्थी गणित की भाषा का प्रयोग करके अपने विचारों को स्पष्ट एवं वास्तविक रूप में व्यक्त करता है।
(v) विद्यार्थी प्राप्त हल की व्याख्या करता है और सामान्य निष्कर्ष निकालता है।

5. रुचिकर प्राप्य उद्देश्य (Interest Objectives) :
(i) विद्यार्थी गणित से सीखे हुए नियमों, सूत्रों, सिद्धान्तों आदि का प्रयोग दैनिक जीवन एवं दूसरे विषयों को सीखने में करता है, जिससे उसकी गणित के प्रति रुचि विकसित होती है।
(ii) विद्यार्थी स्कूल की पत्रिका के लिए गणित के रुचिकर उपकरणों पर लेख लिखता है।
(iii) विद्यार्थी गणित परिषद् के कार्यक्रमों से संबंधित पहेलियों को हल करता है।
(iv) विद्यार्थी पाठ्यक्रम से अतिरिक्त गणित से संबंधित समस्याओं को अध्यापक की सहायता से हल करता है।

6. अभिरुचिकर प्राप्य उद्देश्य (Attitude Objectives) :
(i) विद्यार्थी एकांतचित्त एवं एकाग्रित होकर अपनी मानसिक शक्तियों का पूरा प्रयोग करता है।
(ii) विद्यार्थी, अध्यापक एवं अपने सहपाठियों से गणित की विषय सामग्री के बारे में विचार एवं तर्क-वितर्क करता है।
(iii) विद्यार्थी विफलताओं से निराश न होकर कार्य पूरे जोश एवं आत्मविश्वास से करता है।
(iv) विद्यार्थी गणित संबंधी परिक्षाओं को देने में आनन्द की प्राप्ति करता है।
(v) विद्यार्थी अपने उन सहपाठियों की संगत पसंद करता है जो गणित विषय में अच्छे होते हैं।
(vi) विद्यार्थी विषय में कमजोर सहपाठियों की सीखने में सहायता करता है।

7. सराहनात्मक प्राप्य उद्देश्य (Appreciation Objectives) :
(i) विद्यार्थी दैनिक जीवन में गणित की उपयोगिता एवं महत्त्व की प्रशंसा करता है।
(ii) विद्यार्थी आधुनिक सभ्यता के विकास में गणित के योगदान की सराहना करता है।
(iii) विद्यार्थी महान् गणितज्ञों के जीवन में व्याप्त जोश, लगन, त्याग, कर्मठता एवं योगदान की सराहना करता है।
(iv) विद्यार्थी गणित के सूत्र, संकेत, भाषा, आकृतियों आदि के महत्त्व को समझता एवं सराहना करता है।
(v) "गणित सभी विज्ञानों का विज्ञान और कलाओं की कला है" इस बात की विद्यार्थी सराहना करता है।
(vi) विद्यार्थी संसार की भावी प्रगति के संबंध में गणित के योगदान की सराहना करता है।

8. वैज्ञानिक दृष्टि संबंधी प्राप्य उद्देश्य (Scientific Attitude Objectives) :
(i) विद्यार्थी में गणित के अध्ययन द्वारा वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास होता है।
(ii) विद्यार्थी किसी नियम, सूत्र या सिद्धांत को तर्क के आधार पर स्वीकार करता है।
(iii) विद्यार्थी किसी समस्या का समाधान निकालने से पहले उसके प्रत्येक पक्ष का विश्लेषण करता है।
(iv) विद्यार्थी दूसरों के विचारों को धैर्य के साथ सुनता तथा समझता है।
(v) विद्यार्थी जीवन के प्रति एक वैज्ञानिक एवं व्यापक दृष्टिकोण अपनाता है।
(vi) विद्यार्थी अपनी कमियों को बिना संकोच स्वीकार करते हुए दूर करने का प्रयास करता है।
(vii) विद्यार्थी अपने मस्तिष्क के द्वार खुले रखता है तथा किसी भी विचार को बिना जाँचे ग्रहण नहीं करता।

9. व्यक्तित्व संबंधी प्राप्य उद्देश्य (Personality Objectives) :
(i) विद्यार्थी के व्यक्तित्व में गणित के अध्ययन से निम्नलिखित गुणों का विकास होता है।
– क्रियात्मकता
– स्वच्छता
– नियमितता
– एकाग्रता
– सत्य के प्रति निष्ठता
– स्पष्टता
– धैर्य
– समय की पाबन्दी
– शुद्धता।

व्यावहारिक उद्देश्य : अर्थ तथा महत्त्व, गणित अध्ययन में निर्देशन उद्देश्य
(Behavioural Objectives : Meaning and Importance of Behavioural Objectives, Writing Instructional Objectives for Teaching of Mathematics)

☛ ब्लूम द्वारा वर्णित अनुदेशनात्मक उद्देश्यों को व्यवहारगत शब्दावली में लिखने की वर्गीकृत प्रणाली का विस्तारपूर्वक वर्णन कीजिए। [CRSU, 2018]

उत्तर :

विशिष्ट उद्देश्य क्या है?
(What is Objective?)

विशिष्ट उद्देश्य विभिन्न विषयों और उपविषयों के लिये निश्चित किये जाते हैं। इनका प्रयोग केवल शिक्षण कार्य के लिए ही नहीं, वरन् छात्रों की उपलब्धि की जांच करने के लिये भी किया जाता है। यह एक पूर्ण कथन होता है तथा इसके दो भाग होते हैं। प्रथम भाग का संबंध बालक में लाये जाने वाले वांछनीय व्यावहारिक परिवर्तन (Desired Behavioural Change) से है तथा दूसरे भाग का संबंध विषय-वस्तु

BMD COLLEGE OF EDUCATION LEARN. BELIEVE. ACHIEVE EST. 2008

www.bmdeducation.org

(Content) से है, जिसके माध्यम से बालक के व्यवहार में परिवर्तन लाना होता है। प्रथम को हम Modification Part तथा दूसरे भाग को Content Part भी कह सकते हैं। इनका क्षेत्र सीमित होता है तथा हम इनको पूर्ण रूप से ही निश्चित प्राप्त कर सकते हैं।

व्यावहारिक उद्देश्य
(Behavioural Objective)

व्यावहारिक पदों के संदर्भ में लिखे गये उद्देश्य व्यावहारिक उद्देश्य कहलाते हैं। व्यवहार एक सदृश्य क्रिया है। व्यावहारिक उद्देश्य हमें बताते हैं कि कोई व्यक्ति किस प्रकार कार्य करता है, सोचता है अथवा महसूस करता है। NCERT के 'मूल्यांकन एवं परीक्षा' (Evaluation and Examination) विभाग ने उद्देश्य की परिभाषा इस प्रकार की है—**"उद्देश्य वह बिंदु अथवा अभीष्ट है, जिसकी दिशा में कार्य किया जाता है, वह व्यवस्थित परिवर्तन है, जिसे क्रिया द्वारा प्राप्त किया जाता है, जिसके लिये हम कार्य करते हैं।"**

(An objective is a point or an end view of some thing towards which action is directed, a planned change sought through any activity, what we set out to do. —**Evaluation and Examination, NCERT**)

"प्राप्य उद्देश्य वास्तव में वह लक्ष्य हैं, जिन्हें प्राप्त करने के लिये गणित शिक्षण की संपूर्ण क्रियाएं केन्द्रित होती हैं।"

"गणित शिक्षण के उद्देश्य, व्यवहार में परिवर्तन हैं जो कि बालक में इच्छानुसार उत्पन्न किये जाएंगे।"

आई.के. डेविस के अनुसार, **"सीखने का उद्देश्य अपेक्षित परिवर्तन का वर्णन है।"**

(Learning objective is a statement of proposed change.)

बी.एस. ब्लूम ने इसे और अधिक स्पष्ट किया है, **"शैक्षिक उद्देश्य वह लक्ष्य मात्र ही नहीं होते जिनकी सहायता से पाठ्यक्रम को निर्मित किया जाता है या अनुदेशन के लिये निर्देशन दिया जाता है, अपितु वह मूल्यांकन की प्रक्रिया के विशिष्टीकरण में भी सहायक होते हैं।"**

जैसे—यदि बालक को समाचार-पत्र से लिये गये किसी ग्राफ के अंश को पहचानने या उससे संबंधित अन्य जानकारी प्राप्त करने के लिये कहा जाए तो वह उसका सही उत्तर देता है।

उद्देश्यों के वर्गीकरण का आधुनिक आधार
(Present Taxonomy of Behavioural Objectives)

वर्गीकरण शब्द का प्रयोग विशेष रूप से वनस्पति विज्ञान एवं अन्य विज्ञान के विषयों में किया जाता है। शिक्षा के क्षेत्र में वर्गीकरण शब्द का अर्थ है—शैक्षिक उद्देश्यों के विभाजन तथा उनके परस्पर अंतःसंबंधों को समझना। शिक्षकों ने सामान्य उद्देश्यों को वांछित लक्ष्यों के रूप में स्वीकार किया किन्तु इनकी अस्पष्टता ने शिक्षण में इनके प्रयोग में अधिक सहायता नहीं दी। इस दोष को दूर करने के लिये मनोवैज्ञानिकों के एक समूह ने सन् 1948 में मानव व्यवहार के समान तत्वों को वर्गीकृत करने के प्रयास किये। शैक्षिक उद्देश्यों के वर्गीकरण के क्षेत्र में 'आधुनिक-उद्देश्य-वर्गीकरण' का जन्मदाता 'बी.एम. ब्लूम' का योगदान अत्यंत महत्त्वपूर्ण है। ब्लूम ने शैक्षिक उद्देश्यों को छात्रों के अधिगम के व्यवहार-परिवर्तन के रूप में वर्गीकृत किया है। अधिगम उद्देश्यों का संबंध छात्रों के व्यवहार-परिवर्तन से होता है। व्यवहार-परिवर्तन को तीन भागों में विभाजित किया जा सकता है—

1. ज्ञानात्मक
2. भावात्मक उद्देश्य
3. क्रियात्मक मनोपेशीय।

ब्लूम ने शैक्षिक उद्देश्यों को उपर्युक्त तीन भागों के अंतर्गत ही वर्गीकृत किया है। इस वर्गीकरण की सहायता से शिक्षक शिक्षण-उद्देश्यों को अत्यंत स्पष्टता और उपयुक्तता के साथ परिभाषित कर सकते हैं एवं अपनी शिक्षण अधिगम व्यवस्था का नियोजन (Planning) और कार्यान्वियन कर सकते हैं। प्रत्येक शिक्षक

अपने शिक्षण के द्वारा या तो अपने छात्रों को ज्ञान प्रदान करता है अथवा उन्हें किसी क्रिया को सम्पादित करने के कौशल प्रदान करता है अथवा उनकी अभिरुचि तथा रुचियों को प्रभावित कर उनके भावात्मक पक्ष को परिवर्तित करता है। **बी.एस. ब्लूम (1956)** के अनुसार सीखने के उद्देश्य तीन प्रकार के होते हैं—

1. ज्ञानात्मक उद्देश्य
2. भावात्मक उद्देश्य
3. क्रियात्मक या मनोपेशीय उद्देश्य।

शिक्षण के उद्देश्यों के आधार पर शिक्षण के प्रकार

शिक्षण के उद्देश्यों के आधार पर शिक्षण तीन प्रकार का हो सकता है—

1. **ज्ञानात्मक (Cognitive) शिक्षण :** इसमें शिक्षण का मुख्य उद्देश्य ज्ञानात्मक पक्ष अथवा व्यवहार, ज्ञान, समझ, प्रयोग, विश्लेषण, संश्लेषण और मूल्यांकन आदि को विकसित एवं पुष्ट करना होता है।

2. **भावात्मक (Affective) शिक्षण :** इसमें भावात्मक एवं संवेगात्मक शक्तियों तथा व्यवहारों का उन्नयन, परिमार्जन आदि शिक्षण की प्रक्रिया का प्रमुख अंग बन जाता है।

3. **क्रियात्मक (Comtive) शिक्षण :** इसमें व्यवहारगत परिवर्तन की ओर विशेष ध्यान दिया जाता है। शिक्षण में किसी कौशल को यह कार्य करने की विधि को सिखाने की ओर बल दिया जाता है।

ब्लूम और उनके सहयोगियों ने शिकागो विश्वविद्यालय में इन तीनों पक्षों का वर्गीकरण प्रस्तुत किया है। ज्ञानात्मक पक्ष का ब्लूक ने 1956 में, भावात्मक पक्ष का ब्लूम, क्राथवोल्ह तथा मसीआ ने 1964 में तथा क्रियात्मक या मनोपेशीय पक्ष का सिम्पसन ने 1969 में तथा हैरो ने 1972 में वर्गीकरण प्रस्तुत किया है। ब्लूम द्वारा प्रस्तावित शिक्षण-उद्देश्यों के वर्गीकरण को अग्रांकित तालिका के रूप में प्रस्तुत किया गया है—

शैक्षिक उद्देश्यों का वर्गीकरण

ज्ञानात्मक पक्ष ब्लूम (1956)	भावात्मक पक्ष क्राथवोल्ह एवं सहयोगी (1964)	क्रियात्मक पक्ष सिम्पसन (1969)
वर्ग (Category)	**वर्ग (Category)**	**वर्ग (Category)**
1. ज्ञान	ग्रहण करना	उद्दीपन
2. बोध	अनुक्रिया	कार्य करना
3. प्रयोग	मूल्यन या आकलन	नियंत्रण
4. विश्लेषण	संगठन	समायोजन
5. संश्लेषण	चरित्र निर्माण या विशिष्टीकरण	स्वाभावीकरण
6. मूल्यांकन		आदत पड़ना तथा कौशल निर्माण

शिक्षण के उद्देश्यों के निर्धारण में 'ज्ञानात्मक पक्ष' के वर्गों की सहायता ली जाती है। इन वर्गों को शिक्षण तथा सीखने के उद्देश्यों के निर्धारण के लिए प्रयुक्त किया जाता है।

इन वर्गों तथा उद्देश्यों का संक्षिप्त विवरण निम्न है—

1. **ज्ञानात्मक पक्ष :** ज्ञानात्मक पक्ष के अंतर्गत मस्तिष्क से संबंधित क्रियाओं को समावेशित किया गया है। इसका विकास ब्लूम ने 1956 ई. में किया। ज्ञानात्मक उद्देश्यों का संबंध सूचनाओं, ज्ञान तथा तथ्यों की जानकारी तथा विषय-वस्तु के मूल्यांकन से होता है। अधिकांश शैक्षिक. क्रियाओं के उद्देश्यों को छः उपवर्गों में विभक्त किया है—

(i) ज्ञान (Knowledge) : ज्ञान में मुख्यतः छात्रों के प्रत्यास्मरण (Recall) तथा अभिज्ञान (Recognition) की क्रियाओं को तथ्यों, शब्दों, नियमों तथा सिद्धांतों की सहायता से विकसित किया जाता है। छात्र हेतु परम्पराओं, वर्गीकरण, मानदंडों के नियमों तथा सिद्धांतों के प्रत्यास्मरण तथा अभिज्ञान के लिए

BMD COLLEGE OF EDUCATION LEARN, BELIEVE, ACHIEVE EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

परिस्थितियां उत्पन्न की जाती हैं। ज्ञान वर्ग के भी पाठ्यवस्तु की दृष्टि से तीन स्तर होते हैं–

(a) विशिष्ट तथ्यों, शब्दों का ज्ञान देना।
(b) उपायों, साधनों व स्रोतों की पहचान का ज्ञान देना।
(c) सामान्यीकरण, नियमों तथा सिद्धांतों का ज्ञान देना।

छात्रों के ज्ञान का मूल्यांकन एवं परीक्षण सामान्य पुनःस्मरण प्रश्नों अथवा बहुविकल्पीय प्रश्नों की सहायता से किया जा सकता है।

(ii) बोध (Comprehension) : बोध के लिये ज्ञान का होना आवश्यक है। जिस पाठ्यवस्तु (तथ्य, शब्द, उपाय, साधन, नियम, सिद्धांतों) का ज्ञान प्राप्त किया जाता है अर्थात् प्रत्यास्मरण और अभिज्ञान की क्षमताओं का विकास हो चुका है, उन्हीं का अपने शब्दों में अनुवाद करना, व्याख्या करना तथा उल्लेख करना आदि क्रियाएं बोध उद्देश्य के स्तर पर की जाती हैं। पाठ्य-वस्तु की दृष्टि से बोध उद्देश्य की क्रियाओं के भी तीन स्तर होते हैं–

(a) तथ्यों, शब्दों, नियमों, साधनों तथा सिद्धांतों को अनुवाद करके अपने शब्दों में व्यक्त करना।
(b) इसी पाठ्यवस्तु की व्याख्या करना (अर्थापन)।
(c) इसी पाठ्यवस्तु की बाह्य गणना तथा उल्लेख करना।

बोध का मूल्यांकन भी वस्तुनिष्ठ अथवा बहुविकल्पीय परीक्षणों द्वारा हो सकता है।

(iii) प्रयोग (Application) : प्रयोग में सीखे हुए ज्ञान तथा बोध की गई विषयवस्तु का अन्य नवीन परिस्थितियों में प्रयोग करना होता है। अतः प्रयोग के लिए ज्ञान तथा बोध होना आवश्यक है। पाठ्यवस्तु का प्रयोग उद्देश्यों में भी तीन स्तरों पर प्रस्तुत करते हैं–

(a) नियमों, सिद्धांतों व स्रोतों साधनों का सामान्यीकरण करना।
(b) विषय-वस्तु संबंधी न्यूनताओं को जानने के लिए निदान करना।
(c) विषय-वस्तु का अन्य परिस्थितियों में प्रयोग करना।

इस उद्देश्य का परीक्षण भी वस्तुनिष्ठ परीक्षणों की सहायता से हो सकता है।

(iv) विश्लेषण (Analysis) : यह उपर्युक्त तीनों उद्देश्यों से कुछ उच्च स्तर का उद्देश्य है। इसके लिए तीनों ही उद्देश्यों (ज्ञान, बोध एवं प्रयोग) की प्राप्ति होना आवश्यक है। इसमें पाठ्यवस्तु के नियमों, सिद्धांतों, तथ्यों तथा प्रत्ययों को तीन स्तरों पर प्रस्तुत किया गया है–

(a) विषयवस्तु संबंधी तत्त्वों का विश्लेषण करना।
(b) विषयवस्तु संबंधी संबंधों का विश्लेषण करना।
(c) विषयवस्तु का व्यवस्थित सिद्धांतों के रूप में विश्लेषण करना।

(v) संश्लेषण (Synthesis) : संश्लेषण में छात्रों को अनेक स्रोतों से तत्त्वों को निकालना होता है। विभिन्न तत्त्वों को मिलाकर नया स्वरूप तैयार करना होता है।

इससे सृजनात्मक क्षमताओं (Creative Abilities) का विकास होता है। इस उद्देश्य में बोध, ज्ञान, प्रयोग, विश्लेषण अन्तर्निहित हैं। संश्लेषण के भी तीन स्तर होते हैं–

(a) विभिन्न तत्त्वों के संश्लेषण में संप्रेषण उत्पन्न करना।
(b) तत्त्वों के संश्लेषण के नवीन योजना प्रस्तावित करना।
(c) तत्त्वों के अमूर्त संबंधों का अवलोकन करना।

मूल्यांकन के लिए ऐसे परीक्षण जिनमें नए विचार, विधियों, प्रणालियों की रचना करनी पड़ती है। छात्रों से कहानी, नाटक, कविता एवं चित्र बनवाए जाएं।

(vi) मूल्यांकन (Evaluation) : यह ज्ञानात्मक पक्ष का अंतिम तथा अत्यधिक उच्च उद्देश्य माना जाता है। इसमें पाठ्य-वस्तु के नियमों, सिद्धांतों तथा तथ्यों के संबंध में आलोचनात्मक दृष्टिकोण अपनाया जाता है। उनके संबंध में निर्णय लेने में आंतरिक तथा बाह्य मानदंडों को प्रयुक्त किया जाता है। पाठ्य-पुस्तक की दृष्टि से मूल्यांकन उद्देश्य की क्रियाओं के दो स्तर होते हैं–

(a) आंतरिक साक्ष्यों (Evidences) के आधार पर मूल्य निर्धारण।
(b) बाह्य मानदंडों के आधार पर मूल्य निर्धारण।

इस शैक्षिक उद्देश्य के मूल्यांकन के लिए हमें ऐसी कसौटियों का प्रयोग करना पड़ता है जो समाज द्वारा प्रदत्त हैं।

2. भावात्मक पक्ष (Effective Doman) : 1974 ई. में ब्लूम, क्राथवोल्ह तथा उनके सहयोगियों ने मिलकर शैक्षिक उद्देश्यों के वर्गीकरण के अंतर्गत भावात्मक पक्ष का विकास किया। इस पक्ष में विशेष रूप से अभिवृत्ति, रुचि, मूल्यों तथा सामंजस्य के विकारा से संबंधित शैक्षिक उद्देश्य होते हैं। इस पक्ष का संबंध मनुष्यों के हृदय तथा उसके मूल्यों से होता है। अतः इसमें भावात्मकता का आधिक्य होता है। यह वैयक्तिक, सामाजिक समायोजन का क्षेत्र है।

इस पक्ष के शैक्षिक उद्देश्यों को पांच उपवर्गों में विभाजित किया गया है–

(i) ग्रहण करना (Receiving) : भावात्मक पक्ष का यह सबसे निम्न स्तर का उद्देश्य है। इस उद्देश्य की प्राप्ति के लिए छात्र का किसी घटना या उद्दीपन के प्रति संवेदनशील होना आवश्यक है। इस उद्देश्य के द्वारा छात्रों में तीन प्रकार की योग्यताओं का विकास होता है–

(a) घटनाओं का विकास करना अर्थात् अभिज्ञान (Awareness)
(b) घटनाओं को ग्रहण करने की तत्परता (Willingness)
(c) नियंत्रित या चयनात्मक ध्यान (Controlled or Selected Attention)

(ii) अनुक्रिया (Responding) : इसमें छात्र किसी कार्य में सक्रिय रूप से भाग लेते हैं। छात्र किसी घटना या उद्दीपन के संबंध में क्रियाशील होता है तथा उसके अनुरूप व्यवहार करता है। इस उद्देश्य के द्वारा छात्र में अनुक्रिया के लिए इच्छा होती है। छात्र अपनी अनुक्रिया से संतोष प्राप्त करता है और इसे इससे ज्ञानोपलब्धि भी होती है। इससे छात्रों में तीन प्रकार की योग्यताओं का विकास होता है–

(a) अनुक्रिया करने को तैयार करना
(b) अनुक्रिया करने की तत्परता
(c) अनुक्रिया की संतुष्टि

(iii) मूल्यन या आंकलन (Valuing) : छात्रों की अनुक्रियाओं के आधार पर किसी वस्तु, घटना आदि को व्यवहार की कसौटी पर परखकर उनका मूल्य निर्धारित करना ही 'मूल्यन' है। छात्र द्वारा आत्मसात किए हुए मान मूल्यों का आंकलन करना अध्यापक का प्रमुख्य लक्ष्य होता है। इसके अंतर्गत छात्र मानव मूल्यों को स्वीकार करता है, उनके लिए कार्य करता है और उन मूल्यों के प्रति दृढ़ प्रतिज्ञ होता है। इस उद्देश्य से छात्रों में भी तीन प्रकार की योग्यताएं विकसित होती हैं–

(a) किसी मूल्य की स्वीकृति।
(b) किसी मूल्य के लिए अधिक अभिरुचि या लगाव।
(c) प्रतिबद्धता (किसी मूल्य को अपनाना)।

(iv) संगठन या व्यवस्थापन (Organization) : इस उद्देश्य द्वारा छात्र में एक प्रणाली में समान मूल्यों का संगठन करने की क्षमता पैदा होती है, विभिन्न प्रकार के मूल्यों में परस्पर संबंध स्थापित किया जाता है। इससे छात्रों में दो प्रकार की योग्यताएं विकसित होंगी–

(a) एक मूल्य प्रणाली को धारण करना।
(b) एक मूल्य प्रणाली का संगठन करना।

(v) चरित्र निर्माण या विशिष्टीकरण (Characterization) : यह भावात्मक पक्ष का सर्वोत्कृष्ट उद्देश्य है। इससे मूल्य समूह का विशिष्टीकरण किया जाता है। इसके अंतर्गत व्यक्ति या छात्र मानव-मूल्यों को अन्तःकरण से स्वीकार (आत्मसात) करता है। व्यक्ति या बालक के व्यवहार जो उसकी विशेषताओं को प्रकट करें, विशिष्टीकरण (Specification) कहलाते हैं। शिक्षण की प्रक्रिया का यह अंतिम उद्देश्य माना जाता है, क्योंकि इसका संबंध छात्रों के व्यक्तिगत, सामाजिक एवं संवेगात्मक समायोजन (Adjustment)

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

से है। इससे छात्रों में दो प्रकार की योग्यताएं विकसित होती हैं—

(a) सामान्यीकृत समुच्चय

(b) मूल्यों को स्वांगीकरण या आत्मसात करना।

3. मनोपेशीय पक्ष (Psychomotor or Conative Doman) : इस उद्देश्य का संबंध प्रधान रूप से हस्त तथा कौशल (Hand and Skill) से होता है। इस उद्देश्य के अंतर्गत विशेष विभिन्न प्रकार के कौशल विकसित किए जाते हैं। क्रियात्मक उद्देश्यों का संबंध शारीरिक क्रियाओं के प्रशिक्षण तथा कौशल के विकास से होता है। इस उद्देश्य का संबंध औद्योगिक तथा व्यावसायिक प्रशिक्षण से होता है। इस पक्ष के उद्देश्यों को 'सिम्पसन' ने छः वर्गों में विभाजित किया है—

(a) उद्दीपन (Impulsion)

(b) कार्य करना (Manipulation)

(c) नियंत्रण (Controll)

(d) समायोजन (Co-ordination)

(e) स्वभावीकरण (Naturalization)

(f) आदत पड़ना तथा कौशल निर्माण (Habit Formation)

क्रियात्मक पक्ष के निम्न स्तर हैं—

1. इसमें कार्य के प्रति उत्तेजना लाई जाती है।
2. बालक उत्तेजना के आधार पर गत्यात्मक क्रिया सम्पादित करता है।
3. इसके द्वारा बालक अपनी क्रिया को साधता है।
4. इसमें कई क्रियाओं पर नियंत्रण के आधार पर उनके मध्य समायोजन लाया जाता है।
5. इसके अंतर्गत कार्य करने की एक शैली बन जाती है और विशेष गति एवं ढंग से कार्य संपादित होता है।
6. इसके अंतर्गत कार्य करते रहने की शैली एक आदत बन जाती है।

E.J. Simpson ने क्रियात्मक पक्ष के निम्न स्तर बताये हैं—

1. प्रत्यक्षीकरण (Perception)
2. व्यवस्था (Set)
3. निर्देशात्मक अनुक्रिया (Guided Response)
4. कार्य प्रणाली (Mechanism)
5. जटिल प्रत्यक्ष अनुक्रिया (Complex over Response)

व्यवहार के इन तीनों पक्षों में परस्पर समन्वय एवं सामंजस्य रहता है। उदाहरणार्थ—गणित का प्रश्न सीखते समय हम कई तथ्यों का प्रत्यास्मरण (Recall) एवं विश्लेषण (Analysis) करने के साथ-साथ सवाल लिखते एवं हल करते हैं और उसके साथ-सुखद या दुःखद भाव, रुचि या अरुचि भी जुड़े हुए होते हैं। प्रत्यास्मरण तथा विश्लेषण की क्रिया ज्ञानात्मक (Cognitive) है। सवाल लिखने एवं हल करने की क्रिया क्रियात्मक है तथा सुखद या दुःखद अनुभव एवं रुचि या अरुचि का भाव भावात्मक हैं। कहने का तात्पर्य है कि हमारे व्यवहार में ज्ञानात्मक, क्रियात्मक एवं भावात्मक पक्ष अलग-अलग अंग नहीं हैं, वे एक-दूसरे से जुड़े हुए हैं। जैसे-जैसे शिक्षण उद्देश्यों के उच्च स्तर की ओर बढ़ते हैं, इन तीनों में एकीकरण होता है। सर्वोच्च स्तर पर तीनों पक्ष एक हो जाते हैं, जिसे व्यक्तित्व का संपूर्ण विकास कहा जाता है। व्यक्तित्व का बहुमुखी विकास दिशा का अंतिम लक्ष्य होता है।

गणित के सामान्य लक्ष्य
(The General Goals of Mathematics)

डी.ए. जॉनसन (Donoran A. Johnson) तथा जी.एफ. राइसिंग (Gorald F. Rising) ने गणित के कुछ सामान्य लक्ष्य निर्धारित किये हैं। उनके अनुसार "गणित शिक्षण के लक्ष्य निर्धारित करते समय हमें केवल सामाजिक आवश्यकताओं को ध्यान में नहीं रखना चाहिए। वरन् अपने छात्रों की गणितीय आवश्यकताओं का भी ध्यान रखना चाहिये। प्रायः प्रत्येक आयोग ने जिसने गणित के पाठ्यक्रम के पुनर्गठन का कार्य किया है, गणित की कुछ मूलभूत आवश्यकताओं की ओर संकेत किया है।" इसमें से कुछ निम्नलिखित हैं—

1. छात्र को यह जानने की आवश्यकता होती है कि प्राकृतिक नियमों को समझने में गणित उसकी किस प्रकार मदद कर सकता है।
2. छात्र यह जानना चाहता है कि वह अपने शोध कार्य में परिणामों के निष्कर्ष निकालने में एवं दैनिक जीवन से संबंधित समस्याओं को हल करने में गणितीय विधियों का प्रयोग, सफलतापूर्वक एवं प्रभावी ढंग से किस प्रकार कर सकता है।
3. छात्र को यह समझने की आवश्यकता होती है कि गणित, विज्ञान एवं कला के रूप में हमारी सांस्कृतिक धरोहर के संरक्षण में कहां तक योगदान प्रदान करता है।
4. गणित का छात्र यह सीखना चाहता है कि वह अपने गणितीय विचारों को शुद्धता एवं स्पष्टतापूर्वक दूसरों के सम्मुख किस प्रकार प्रस्तुत करे।

(Communication is a tool basic to all civilizations.)

कुछ महत्त्वपूर्ण Reports, Recommendations, Standard Examination, Issues के आधार पर कमेटी ऑफ इंटरनेशनल स्टडी ऑफ एचीवमेंट इन मैथ्स ने निम्नलिखित दस महत्त्वपूर्ण गणितीय व्यवहार निर्धारित किये हैं—

1. परिभाषाओं, संकेतों, प्रक्रियाओं एवं प्रत्ययों के पुनः स्मरण की योग्यता।
2. गणितीय आंकड़ों के शीघ्रता एवं शुद्धता के वर्गीकरण एवं गणना संबंधी योग्यता।
3. सांकेतिक आंकड़ों की व्याख्या संबंधी योग्यता।
4. आंकड़ों को सांकेतिक रूप में प्रस्तुत करने की योग्यता।
5. किसी प्रमेय के सत्यापन का अनुसरण समझाते हुए करना।
6. प्रमेय का सत्यापन करना।
7. नवीन प्रत्ययों का गणितीय समस्याओं में प्रयोग करने की योग्यता।
8. नवीन प्रत्ययों को अगणितीय (Non-Mathematical) समस्याओं में प्रयोग करने की योग्यता।
9. समस्या का विश्लेषण करने की योग्यता।
10. गणितीय परिणामों के सामान्यीकरण करने की योग्यता।

गणितीय तर्क वाक्यों की प्रकृति
(The Nature of Mathematics Propositions)

☛ गणितीय तर्क वाक्यों (Mathematical Proposition) को समझाते हुए उनकी प्रकृति बताइये।

उत्तर : गणित एक विदेशी भाषा की भांति है। गणित का प्रयोग हम अपने दैनिक जीवन में, संसार की विभिन्न गतिविधियों में करते हैं। जिस प्रकार अन्य भाषाओं को समझने के लिए उसके शब्दकोश को समझना जरूरी है, उसी प्रकार गणित को समझने और विचारों को व्यक्त करने के लिए गणित के संकेतों और शब्दों को समझना आवश्यक है। गणितीय तर्क के द्वारा हम अवधारणाओं को गणितीय पदों में व्यक्त कर सकते हैं। इससे हम मूलभूत विचारों से प्रारंभ करके संरचना तैयार करते हैं जिसमें गणित की समझ तथा व्यवस्थित पद होते हैं। इससे कठिन से कठिन समस्या भी सरल प्रतीत होती है।

तर्क वाक्य
(Propositions)

तर्क वाक्य एक गणितीय कथन है जैसे—

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE.
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(i) 3, –4 से बड़ा है।

"3 is greater than 4"

(ii) 7 अभाज्य संख्या है।

"7 is prime number"

एक स्वयंसिद्ध (axiom) एक तर्कवाक्य (Proposition) है जिसे सत्य मान लिया जाता है। पर्याप्त सूचनाओं के द्वारा, गणितीय तर्क प्रायः तर्कवाक्यों को 'सत्य' या 'असत्य' में वर्गीकृत कर देते हैं।

कहने का तात्पर्य है कि तर्कवाक्य एक घोषणा है जो 'या तो सत्य हो या असत्य' किंतु दोनों नहीं।

उदाहरणार्थ–"आज शुक्रवार है।" यह कथन सत्य या असत्य हो सकता है, किंतु दोनों नहीं। तर्कवाक्य के लिए संक्षिप्त संकेत व्यक्त किया जा सकता है।

माना P तर्क वाक्य है "आज शुक्रवार है।" यदि कथन सत्य है तो P का वास्तविक मूल्यों (Truth Value) सत्य है और यदि कथन असत्य है तो वास्तविक मूल्य असत्य है। किसी तर्क वाक्य में रिक्त स्थानों को भरने के लिए एक सामान्य संकेत का प्रयोग किया जाता है। उदाहरणार्थ–माना P(x) "x एक विषय संख्या है।" इस तर्क वाक्य में P(x) का मान x पर निर्भर करता है।

निम्न में से कौन-कौन से तर्क वाक्य हैं–

(i) $x = 5$

(ii) सफेद कुत्ता

(iii) कुत्ता भूरा है

(iv) वास्तविक संख्या

यहां हम सामान्य तर्क वाक्यों का प्रयोग करके अर्थपूर्ण गणितीय विचार नहीं बना सकते। अतः तर्क वाक्यों से अन्तःक्रिया करने के लिए एक संक्रिया (Operation) को परिभाषित करना होगा जिसे Negation (असहमति) कहा जाता है। जैसे–

माना P "आज शुक्रवार है।"

तब P का negation (असहमति वाक्य) इस प्रकार लिखा जायेगा।

–P "आज शुक्रवार नहीं है।"

यहां ध्यान देने योग्य बात यह है कि P और –P दोनों का वास्तविक मूल्य समान नहीं है इसे **अविरोधाभास (Non Contradiction)** का नियम कहते हैं।

तर्क वाक्यों पर संक्रिया (Operations on Propositions)

ये संक्रिया दैनिक बोलचाल में सहज ज्ञान से उत्पन्न हुई है। ये संक्रिया है "और" (and) तथा "या" (or)

(i) (and) "और" को संकेत "Λ"

(ii) "या" (or) को संकेत "V"

द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

तर्क वाक्य "$P \Lambda Q$" सत्य है, यदि P और Q दोनों सत्य हैं। तर्क वाक्य "PVQ" सत्य है तो, या तो P सत्य है अथवा Q सत्य है किंतु दोनों सत्य नहीं है।

उदाहरणार्थ

माना "P, $x < 4$" और "Q, $x > 2$"

तब

$P \Lambda Q$ तर्क वाक्य है "$x < 4$ और $x > 2$"

और

PVQ तर्क वाक्य है "$x < 4$ या $x > 2$"

इस आधार पर हम तर्कवाक्यों को शब्दों में भी लिख सकते हैं–

माना P "मेरे एक बहन है।"

Q "मेरे एक भाई है।"

N "मेरे एक चचेरी बहन है।"

(i) $P \Lambda Q \Lambda N$

(ii) $P \Lambda -Q$

(iii) PVQ

(iv) $(PVQ) \Lambda N$

तार्किक निहितार्थ (Logical Implication)

तार्किक निहितार्थ, दो तर्क वाक्यों के मध्य संबंध है। तार्किक निहितार्थ मूलरूप से "यदि, तब" वाले कथनों का विचार है। अर्थात् "यदि A सत्य है, तब B भी सत्य है"।

उदाहरणार्थ

माना P "आज शनिवार है।"

Q "यह सप्ताहंत (Weekend) है।"

तब P, Q में निहित है (Pimplies Q) इसे $P \Rightarrow Q$ लिखा जाता है; इसका अर्थ है "यदि यह शनिवार है, तब यह सप्ताहंत है।" इससे हम निश्चित कर सकते हैं कि $P \Rightarrow Q$ सत्य है।

$Q \Rightarrow P$ विपरीत (Converse) है, इसलिए असत्य है।

निम्नलिखित तर्क वाक्यों को शब्दों में लिखो :

माना P, $x_1 = 1$ है और Q, "$X_2 = 1$" तब सत्य कथन बताइये–

1. $P \Rightarrow Q$
2. $Q \Rightarrow P$

यहां संभव है कि $P \Rightarrow Q$ और $Q \Rightarrow P$ दोनों ही सत्य हैं। अतः जब $P \Rightarrow Q$ और $Q \Rightarrow P$ है तो हम $P \Leftrightarrow Q$ लिखते हैं और कहते हैं "P if and only if Q". यह स्थिति सत्य है तो हम कह सकते हैं कि P और Q तुल्य (equivalent) हैं।

निहितार्थ (implication) को तर्क वाक्यों पर संक्रिया (V, Λ) के द्वारा भी लिखा जा सकता है। निहितार्थ की संकेतात्मक परिभाषा है =

$P \Rightarrow Q = -PVQ$

तब देखा जाता है कि

$P \Rightarrow Q = -PVQ = QV - P = -Q \Rightarrow -P$

इसलिए $P \Rightarrow Q$ और $Q - Q \Rightarrow -P$ तुल्य है

या $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (-Q \Rightarrow -P)$

यह तुल्य कथन Contrapositive कहलाते हैं।

[Contrapositive–The inverse of converse of a given proposition]

परिमाणवाचक शब्दों तथा वेन चित्रों का प्रयोग (Use of Quantifiers and Venn Diagram)

☛ **परिमाणवाचक शब्दों (Quantifiers) तथा वेन चित्रों का गणित में क्या प्रयोग है?**

उत्तर : परिमाणवाचक शब्द : विभिन्न तर्क वाक्यों को लिखना संभव है किंतु सभी कथनों को हम तर्कवाक्य के रूप में लिखना चाहे तो ये संभव नहीं है। परिमाणवाचक शब्द, तर्क वाक्यों (Propositions) के क्षेत्र का विशिष्टीकरण करते हैं।

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

कुछ जटिल गणितीय कथनों का निर्माण करने के लिए परिमाणवाचकों का प्रयोग किया जाता है।

(i) There exists, को ∃ द्वारा

(ii) for all को ∀ द्वारा लिखा जाता है।

यदि P (x) एक विधेय (Predicate) है, तब

- ∃x : P (x) का अर्थ है "There exists an x such that P (x) holds."
- ∀x : P (x) का अर्थ है "for all x, it is the case that P (x) holds."

उदाहरणार्थ; यदि x का एक वास्तविक संख्या (Real number) को प्रदर्शित करता है तब

- $\exists x : x^2 = 4$ सत्य है, जबकि x का मान 2 है जिसके लिए $x^2 = 4$ है। दूसरे शब्दों में, $\forall x : x^2 = 4$ स्पष्ट रूप से असत्य है, क्योंकि सभी संख्या का वर्ग 4 के बराबर नहीं है।
- $\forall x : x^2 + 1 > 0$ सत्य है लेकिन $\forall x : x^2 > 2$ असत्य है। जैसे x = 1 इस विधेय को संतुष्ट नहीं करता। जबकि $\exists x : x^2 > 2$ सत्य है जबकि x = 2 इस विधेय को संतुष्ट करता है।

परिमाणवाचकों के प्रकार (Types of Quantifiers)

तर्क वाक्य से संबंधित दो प्रकार के परिमाणवाचक है :

(i) सार्वत्रिक परिमाणवाचक (Universal Quantifier)

(ii) अस्तित्वात्मक परिमाणवाचक (Existential Quantifier)

(i) सार्वत्रिक परिमाणवाचक (Universal Quantifier) : सार्वत्रिक परिमाणवाचक को ∀ द्वारा प्रदर्शित करते हैं। यह तर्कवाक्य को विस्तार से समझने के प्रयोग में लाया जाता है। जैसे—गणित में एक कथन है कि "प्रत्येक प्राकृत संख्या का उत्तरपद होता है।" (Every natural number has a successor) भाषायी तत्त्व से परिमाणवाचक जैसे "प्रत्येक" (Every) प्राप्त किया जाता है।

"सभी व्यक्ति अच्छे हैं।" (All people are good.)

इसे संकेतात्मक रूप में परिमाणवाचक का प्रयोग करके लिखा जा सकता है।

माना P (x) एक कथन है "x is good" तब तर्क वाक्य को लिखा जा सकता है कि "∀ x is a person, P (x)."

(ii) अस्तित्वात्मक परिमाणवाचक (Existential Quantifier) : अस्तित्वात्मक परिमाणचक को ∃ द्वारा प्रदर्शित करते हैं। इस परिमाणवाचक को भी तर्कवाक्य को विस्तार से समझने में प्रयोग लाया जाता है। उदाहरण के लिए, तर्कवाक्य "There exist good people" को संकेतात्मक रूप में इस प्रकार लिख सकते हैं।—"∃ a person x such that P (x)"

उपरोक्त दोनों परिमाणवाचकों का प्रयोग तर्क वाक्यों को लिखने में एक साथ करना अत्यंत उपयोगी है। उदाहरणार्थ तर्कवाक्य "For any real number x, there is a real rumber that is greater than x" को संकेतात्मक रूप में इस प्रकार लिखेंगे "∀ real number x, ∃ a real number y such that y > x."

- परिमाणवाचक का प्रयोग करके प्रतीकात्मक रूप में लिखें :

(i) The square of every real number is non-negative.

(ii) The square root of any positive number is real number.

(iii) Every real number has an additive inverse.

(iv) Every non- constant linear function has a zero.

वेन चित्र या आरेख (Venn Diagrams)

ब्रिटिश गणितज्ञ और तर्कशास्त्री जॉन वेन (1834-1923) ने ज्यामिति की सहायता से समुच्चय सिद्धान्त की धारणाओं को समझने और व्यक्त करने की विधि का निर्माण किया। इस संदर्भ में उन्होंने

रेखाचित्रों का प्रयोग किया जिन्हें वेन चित्र या वेन आरेख (Venn Diagram) के नाम से जाना जाता है। वेन चित्र या आरेखों में—

(1) सार्वत्रिक समुच्चय U को एक आयत से घिरे हुए क्षेत्र (Closed Rectangular Region) के द्वारा दिखाया जाता है।

(2) समुच्चयों जैसे A, B, C आदि को इस आयत के अन्दर वृत्तों से दर्शाया जाता है। वृत्तों के अन्दर का क्षेत्र उस समुच्चय के अवयवों को व्यक्त करता है।

वेन आरेख की सहायता से भी हम समुच्चयों की संक्रियाएं आसानी से समझ सकते हैं जैसे—

(1) समुच्चयों का संघ :

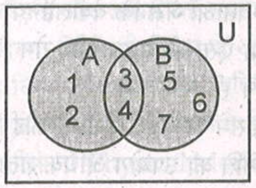
यदि A = {1, 2, 3, 4}

B = {3, 4, 5, 6, 7}

A ∪ B दर्शायें।

A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

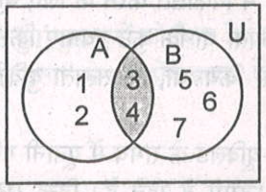
जोकि छायांकित क्षेत्र द्वारा प्रदर्शित किया गया है।



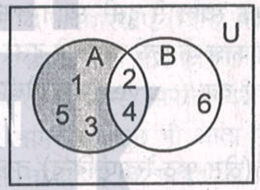
(2) समुच्चयों का प्रतिच्छेदन : उपरोक्त समुच्चयों से ही—

A ∩ B = {3, 4}

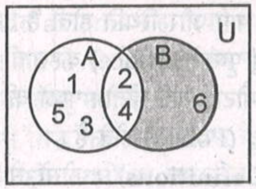
A ∩ B को छायांकित क्षेत्र द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं।



(3) समुच्चयों का अन्तर : समुच्चयों का अन्तर भी हम वेन आरेख द्वारा प्रदर्शित कर सकते हैं। जैसे—A = {1, 2, 3, 4, 5} और B = {2, 4, 6}



(A – B)



(B – A)

{एक नया समुच्चय जिसके अवयव A में तो हैं किन्तु B में नहीं हैं A – B द्वारा प्रदर्शित किया जायेगा}

∴ A – B = {1, 3, 5} इसी प्रकार

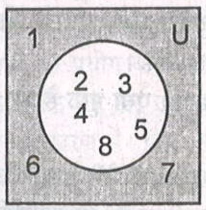
B – A = {6}

(4) समुच्चयों का पूरक :

यदि U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

A = {2, 3, 4, 5, 8}

A' वेन चित्र द्वारा दर्शायें।



A' = {1, 6, 7}

BMD COLLEGE OF EDUCATION
BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

A Mathematical Theorem and Its Variants : Converse, Inverse and Contra Positive Proofs and Types of Proof

☛ **गणित की संरचना में स्वयंसिद्ध, परिभाषाएं तथा प्रमेय किस प्रकार सहयोगी हैं?**

उत्तर : गणित का विकास और अनुप्रयोग विश्व के सभी स्थानों पर होता रहा। परंतु यह बड़े अव्यवस्थित प्रकार से हो रहा था। प्राचीन विश्व में, गणित के विकास का ज्ञान एक पीढ़ी से दूसरी पीढ़ी को या तो मौखिक रूप से या ताड़ के वृक्ष की पत्तियों पर लिखे संदेशों या कुछ अन्य विधियों द्वारा दिया जाता रहा। साथ ही कुछ सभ्यताओं जैसे कि बेबीलोनिया में, ज्यामिति एक अत्यधिक व्यावहारिक दृष्टिकोण वाले विषय तक सीमित रही तथा ऐसा ही भारत और रोम में रहा। मिश्रवासियों द्वारा विकसित की गई ज्यामिति में मुख्यतः परिणामों के कथन ही निहित थे।

इसमें अन्य विधियों के कोई व्यापक नियम नहीं दिए गये। वस्तुतः बेबीलोन और मिस्रवासियों दोनों ही ने ज्यामिति का उपयोग अधिकांशतः व्यावहारिक कार्यों के लिए ही किया था तथा उसको एक क्रमबद्ध विज्ञान के रूप में विकसित करने के लिए बहुत ही कम काम किया। परंतु यूनान जैसी सभ्यताओं में इस तर्क पर बल दिया जाता था कि कुछ रचनाएं किस प्रकार हो जाती हैं। यूनानियों की अभिरुचि उन कथनों, जिनको उन्होंने स्थापित किया था, कि सत्यता युक्तियुक्त तर्क (Dueductive Reasoning) का उपयोग करके जांचने में थी।

यूक्लिड के समय में यूनानी गणितज्ञों ने ज्यामिति को उस विश्व का एक सिद्धांतीय प्रतिमान (Model) सोचा जिसमें वे रहते हैं। बिन्दू (Point), रेखा (line), तल (Plane) या पृष्ठ (Surface) इत्यादि की अवधारणाएं अपने आसपास की वस्तुओं से स्थापित की गईं। आकाश (Space) और उनके आसपास के ठोसों के अध्ययनों के आधार पर एक ठोस वस्तु की सिद्धांतीय ज्यामितीय अवधारणा विकसित की गई। एक ठोस का आकार होता है, माप और स्थिति होती है तथा उसे एक स्थान से दूसरे स्थान तक ले जाया जा सकता है। इसकी परिसीमाएं पृष्ठ (Surface) कहलाती हैं। ये आकाश के एक भाग को दूसरे भाग से पृथक् करती है और इनकी कोई मोटाई नहीं होती। पृष्ठों की परिसीमाएं वक्र (curves) या सीधी रेखाएं होती हैं। इन रेखाओं के सिरे बिन्दु (Points) होते हैं।

परिभाषाएं (Definitions) : ठोसों से बिन्दुओं (ठोस-पृष्ठ-रेखाएं-बिन्दू) तक के तीन चरणों का अध्ययन करने पर हम पाते हैं कि प्रत्येक चरण में एक विस्तार अर्थात् विमा (Dimension) कम हो जाता है। जैसे—ठोस की तीन विमाएं होती हैं, एक पृष्ठ की दो विमाएं, एक रेखा की एक विमा होती है। यूक्लिड ने इन कथनों को संक्षिप्त रूप से **परिभाषाओं** के रूप में प्रस्तुत किया।

उन्होंने अपने इस रहस्योद्घाटनों का प्रारम्भ "एलीमेंट्स" की पुस्तक 1 में 23 परिभाषाएं (Definitions) देकर किया। इनमें से कुछ परिभाषाएं निम्न हैं—

1. एक **बिन्दु** (Point) वह है जिसका कोई भाग नहीं होता।
2. एक **रेखा** (Line) चौड़ाई रहित लम्बाई होती है।
3. एक रेखा के सिरे बिन्दु होते हैं।
4. एक **सीधी रेखा** ऐसी रेखा है जो स्वयं पर बिन्दुओं के साथ सपाट रूप से स्थित होती है।
5. एक पृष्ठ (Surface) वह है जिसकी केवल लम्बाई और चौड़ाई होती है।
6. पृष्ठ के किनारे (Edge) रेखाएं होती हैं।
7. एक समतल पृष्ठ (Plane Surface) ऐसा पृष्ठ है जो स्वयं पर सीधी रेखाओं के साथ सपाट रूप से स्थित होता है।

उपरोक्त परिभाषाओं से हम पाते हैं कि कुछ पदों जैसे भाग, चौड़ाई, लम्बाई, सपाट रूप से, इत्यादि को स्पष्ट रूप से आगे और अधिक समझाने की आवश्यकता है। उदाहरणार्थ यूक्लिड द्वारा दी गई बिन्दु की परिभाषा में 'एक भाग' को परिभाषित करने की आवश्यकता है। मान लीजिए कि हम परिभाषित करें कि एक भाग

वह है जो 'क्षेत्र' घेरता है, तो हमें पुनः 'क्षेत्र' को परिभाषित करने की आवश्यकता होगी। अतः एक वस्तु को परिभाषित करने के लिए कई वस्तुओं को परिभाषित करने की आवश्यकता होती है और बिना किसी अंत के परिभाषाओं की एक लम्बी श्रृंखला प्राप्त हो सकती है। इन्हीं कारण गणितज्ञों ने कुछ ज्यामितीय पदों को अपरिभाषित (Underfined) मान लिया। इस विधि से, हम एक बिन्दु की ज्यामितीय संकल्पना का ऊपर दी हुई 'परिभाषा' की तुलना में एक बेहतर अंतर्ज्ञानात्मक आभास प्राप्त करेंगे। इसलिए हम बिन्दु को एक सूक्ष्म बिंदी (dot) से निरूपित करते हैं, परंतु इस सूक्ष्म बिंदी की कुछ न कुछ विमा (माप/Dimensions) अवश्य होती है।

इसी प्रकार की समस्या उपरोक्त परिभाषा 2 में भी आती है। इसमें चौड़ाई और लम्बाई का संदर्भ आता है और इनमें से किसी को भी पहले परिभाषित नहीं किया गया है। इसी कारण, किसी भी विषय के अध्ययन के लिए कुछ पदों को अपरिभाषित रखा गया है। इसलिए ज्यामिति में हम बिन्दु, रेखा और तल (यूक्लिड के शब्दों में समतल पृष्ठ) को अपरिभाषित शब्दों के रूप में मानकर चलते हैं। केवल यह बात अवश्य है कि हम इन्हें अंतर्ज्ञानात्मक रूप से निरूपित कर सकते हैं अथवा वस्तुओं (भौतिक प्रतिमानों Physical Model) की सहायता से स्पष्ट कर सकते हैं।

अभिगृहीत अथवा स्वयंसिद्ध (Axioms) : यूक्लिड ने परिभाषाएं देते हुए कुछ गुणों को बिना सिद्ध किए सत्य कथन मानने की कल्पना की। ये कथन वास्तव में "स्पष्टतः सर्वव्यापी सत्य" थे। उन्होंने इनको दो वर्गों में विभाजित किया। ये वर्ग थे—

1. अभिगृहीत (Axioms)
2. अभिधारणाएं (Postulates)

"अभिधारणा" शब्द का प्रयोग उन कल्पनाओं के लिए किया जाता है जो विशिष्ट रूप से ज्यामिति से सम्बन्धित थी।

दूसरी ओर सामान्य अवधारणाएं (जिन्हें प्रायः अभिगृहीत axioms कहा गया) वे कल्पनाएं थीं, जिन्हें निरंतर गणित में प्रयोग किया गया और जिनका केवल ज्यामिति से ही विशेष संबंध नहीं था।

अभिगृहीत वे कथन हैं, जिन्हें आपत्ति बिना सत्य मान लिया गया है।

गणित में हमारे सामने जो कुछ भी आता है, क्या उसे सिद्ध करना आवश्यक है, और यदि नहीं, तो क्यों नहीं? वास्तविकता तो यह है कि गणित का प्रत्येक क्षेत्र कुछ कथनों पर आधारित होता है, "जिन्हें हम सत्य मान लेते हैं और उन्हें सिद्ध नहीं करते। ये "स्वप्रमाणित सत्य" हैं जिन्हें हम बिना उपपत्ति के सत्य मान लेते हैं। इन कथनों को अभिगृहीत (axioms) कहा जाता है।

Note : आजकल अभिगृहीतों और अभिधारणाओं के बीच कोई भेद नहीं रखा जाता है।

उदाहरण के लिए युक्लिड की पहली अभिधारणा है :

"किसी एक बिन्दु से किसी अन्य बिन्दु तक एक सरल रेखा खींची जा सकती है।"

और उनकी तीसरी अभिधारणा है :

"कोई भी केंद्र और कोई भी त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींचा जा सकता है।"

ये कथन पूर्णतः सत्य दिखाई पड़ते हैं और यूक्लिड ने इन्हें सत्य मान लिया था। उन्होंने इसे सत्य इसलिए मान लिया था, क्योंकि हम प्रत्येक तथ्य को सिद्ध नहीं कर सकते और हमें कहीं न कहीं से तो प्रारंभ करना ही पड़ता है। इसके लिए हमें कुछ कथनों की आवश्यकता होती है, जिन्हें हम सत्य मान लेते हैं और फिर इन अभिगृहीतों पर आधारित तर्क के नियमों का प्रयोग करके हम अपने ज्ञान का निर्माण कर सकते हैं।

अब यह प्रश्न उठना स्वाभाविक है कि तब हम उन सभी कथनों को स्वीकार क्यों नहीं कर लेते जो स्व-प्रामाणिक प्रतीत होते हैं। इसके अनेक कारण हैं। प्रायः हमारा अन्तर्ज्ञान गलत सिद्ध हो सकता है; चित्र या प्रतिरूप हमें धोखा दे सकते हैं और फिर हमारे सामने केवल एक ही विकल्प बच जाता है कि दिए हुए तथ्य को सिद्ध करें। उदाहरण के लिए हममें से अनेक व्यक्ति यह विश्वास करते हैं कि एक संख्या को अन्य संख्या से गुणा करें, तो प्राप्त परिणाम दोनों संख्याओं से बड़ा होगा। परंतु हम जानते हैं कि यह सदैव सत्य

BMD COLLEGE OF EDUCATION LEARN. BELIEVE. ACHIEVE. EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

नहीं होता है। उदाहरण के लिए, $15 \times 0.3 = 4.5$ है जो कि 15 से कम है।

अपने अंतर्ज्ञान के आधार पर यदि हम वे अभिगृहीत ले जो स्वप्रमाणित दिखाई पड़ते हैं फिर भी संभव है कि बाद में चलकर हमें पता चल सकता है कि अमुक अभिगृहीत सत्य नहीं है। इस संभावना से बचाव के लिए हम निम्नलिखित चरण अपनाते हैं–

(i) अभिगृहीतों (axioms) की संख्या कम से कम रखिए। उदाहरण के लिए, यूक्लिड के केवल अभिगृहीतों और 5 अभिधारणायों के आधार पर हम सैंकड़ों परिणाम व्युत्पन्न कर सकते हैं।

(ii) सुनिश्चित हो जाइये कि अभिगृहीत संगत (अवरोधी) (Consistent) हैं। हम अभिगृहीतों के संग्रह को असंगत (Inconsistent) तब कहते हैं जबकि हम इनका प्रयोग करते हुए, यह सिद्ध कर लें कि इनमें से एक अभिगृहीत सत्य नहीं है। उदाहरण के लिए, निम्नलिखित दो कथन लीजिए। यहां हम यह दिखाएंगे कि ये कथन असंगत हैं।

कथन I : कोई भी पूर्ण संख्या अपनी परवर्ती संख्या के बराबर नहीं होती है।

कथन II : एक पूर्ण संख्या को शून्य से भाग देने पर एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

(शून्य से दिया गया भाग परिभाषित नहीं है, परन्तु एक क्षण के लिए यह मान लीजिए कि ऐसा संभव है।)

कथन 2 से हमें $1/0 = a$ प्राप्त होता है, जहां a एक पूर्ण संख्या है। इससे यह पता चलता है कि $1 = 0$ है। परंतु कथन 1 को जो कहता है कि कोई भी पूर्ण संख्या अपनी परवर्ती (अगली) पूर्व संख्या के बराबर नहीं होती, यह असत्य सिद्ध कर देता है।

(iii) कभी न कभी एक असत्य अभिगृहीत के कारण अंतर्विरोध अवश्य होगा। हम अंतर्विरोध तब मानते हैं जबकि हमें एक ऐसा कथन प्राप्त होता है, जिससे कि कथन और उसका निषेध (Negation) दोनों ही सत्य हो जाएं। उदाहरण के लिए, ऊपर दिए गए कथन 1 और कथन 2 को पुनः लीजिए।

कथन I से हम यह परिणाम व्युत्पन्न कर सकते हैं कि $2 \neq 1$ है। अब आप $y^2 - y^2$ लीजिए। इसका गुणनखण्ड हम दो विधियों से कर सकते हैं :

(i) $y^2 - y^2 = y(y - y)$

(ii) $y^2 - y^2 = (y - y)(y + y)$

अतः $y(y - y) = (y - y)(y + y)$ [(y – y) दोनों पक्षों से हटाने पर]

$y = (y + y)$

$y = 2y$

$1 = 2$

अतः कथन $2 \neq 1$ और इसका निषेध $2 = 1$ दोनों ही सत्य हैं। यह एक अंतर्विरोध है। यह अंतर्विरोध असत्य अभिगृहीत के कारण है, जो यह है कि एक पूर्ण संख्या को 0 से भाग देने पर एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

अतः हम जिन कथनों को, अभिगृहीत मानते हैं, उसके लिए बहुत सोच-विचार और अंतर्दृष्टि की आवश्यकता होती है। इस संबंध में हमें यह अवश्य सुनिश्चित कर लेना चाहिए कि इनमें कोई असंगतता या तर्कसंगत अंतर्विरोध न हो, फिर भी, कभी-कभी अभिगृहीतों या अभिधारणाओं के चयन से कुछ नए तथ्यों का पता लगता है।

प्रमेय (Theorems)

अभिधारणाओं और अभिगृहीतों का प्रयोग अन्य परिणामों को सिद्ध करने में किया जा सकता है। फिर इन परिणामों का प्रयोग करके, निगमनिक तर्कण (deductive reasoning) द्वारा कुछ और परिणामों को सिद्ध किया जा सकता है। जिन कथनों को सिद्ध किया जाता है वे साध्य (Propositions) या प्रमेय (Theorems) कहलाती हैं। यूक्लिड ने अपनी अभिगृहीतों, अभिधारणाओं, परिभाषाओं और पहले सिद्ध की

गई प्रमेयों का प्रयोग करके एक तार्किक शृंखला में 465 साध्य निगमित (deduce) किये। अतः "उस गणितीय कथन को, जिसकी सत्यता स्थापित (या सिद्ध) कर दी गई है, प्रमेय कहा जाता है।

गणितीय कथनों का मान्यकरण प्रक्रम : उपपत्ति, प्रत्युदाहरण और कन्जेक्चर (Validation Process of Mathematical Statement : Proof, Counter, Example, Conjecture)

☛ मान्यकरण (Validation) से आप क्या समझते हैं?

हम गणित के अन्तर्गत वास्तविक जगत से जुड़ी कई समस्याओं को हल करते हैं। जैसे–साधारण ब्याज के प्रश्न संबंधित सूत्र का प्रयोग करके हल किये जाते हैं।

$$\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$$

यह सूत्र ब्याज तथा इससे संबंधित अन्य तीन राशियों अर्थात् मूलधन, ब्याज दर और अवधि के बीच एक संबंध को प्रदर्शित करता है। यह सूत्र गणितीय प्रतिरूप या निदर्श (Mathematical Model) का एक उदाहरण है। गणितीय निदर्श (प्रतिरूप) एक गणितीय संबंध होता है जो वास्तविक जीवन से जुड़ी किसी स्थिति की व्याख्या करता है।

गणितीय निदर्शों का प्रयोग वास्तविक जीवन से जुड़ी अनेक स्थितियों का हल ज्ञात करने में किया जाता है, जैसे–

* बड़े शहरों में ट्रैफिक जाम को कम करना।
* वाहनों से होने वाले प्रदूषण को नियंत्रित करना।
* उपग्रह छोड़ना।

गणितीय निदर्शन (Mathematical Modelling) में हम वास्तविक जीवन से जुड़ी एक समस्या लेते हैं और इसे एक तुल्य गणितीय समस्या के रूप में लिखते हैं। फिर हम गणितीय समस्या का हल करते हैं और इसके हल की व्याख्या वास्तविक जीवन से जुड़ी समस्या के पदों में करते हैं। इसके बाद, हम देखते हैं कि यह हल वास्तविक जीवन से जुड़ी समस्या के संदर्भ में, किस सीमा तक मान्य है। अतः गणितीय निदर्शन में लागू होने वाले चरण निम्नलिखित हैं–

(i) सूत्रण (Formulation)
(ii) हल (Solution)
(iii) निर्वचन (व्याख्या) Interpretation
(iv) मान्यकरण (Validation)

मान्यकरण (Validation)

वास्तविक जीवन से जुड़ी स्थिति में, हम उस निदर्श को स्वीकार नहीं कर सकते जिससे प्राप्त उत्तर वास्तविकता से मेल नहीं खाता हो। वास्तविकता के विरुद्ध उत्तर की जांच करने और यदि आवश्यक हो तो, गणितीय वर्णन में अपरिवर्तन (modification) करने के इस प्रक्रम को मान्यकरण कहा जाता है।

इसे एक उदाहरण के माध्यम से हम भली-भांति समझा सकते हैं।

उदाहरण : मान लीजिए आपके पास 8 मीटर लम्बा और 5 मीटर चौड़ा एक कमरा है। आप इस कमरे के फर्श पर 40 सेमी. भुजा वाली वर्गाकार टाइलों को लगवाना चाहते हों। इसके लिए कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी? एक गणितीय निदर्श बनाकर इसे हल कीजिए।

हल : सूत्रण (Formulation) : इस समस्या को हल करने के लिए, हमें कमरे का क्षेत्रफल और एक

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

टाइल का क्षेत्रफल लेना होता है। टाइल की एक भुजा की लम्बाई 0.4 मीटर है। चूंकि कमरे की लम्बाई 8 मीटर है, इसलिए कमरे की लम्बाई के अनुदिश एक पंक्ति में $8/0.4 = 20$ टाइलें लगाई जा सकती हैं।

पुनः चूंकि कमरे की चौड़ाई 5 मीटर है और $5/0.4 = 12.5$ है। अतः एक स्तंभ में हम 12 टाइलें लगा सकते हैं। अब $12 \times 0.4 = 4.8$ है। इसलिए चौड़ाई के अनुदिश $5 - 4.8 = 0.2$ मीटर स्थान पर टाइलें नहीं लगी होंगी।

इस खाली भाग में साइज के अनुसार टाइलों को काटकर लगाना होगा। टाइल से बिना ढके फर्श की चौड़ाई 0.2 मीटर है, जो टाइल की लम्बाई 0.4 मीटर के आधे के बराबर है। अतः हम एक टाइल को दो बराबर भागों में बांट शेष भाग को ढकने में प्रयोग कर सकते हैं।

गणितीय वर्णन :

आवश्यक टाइलों की कुल संख्या = (लम्बाई के अनुदिश टाइलों की संख्या × चौड़ाई में टाइलों की संख्या) + बिना ढके हुए क्षेत्र पर टाइलों की संख्या.....(1)

हल : जैसा कि ऊपर बताया गया है कि लंबाई के अनुदिश टाइलों की संख्या 20 है और चौड़ाई के अनुदिश टाइलों की संख्या 12 है। अंतिम पंक्ति के लिए, हमें 20 और टाइलों की आवश्यकता होगी।

इन मानों को (1) से प्रतिस्थापित करने पर

$$(20 \times 12) + 20 = 240 + 20 = 260$$

निर्वचन (व्याख्या) (Interpretation) : फर्श पर लगाने के लिए 260 टाइलों की आवश्यकता होगी।

मान्यकरण (Validation) : व्यावहारिक जीवन में आपका मिस्त्री आपसे कुछ और टाइल मांग सकता है; क्योंकि साइज के अनुसार काटते समय कुछ टाइलें टूट-फूट जाती हैं। टाइलों की संख्या आपके मिस्त्री की कार्यकुशलता पर भी निर्भर करती है। परन्तु, इसके लिए समीकरण (1) का अपरिवर्तन (Modification) करने की आवश्यकता नहीं है। इससे हमें एक स्थूल अनुमान (rough estimate) मिल जाता है कि कितनी टाइलों की आवश्यकता होगी।

☛ गणितीय उपपत्ति (Mathematical Proof) क्या है?

गणितीय उपपत्ति को समझने से पूर्व सत्यापन (Verification) और उपपत्ति (Proof) के बीच अंतर को समझना आवश्यक है। गणित में उपपत्तियों का अध्ययन करने से पहले कथनों को सत्यापित करने के लिए कहा जाता है। उदाहरण के लिए,

उदाहरणों के साथ यह सत्यापित कीजिए कि "दो समसंख्याओं का योगफल सदैव एक सम संख्या होती है।" इसके लिए आप यदृच्छया दो सम संख्या ले सकते हैं। मान लीजिए वे संख्याएं 40 और 60 ली जा सकती हैं और जांच की जा सकती है कि $40 + 60 = 100$ एक सम संख्या है। इस तरह के और उदाहरण लेकर भी आप यह क्रिया कर सकते हैं।

आपको कक्षा में अनेक त्रिभुज खींचने और इनके अंतःकोणों का योग अभिकलित करने के लिए कहा जा सकता है। मापन में त्रुटियां न होने पर त्रिभुज के अंतःकोणों का योग 180° होता है।

ऐसी अनेक समस्याएं हैं, जिनका सत्यापन करता है। इसकी सहायता से आप यह तो कह सकते हैं कि जिस कथन को आप सही मानते हैं वह सत्य है, परंतु आप इस बात से सुनिश्चित नहीं हो सकते कि यह सभी स्थितियों के लिए सत्य है। उदाहरण के लिए सम संख्याओं के सभी युग्मों का योगफल समसंख्या ही है।

प्रायः सत्यापन भी भ्रामक हो सकते हैं।

उदाहरण के लिए एक पास्कल त्रिभुज लीजिए।

☛ गणित के अध्ययन में प्रयुक्त विविध प्रत्यक्ष एवं परोक्ष प्रमाण (Proof) देने वाली विधियों की संक्षेप में चर्चा कीजिए।

उत्तर : गणित में प्रमाण या उत्पत्ति का प्रयोग करके प्रकथनों और तर्कवाक्यों (Proposition) को सिद्ध किया जाता है। गणित में मुख्य रूप से दो प्रकार के प्रमाण या उपपत्ति हैं–

(i) प्रत्यक्ष प्रमाण (Direct Proof)

(ii) अप्रत्यक्ष प्रमाण (Indirect Proof)

प्रत्यक्ष प्रमाण (Direct Proof)

$p = q$ सिद्ध करने के लिए जब हम किसी तर्कवाक्य p से आरंभ करके क्रमबद्ध रूप से तर्क और प्रमेय का प्रयोग करके q तक पहुंच जायें तो प्रमाण की यह विधि प्रत्यक्ष प्रमाण विधि कहलाती है।

उदाहरण

(a) सिद्ध करना है–यदि m और n विषम पूर्णांक हैं तब m + n एक समपूर्णांक है।

प्रमाण (Proof)–माना m और n विषम पूर्णांक है तब m और n को इस प्रकार लिखा जा सकता है–

$m = 2a + 1$

$n = 2b + 1$

यहां a तथा b भी पूर्णांक हैं।

$m + n = (2a + 1) + (2b + 1)$

$= 2a + 2b + 2$

$= 2(a + b + 1)$

चूंकि $(m + n)$, किसी अन्य पूर्णांक $(a + b + 1)$ का दुगुना है

$\therefore$ $(m + n)$ एक समपूर्णांक हैं।

(b) सिद्ध करना है–यदि m और n कोई दो विषम प्राकृत संख्याएं हैं तो उनका गुणनफल mn भी एक विषम प्राकृत संख्या होगी।

प्रमाण–कोई विषम प्राकृत संख्या संकेत रूप में $(2a + 1)$ तथा $(2b + 1)$ से प्रकट की जा सकती हो। जबकि a और b कोई प्राकृत संख्या है।

$m - 2a + 1n = 2b + 1$

इनका गुणनफल $m.n = (2a + 1)(2b + 1)$

$= 4ab + 2a + 2b + 1$

$= 2(2ab + a + b) + 1$

$= 2P + 1$ $(P = 2ab + a + b)$

यह एक प्राकृत संख्या है।

इसलिए दी हुई संख्याओं को गुणनफल एक विषम प्राकृत संख्या है इस प्रकार के प्रमाण में निम्न दो नियमों का उपयोग किया जाता है–

- **प्रकथनों को अलग करने का नियम (Principle of Detachment) :** यदि कोई सत्य प्रकथन p दिया है तो एक सत्य परिणाम (Implication) के द्वारा हम एक सत्य कथन q पर जा पहुंचते हैं। यह तथ्य इस बात पर आधारित है कि–
  "एक सत्य प्रकथन के परिणामस्वरूप एक असत्य प्रकथन उत्पन्न नहीं हो सकता।"
- **प्रतिस्थापन नियम (Principle of Substitution) :** यदि p और q कोई दो तुल्य प्रकथन है तो किसी भी उपपत्ति के दौरान हम एक प्रकथन को उसके तुल्य प्रकथन से प्रति स्थापित कर सकते हैं और ऐसा करने से सत्यमान (Truth value) में कोई अंतर नहीं आता।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

अप्रत्यक्ष प्रमाण विधि
(Indirect Proof Method or Contrapositive Proof)

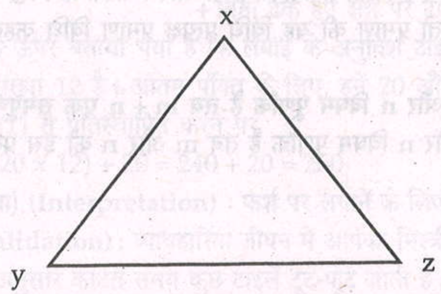
यदि किसी प्रकथन को प्रत्यक्ष रूप से प्रमाणित करना कठिन हो तो उसे अप्रत्यक्ष प्रमाण विधि द्वारा प्रमाणित किया जा सकता है।

उदाहरण :

(a) समस्या : अगर किसी त्रिभुज में एक कोण दूसरे से बड़ा है तो बड़े कोण के सामने की भुजा बड़ी होगी। संकेत रूप में–

$p : <= > < y$ (दिया हुआ है।)

$q : xy > xz$ (सिद्ध करना है।)



प्रमाण (Proof) : यदि xy, xz से बड़ी नहीं है तो या तो यह इसके बराबर होती अथवा छोटी।

(i) यदि xy, xz से छोटी है तो $\angle z < \angle y$ (यह सत्य नहीं है।)

(ii) यदि xy, xz के बराबर है तो $\angle z < \angle y$ (जो सत्य नहीं है।)

इसलिए $xy > xz$

उपरोक्त प्रमाण में हम देखते हैं कि $p \Rightarrow q$ को प्रमाणित करने के स्थान पर $\sim q \Rightarrow \sim p$ (negation of $q \Rightarrow$ negation of p) को प्रमाणित किया गया है। दूसरे शब्दों में हमने यह सिद्ध किया कि अगर xy, xz से बड़ी नहीं है तो $\angle z < \angle y$ से बड़ा नहीं होगा।

उपरोक्त प्रमाण की तरह के सभी प्रमाण अप्रत्यक्ष प्रमाण विधि (Contrapositive) में आते हैं।

विरोधाभास से प्रमाण (Proof by Contradiction) :

उदाहरण : सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रमाण (Proof)–माना $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore \quad \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ जहां p और q सह अभाज्य संख्या है तथा $q \neq 0$

$\therefore \quad p = \sqrt{5}q$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$p^2 = \sqrt{5}q$ ...(i)

अतः स्पष्ट है कि p^2, 5 से विभाजित हो सकती है।

$\therefore \quad$ p भी 5 से भाज्य है।

पुनः माना $p = 5r$

'p' का मान समीकरण (i) में रखने पर

$(5r)^2 = 5q^2$

$25r^2 = 5q^2$

$q^2 = 5r^2$ ...(ii)

अतः स्पष्ट है कि q^2, 5 से विभाजित हो सकता है।

$\therefore \quad$ q भी 5 से भाज्य संख्या है।

उपरोक्त समीकरण (i) तथा (ii) से स्पष्ट है कि p तथा q दोनों ही 5 से भाज्य हैं, परंतु p तथा q सह अभाज्य संख्याएं हैं।

अतः यहां विरोधाभास उत्पन्न होता है।

$\therefore$ हमारी कल्पना गलत है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अप्रत्यक्ष प्रमाण देने की विभिन्न विधियाँ
(Different Modes of Indirect Proof)

गणित में अप्रत्यक्ष प्रमाण देने के लिए कई तरीके अपनाने पड़ते हैं। इन तरीकों में एक संप्रत्यय प्रतिवाद (Negation) का प्रयोग किया जाता है।

प्रतिवाद (Negation) अथवा असहमति वाक्य : किसी कथन p के प्रतिवाद को ~p के रूप में लिखते हैं और p नहीं (not p) के रूप में बोलते हैं। कथन और इसके असहमति कथन के लिए निम्न उदाहरण दिए जा सकते हैं।

उदाहरण-1 :	कथन p	: आज शुक्रवार है।
	प्रतिवाद ~p	: आज शुक्रवार नहीं है।
उदाहरण-2 :	कथन p	: रिक्त समुच्चय (ϕ) का प्रत्येक अवयव किसी समुच्चय (s) का भी अवयव है।
	प्रतिवाद ~p	: रिक्त समुच्चय में किसी अवयव का अस्तित्व है जो s का अवयव नहीं है।

इसी प्रकार किसी कथन के प्रतिवाद का भी प्रतिवाद हो सकता है जिसे ~ (~p) प्रतिवाद का प्रतिवाद (Negation of its negation) कहते हैं। उदाहरण 2 में प्रतिवाद का प्रतिवाद निम्न रूप से होगा :

~(~p) : रिक्त समुच्चय में कोई भी अवयव ऐसा नहीं जो s का अवयव न हो।

किसी कथन, उसके प्रतिवाद और प्रतिवाद के प्रतिवाद की सत्यमान (Truthvalue) तालिका निम्न प्रकार प्रदर्शित होगी–

P	~P	~ (~P)
T	F	T
F	T	F

तालिका से स्पष्ट होता है कि किसी संदर्भ में अगर कोई कथन सत्य है तो उसका प्रतिवाद अवश्य होगा। जैसे आज शुक्रवार है यदि इस समय सत्य है, तो इसका प्रतिवाद इस समय असत्य होगा। इसके विपरीत यदि मूल कथन असत्य है तो प्रतिवाद सत्य होगा। किसी कथन के प्रतिवाद का सत्यमान उस कथन के बराबर होता है अतः किसी कथन को सत्य या असत्य बताने के लिए उसके प्रतिवाद के प्रतिवाद को सत्य या असत्य सिद्ध करके बताया जा सकता है।

अप्रत्यक्ष प्रमाण की विधियाँ :

(1) किसी कथन के प्रतिवाद को असत्य सिद्ध करना (Proving a Statement by Disproving its Negation) : यह सिद्ध करने के लिए कि आज शुक्रवार है यह सिद्ध किया जा सकता है कि आज शुक्रवार नहीं है, यह कथन असत्य है। अतः किसी कथन P को 'सत्य सिद्ध' करने के लिए उसके प्रतिवाद का असत्य तथा असत्य सिद्ध करने के लिए उसके प्रतिवाद को सत्य सिद्ध करने का इस विधि में प्रयास किया जाता है।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(2) किसी कथन के प्रतिवाद के प्रतिवाद को सत्य सिद्ध करना (Proving a Statement by Proving the Negation of its Negation) : जैसा की ऊपर तालिका में प्रदर्शित किया गया है कि किसी कथन और उसके प्रतिवाद का सत्यमान बराबर होता है। अतः किसी कथन की सत्यता अथवा असत्यता का प्रमाण उसके प्रतिवाद के प्रतिवाद को सत्य अथवा असत्य सिद्ध करके दिया जा सकता है उदाहरणार्थ :

रिक्त समुच्चय (ϕ) का प्रत्येक अवयव किसी समुच्चय (s) का भी अवयव है। इस कथन p को प्रत्यक्ष (Direct Proof) रूप से सिद्ध करना कठिन होगा क्योंकि रिक्त समुच्चय में कोई अवयव ही नहीं होता। जबकि इसके प्रतिवाद के प्रतिवाद (negation of its negation) $\sim(\sim p)$ को आसानी से सिद्ध किया जा सकता है कि रिक्त समुच्चय में कोई भी ऐसा अवयव नहीं है जो s का अवयव न हो। इस अवस्था में हम यही कहेंगे कि $\sim(\sim p)$ सत्य है, परिणामस्वरूप p भी सत्य है।

(3) किसी परिणाम कथन के प्रतिवाद की सत्यता स्थापित करना (Proving an Implication by using its Negation) : किसी कथन के परिणाम के प्रतिवाद की सत्यता स्थापित करके भी कथन का प्रमाण दिया जा सकता है। उदाहरणार्थ–

परिणाम (Implication) :

$p \Rightarrow q$: यदि तूफान आया तो मैं घर पर रहूँगा।

इस कथन के संभावित प्रतिवाद निम्न हो सकते हैं :

(i) $\sim p \Rightarrow \sim q$: यदि तूफान नहीं आया तो मैं घर पर नहीं रहूँगा।

(ii) $p \Rightarrow \sim q$: यदि तूफान आया तो मैं घर पर नहीं रहूँगा।

(iii) $\sim p \Rightarrow \sim q$: यदि तूफान नहीं आया तो मैं घर रहूँगा।

$p \Rightarrow q$: परिणाम का प्रतिवाद इन तीनों में से वहीं होगा जिसका सत्यमान $p \Rightarrow q$: के सत्यमान का उल्टा हो।

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \Rightarrow q$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	T	T	T	F

उपरोक्त तालिका से स्पष्ट है कि $\sim p \Rightarrow q$ कभी भी $p \Rightarrow q$ का प्रतिवाद नहीं हो सकता। यही बात $\sim p \Rightarrow q$ और $p \Rightarrow \sim q$ के लिए भी सिद्ध की जा सकती है। अतः कथन $p \Rightarrow q$ का प्रतिवाद निम्न रूप लेगा : "तूफान आ रहा है और मैं घर नहीं रहूँगा।"

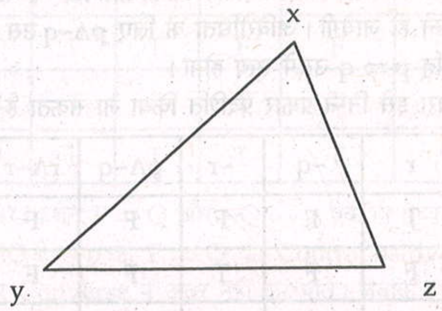
संकेत रूप में इसे $p \wedge \sim q$ कहा जा सकता है। इस तरह $p \Rightarrow q$ को सत्य सिद्ध करने के लिए हमें $p \wedge \sim q$ को सत्य सिद्ध करना होगा।

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \wedge \sim q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow q$
T	T	F	F	F	T	T
T	F	F	T	T	F	F
F	T	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	T	T

उदाहरण : यदि किसी त्रिभुज में एक कोण दूसरे कोण से बड़ा है, तो बड़े कोण के सामने की भुजा बड़ी होगी।

$p : \angle z > \angle y$

$q : xy > xz$



$p \wedge \sim q : \angle z > \angle y$ और $xy \ngtr xz$

$\sim p : \angle z \ngtr \angle y$

प्रमाण : $\angle z > \angle y$ (दिया हुआ है।)

मान लो $xy > xz$ ...एक कल्पना

तो $xy = xz$ या $xy < xz$ ... $\ngtr$ का अर्थ (त्रिविभाग नियम से)

$xy = xz \Rightarrow \angle z \cong \angle y$ } ....$\angle z \ngtr \angle y$

$xy < xz \Rightarrow \angle z < \angle B$

$\angle z \ngtr \angle y$ दिए गए कथन का प्रतिवाद है।

अतः अवश्य ही $xy > xz$

$p \wedge \sim q$ से प्रारम्भ करके हम $\sim p$ पर जा पहुंचे हैं।

क्योंकि $p \wedge \sim q \Rightarrow \sim p \Leftrightarrow p \Rightarrow q$

अतः प्रकथन सिद्ध हो गया।

(4) किसी परिणाम कथन के प्रति धनात्मक प्रकथन को सिद्ध करना (Proving statement by proving its contrapositive) : इस विधि में $p \Rightarrow q$ की सत्यता स्थापित करने के लिए अप्रत्यक्ष रूप से $\sim q \Rightarrow \sim p$ सत्य है, सिद्ध किया जाता है।

सत्यमान तालिका से इसे प्रदर्शित किया जा सकता है।

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow q$
T	T	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

उदाहरण : सिद्ध करो कि x, y, z तीन प्राकृत संख्याओं के लिए $xz = yz \Rightarrow x = y$

विधि : यहां $p : xz = yz$

$q : x = y$ (दिया हुआ है)

सिद्ध करना है $p \Rightarrow q$

सिद्ध करने के लिए $\sim q$ से प्रारंभ करके $\sim p$ तक पहुंच कर सिद्ध कर सकते हैं कि यहां $\sim q \Rightarrow \sim p$ सत्य हैं।

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE.
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(5) $p \wedge \sim q \Rightarrow r \wedge \sim r$ को सिद्ध करके किसी परिणाम कथन $p \Rightarrow q$ की सत्यता स्थापित करना (Proving p = q by showing that $p \wedge \sim q \Rightarrow r \wedge \sim r$) : इस प्रकार के प्रमाण में $p \wedge \sim q \Rightarrow q$ का प्रतिवाद है। यदि $p \wedge \sim q$ को सत्य मानकर हम कथन r और उसका प्रतिवाद ~r दोनों ही उस प्रणाली में सत्य मानें, तो विरोध की स्थिति उत्पन्न हो जायेगी। अविरोधिता के लिए $p \wedge \sim q$ उस प्रणाली में सत्य नहीं हो सकता, अतः उसका प्रतिवाद अर्थात् $p \Rightarrow q$ उसमें सत्य होगा।

सत्यमान तालिका द्वारा इसे निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है–

p	q	r	~q	~r	p∧~q	r∧~r	p∧~q ⇒ r∧~r	p ⇒ q
T	T	T	F	F	F	F	T	T
T	T	F	F	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	F	F	T	T
F	T	F	F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	F	F	T	T
F	F	F	T	T	F	F	T	T

चूंकि इसमें p, q तथा r तीन कथन है और प्रत्येक कथन के सत्यमान की दो संभावनाएं हैं, अतः $2 \times 2 \times 2 = 8$ स्थितियों पर विचार करना होगा। सत्यमान तालिका से हम देखते हैं कि अंतिम दो स्तम्भों में सत्यमान एक जैसे हैं जिससे $p \wedge \sim q \Leftrightarrow r \wedge \sim r$ और $p \Rightarrow q$ कथनों की तुल्यता सिद्ध हो सकती है।

Contrapositive Proof

☛ Contrapositive प्रमाणों को उदाहरणों की सहायता से स्पष्ट करें।

अथवा

☛ गणित शिक्षण में धनात्मक प्रकथन की विवेचना कीजिए। [CBLU, 2018]

उत्तर : p = q सिद्ध करने के लिए जब हम किसी तर्क वाक्य (Proposition) p से प्रारंभ करके क्रमबद्ध रूप से तर्क तथा प्रमेय का प्रयोग करके q तक पहुंच जाये तो प्रमाणों की यह विधि प्रत्यक्ष प्रमाण विधि कहलाती है। Contrapositive Proof प्रत्यक्ष प्रमाण का वैकल्पिक रूप है। प्रत्यक्ष प्रमाण की भांति इन प्रमाणों को "यदि p और q" (If P, even Q) प्रकार के प्रतिबन्धित कथनों (Conditional Statements) को सिद्ध करने में प्रयोग किया जाता है। यद्यपि प्रत्यक्ष प्रमाणों को प्रयोग करना सरल है किंतु कुछ कथनों में Contrapositive प्रयोग करना अपेक्षाकृत सरल रहता है।

Contrapositive Proof : ये प्रमाण किस प्रकार प्रयोग में लाये जाते हैं इसके लिए निम्न तर्क वाक्य अथवा प्रकथन को सिद्ध कर सकते हैं।

प्रकथन "यदि P तब Q"
(Proposition : "If P, then Q")

यह $P \Rightarrow Q$ प्रकार का प्रतिबंधित कथन है। हमारा उद्देश्य इस कथन को सत्य प्रदर्शित करना है। हम जानते हैं कि $P \Rightarrow Q$ तार्किक रूप से $\sim Q \Rightarrow \sim p$ के तुल्य है। सत्यमान तालिका से इस तथ्य को प्रदर्शित कर सकते हैं।

P	Q	~Q	~P	P ⇒ Q	~Q ⇒ ~P
T	T	F	F	T	T
T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T

तालिका के अनुसार, कथन $P \Rightarrow Q$ और $\sim Q = \sim p$ एक ही तथ्य को प्रकट करने के दो भिन्न-भिन्न तरीके हैं। अतः यहां $\sim Q \Rightarrow \sim p$ को $P \Rightarrow Q$ का Contrapositive form कहते हैं। कई बार छात्र Contrapositive और Converse में अंतर नहीं कर पाते। जबकि $P \Rightarrow Q$ का Converse $Q \Rightarrow P$ होता है जोकि तार्किक रूप से $P \Rightarrow Q$ के तुल्य नहीं होता और $P \Rightarrow Q$ का Contrapositive $\sim Q \Rightarrow \sim P$ होता है जोकि तार्किक रूप से $P \Rightarrow Q$ के तुल्य होता है। यदि हम $\sim Q \Rightarrow -P$ सत्य है प्रदर्शित करने के लिए प्रत्यक्ष प्रमाण का प्रयोग करते हैं तब हम ~Q को सत्य मानते हैं और इसके द्वारा ~p सत्य है, यह परिणाम निकालते हैं। यह Contrapositive Proof की मूलभूत पद्धति है।

Contrapositive Proof की रूपरेखा

तर्क वाक्य (Proposition)	: यदि P, तब Q (If P, then Q)
प्रमाण (Proof)	: माना ~Q (Suppose ~ Q)
अतः (Therefore)	: ~p

प्रमाण की पहली पंक्ति है–"माना Q सत्य नहीं है।" (Suppose Q is not true.) अंतिम पंक्ति है–अतः p सत्य नहीं है।" पहली और अंतिम पंक्ति के मध्य हम तर्क और परिभाषाओं का प्रयोग करके कथन ~Q को ~P में रूपांतरित करते हैं।

इन नई तकनीक की प्रत्यक्ष प्रमाण से तुलना करने के लिए हम प्रकथन को दो तरीकों से सिद्ध करते हैं–प्रथम प्रत्यक्ष प्रमाण तथा दूसरा Contrapositive Proof द्वारा।

प्रकथन (Proposition) : माना $x \in z$; यदि $7x + 9$ समसंख्या है तब x विषम संख्या है।

प्रत्यक्ष प्रमाण (Proof) : माना $7x + 9$ समसंख्या है।

∴ किसी पूर्णांक a के लिए $7x + 9 = 2a$

दोनों पक्षों में से $6x + 9$ घटाने पर

$$7x + 9 - (6x + 9) = 2a - (6x + 9)$$
$$x = 2a - 6x - 9$$
$$x = 2a - 6x - 10 + 1$$
$$x = 2(a - 3x - 5) + 1$$

अतः $x = 2b + 1$ (यहां $b = a - 3x - 5 \in z$)

अतः x एक विषम संख्या है।

Contrapositive Proof :

प्रकथन : माना $x \in z$; यदि $7x + 9$ समसंख्या है तब x विषम संख्या है।

प्रमाण (Proof) : माना x विषम संख्या नहीं है। अतः x समसंख्या है।

∴ किसी पूर्णांक a के लिए $x = 2a$

∴
$$7x + 9 = 7(2a) + 9$$
$$= 14a + 9$$
$$= 14a + 8 + 1$$
$$= 2(7a + 4) + 1$$

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

अतः $7x + 9 = 2b + 1$ (यहां b पूर्णांक है; $b = 7a + 4$)

अतः $7x + 9$ विषम संख्या है।

अतः $(7x + 9)$ सम संख्या नहीं है।

यद्यपि दोनों प्रमाण में एक ही कथन सिद्ध किया गया है फिर भी Contrapositive प्रमाणों को सिद्ध करना सरल और सपाट है। इसके द्वारा $7x + 9$ द्वारा x का रूपान्तरण आसानी से किया जा सकता है। इसे अन्य उदाहरणों द्वारा और भली भांति समझा जा सकता है।

प्रकथन (Proposition) : यदि $x^2 - 6x + 5$ सम संख्या है तब x विषम संख्या है।

(i) प्रत्यक्ष प्रमाण (Direct Proof) : माना $x^2 - 6x + 5$ समसंख्या है।

$\therefore \quad x^2 - 6x + 5 = 2a$

अब हमें इसे $x = 2b + 1$ जहां $x \in z$ में रूपान्तरित करने की आवश्यकता है किंतु यह किस प्रकार किया जाये यह पूर्णतः स्पष्ट नहीं है। इसे हम द्विघात द्वारा भी हल कर सकते हैं।

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$
$$x^2 - 5x - x + 5 = 0$$
$$x^2(x-5) - 1(x-5) = 0$$
$$(x-5)(x-1) = 0$$

यदि $x - 5 = 0$

$x = 5$

पुनः $x - 1 = 0$

$x = 1$

अतः x का मान विषम संख्या है।

किंतु Contrapositive प्रमाण से यह आसानी से हल किया जा सकता है।

(ii) Contrapositive प्रमाण : माना x विषम संख्या नहीं है।

अतः x समसंख्या है और किसी पूर्णांक a के लिए $x = 2a$

$$\therefore \quad x^2 - 6x + 5 = (2a)^2 - 6(2a) + 5$$
$$x^2 - 6x + 5 = 4a^2 - 12a + 5$$
$$x^2 - 6x + 5 = 4a^2 - 12a + 4 + 1$$
$$x^2 - 6x + 5 = 2(2a^2 - 6a + 2) + 1$$
$$x^2 - 6x + 5 = 2b + 1$$ [यहां $b = 2a^2 - 6a + 2$ तथा b पूर्णांक है]

अतः $x^2 - 6x + 5$ विषम संख्या है।

$\therefore \quad x^2 - 6x + 5$ समसंख्या नहीं है।

संक्षेप में, चूंकि x विषम संख्या नहीं है (~Q) परिणामस्वरूप $x^2 - 6x + 5$ समसंख्या नहीं है (~P) इसलिए $x^2 - 6x + 5$ समसंख्या है (P) का अर्थ है x विषम संख्या है (Q)। इस प्रकार ~Q = ~P को सिद्ध करके हम $P \Rightarrow Q$ सिद्ध कर सकते हैं। यही Contrapositive प्रमाण कहलाता है।

गणित का ऐतिहासिक परिप्रेक्ष्य
[Historical Perspective of Mathematics]
गणित का इतिहास
(History of Mathematics)

☛ **गणित के इतिहास को क्रमबद्ध रूप में बताइए।**

अथवा

☛ **गणित के इतिहास में बेबीलोन, मिस्र तथा यूनान का योगदान समझाइये।**

अथवा

☛ **गणित शिक्षण पर विशेष बल देते हुए गणित के इतिहास की चर्चा कीजिए। [CRSU, 2018]**

गणित के इतिहास का अध्ययन करने से तात्पर्य गणित में की गई खोजों का मूल जानना, गणित की विधियों की जानकारी प्राप्त करना और गणित के भूतकाल को अंकित करना है।

आधुनिक काल तथा ज्ञान के भंडार का विस्तार होने से पूर्व कुछ ही स्थानों पर गणितीय विकास के उदाहरण प्रकाश में आये। सबसे पुरानी उपलब्ध गणितीय पाठ्यपुस्तक **प्लिम्पटॉन (Plimpton)** है। यह बेबीलॉन का गणित है जो 1900 B.C. में प्राप्त हुआ। रिहिन्द गणितीय पपायरस (मिस्र का गणित 2000-1800 B.C.) में प्राप्त हुआ। ये सभी पाठ्यपुस्तकें पाइथागोरस प्रमेय से सम्बन्धित थीं। पाइथगोरस प्रमेय बेसिक गणित तथा ज्यामिती के बाद सबसे अधिक पुरानी तथा चारों ओर प्रसारित गणितीय विकास है।

गणित का एक विषय के रूप में अध्ययन छठी (6^{th}) सदी ईसा पूर्व गणितज्ञ पाइथागोरस के साथ हुआ, जिन्होंने गणित (Mathematics) शब्द की उत्पत्ति प्राचीन ग्रीक शब्द mathema से मानी है, जिसका अर्थ है "निर्देशों का विषय" (Subject of instruction)। ग्रीक के गणित ने गणितीय विधियों में सुधार करते हुए निगमनात्मक तर्क (Inductive reasoning) का परिचय करवाया। चीन के गणित ने स्थानीय मान का परिचय करवाकर अपना सहयोग दर्ज करवाया। हिन्दू अरब संख्या पद्धति तथा संख्याओं के नियम और संक्रिया आज पूरे विश्व में प्रयोग किये जाते हैं।

यह पद्धति मूलरूप से भारतीय पद्धति है, किन्तु इस पद्धति को हिन्दू अरब पद्धति भी कहा जाता है, क्योंकि अरब के लोग इस प्रणाली को भारत से यूरोप ले गये थे, अन्यथा यह हजारों वर्ष पूर्व भारत के हिन्दुओं में ही प्रयोग की जाती थी। प्राचीनकाल से मध्यकाल तक गणितीय रचनात्मकता में कई सदियों तक प्रवाहहीनता तथा स्थिरता रही। इटली में 16वीं सदी में कला तथा ज्ञान का पुनर्जागरण प्रारम्भ हुआ। उसी समय नये गणितीय विकास तथा नई वैज्ञानिक खोजों की परस्पर क्रिया प्रारंभ हुई। यह पारस्परिक क्रिया वर्तमानकाल में भी जारी है।

प्राग-ऐतिहासिक गणित
(Pre-historic Mathematics)

गणितीय विचारों का मूल संख्या तथा परिमाण (Magnitude) की अवधारणा में निहित है। पशुओं के आधुनिक अध्ययन से ज्ञात हुआ है कि ये अवधारणाएं मनुष्य के लिए अद्वितीय नहीं थीं, बल्कि ये अवधारणायें एक शिकारी समाज के दैनिक जीवन में काम आने वाली अवधारणाएं रही होंगी। "संख्या" अवधारणा का विचार भाषा के अस्तित्व के कारण निर्वाह हो पाया, क्योंकि भाषा के कारण ही 'एक', 'दो' और 'कई' (Many) में विभेद हो पाया, किन्तु दो से अधिक संख्या नहीं थी।

संभवतः सबसे पुरानी गणितीय वस्तु (Object), लीबोम्बो (Lebombo) की हड्डी है, जोकि स्विट्जरलैंड के लीबोम्बो पर्वतों में पाई गयी। यह लगभग 35000 ई.पू. पाई गई थी। इसमें 29 अलग-अलग दांतेदार कट हैं। इसी प्रकार समय को बताने वाली वस्तुएं 35000 और 20000 वर्ष पूर्व अफ्रीका तथा फ्रांस में खोजी गई।

नील नदी के किनारे लगभग 20,000 वर्ष पुरानी इशांगो (Ishango) की हड्डी पाई गयी है। इस हड्डी की लम्बाई में तीन स्तंभों (Column) में मिलान चिह्नों (Tally marks) की एक शृंखला पाई गई है। इससे अनुमान लगाया गया है कि इशांगो की हड्डी या तो प्राकृत संख्याओं के अनुक्रमों (Sequences) को प्रदर्शित करती है अथवा छः महीनों के चन्द्र कलैण्डर (Lunar Calendar) को प्रदर्शित करती है।

लगभग 5 हजार ईसा पूर्व, इजिप्ट के राजकुलों में ज्यामिति के डिजाइनों को प्रस्तुत किया। यह दावा किया गया कि इंग्लैंड, स्कॉटलैंड में 3 हजार ईसापूर्व ज्यामितीय डिजाइन जैसे–वृत्त, दीर्घवृत्त और पाइथागोरस त्रिक (Triples) को वहां के प्राचीन स्मारकों में प्रयोग किया गया था।

हालांकि उपरोक्त सभी खोजें विवादपूर्ण बतायी जाती हैं और सबसे पुरानी अविवादित गणित का प्रयोग बेबीलोन तथा राजकुलीन इजिप्ट में प्रयोग किया गया माना जाता है। इस प्रकार लगभग 45000 वर्षों में व्यवहार तथा भाषा से गणित का यह रूप प्राप्त हो सका है।

BMD COLLEGE OF EDUCATION
BELIEVE.
EST. 2008
Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

बेबीलोन का गणित
(Babylonian Mathematics)

उस समय अध्ययन का केन्द्र बेबीलोन होने के कारण इसे बेबीलोनीय गणित कहा जाता है। बाद में अरब साम्राज्य के अन्तर्गत मेसोपोटामिया तथा मुख्य रूप से बगदाद इस्लामिक गणित के अध्ययन के मुख्य केन्द्र हो गये। बेबीलोनीय गणित की जानकारी खुदाई में प्राप्त 400 से अधिक चिकनी मिट्टी के क्ले (Clay) शिलाखंडों से प्राप्त हुई। क्यूनिफोर्म (Cuneiform) लिपि में लिखा गया है कि इन शिलाखण्डों पर खुदाई करके लिखा जाता था तब ये नर्म होती थीं। बाद में इन्हें सूर्य की गर्मी अथवा अत्यधिक ताप पर पकाया जाता था।

लिखित गणित के साक्ष्य प्राचीन सुमेरवासियों (Sumerians) से प्राप्त हुए, जिन्होंने मेसोपोटामिया की सभ्यता का निर्माण किया था। सुमेरवासियों ने चिकनी मिट्टी के शिलाखंडों पर गुणा को दर्शाते हुए पहाड़े (Tables) लिखे तथा ज्यामितीय अभ्यास और भाग से संबंधित समस्याएं प्रदर्शित कीं।

1800 से 1600 ई.पू. प्राप्त शिलाखंडों में 'भिन्न, बीजगणित, द्विघात तथा त्रिघात समीकरण, और व्युत्क्रम युग्मों (Reciprocal pairs) की गणना' प्रदर्शित की गई। इन शिलाखंडों में पहाड़े तथा रैखिक और द्विघात समीकरणों को हल करने की विधि भी बताई गई थी। बेबीलोनीय शिलाखंड Y.B.C. 7289 में $\sqrt{2}$ का पांच दशमलव स्थानों तक करीब-करीब शुद्धमान दिया गया था।

बेबीलोन के गणित में संख्या पद्धति को 60 के आधार (Sexagesimal) पर प्रदर्शित किया गया था। इसी के आधार पर आज 1 मिनट में 60 सैकेण्ड, 1 घंटे में 60 मिनट और $360^\circ (60 \times 6)$ एक वृत्त में केन्द्र का कोण होता है। बेबीलोनवासी गणित में बहुत होशियार थे और वे जानते थे कि 60 के कई भाजक (Divisor) होते हैं। बेबीलोनवासियों ने स्थानीय मान व्यवस्था को बहुत अच्छी प्रकार प्रदर्शित किया, जिसमें अधिक मान वाले अंकों को एक स्तंभ (Column) के बाईं (Left) ओर रखा गया था।

मिस्र (इजिप्ट) का गणित
(Egyptian Mathematics)

मिस्र के गणित को मिस्र की भाषा में लिखा गया है। बाद में मिस्र में गणित का अध्ययन अरब साम्राज्य के अन्तर्गत किया गया। यहां इस्लामिक गणित का अध्ययन किया गया। मिस्र के विद्वानों की लिखित भाषा अरबी हो गई। मिस्र के गणित की सबसे विस्तृत पाठ्यपुस्तक रिहिन्द पपायरस 2000-1800 ई.पू. प्राप्त हुई। इसमें छात्रों के लिए अंकगणित तथा ज्यामिति से सम्बन्धित निर्देश दिए गये थे। इसमें क्षेत्रफल से सम्बन्धित सूत्र, गुणा तथा भाग करने की विधियां, भिन्नों का प्रयोग, अन्य गणितीय जानकारियां और अभाज्य संख्याओं के विषय में बताया गया था। इसमें दर्शाया गया कि प्रथम क्रम की रैखिक समीकरणों (First order Linear Equations) को किस प्रकार हल किया जाता है। मिस्र की एक अन्य गणितीय पाठ्यपुस्तक मॉस्को पपायरस (Moscow Papyrus) भी अत्यंत महत्त्वपूर्ण है, जिसे 1890 ई.पू. लिखा गया। इसमें गणित को मनोरंजक रूप में प्रस्तुत किया गया था जैसाकि आजकल हम शब्द पहेली या कहानी के रूप में समस्या को प्रस्तुत करते हैं। बर्लिन पपायरस (Berlin Papyrus, 1300 B.C.) में बताया गया है कि प्राचीन मिस्रवासी द्वितीयक्रम की बीजगणितीय समीकरणों को हल कर सकते थे।

यूनान का गणित
(Greek Mathematics)

यूनान में लिखे गये गणित का विकास 700BC से 400AD के मध्य माना जाता है। सिकन्दर महान् के समय के यूनानी गणित को कई बार हेलेनिस्टिक (Hellenistic) गणित भी कहा जाता है। स्वयं गणित (Mathematics) शब्द प्राचीन यूनानी शब्द मेथमा (Mathema) से व्युत्पन्न हुआ है, जिसका अर्थ है "निर्देशों का विषय" (Subject os Instruction)। यूनान का गणित यूनानी भाषा में ही लिखा गया था। इसका प्रारम्भ माइलेटस के थेल्स (Thales of Miletus) से 624-548 B.C. में माना जाता है। यूनान के गणितज्ञ इटली से उत्तरी अफ्रीका तक, पूरे पूर्वी भूमध्यसागर के पास के क्षेत्रों में फैले थे, किन्तु वे सांस्कृतिक तथा भाषायी

रूप से एक थे। यह भी माना जाता है कि थेल्स यूनान के सात बुद्धिमान व्यक्तियों में प्रथम स्थान पर था। थेल्स की प्रमेय के अनुसार, "अर्द्धवृत्त पर बना कोण हमेशा समकोण होता है। ("An angle inscribed in a semicircle is a right angle.") थेल्स को गणित में निगमनात्मक संगठन (Deductive Organization) अर्थात् तर्क से अनुमान निकालना का जनक माना जाता है। हालांकि इस बात को बहुत कम व्यक्ति जानते हैं कि आजकल प्रयोग में लिए जाने वाली तार्किक संरचनाएं थेल्स ने ही प्रस्तुत की थीं। यह अवश्य जाना जाता है कि थेल्स के बाद दो सौ वर्षों में ही यूनान ने तार्किक संरचनाएं (Logical Structure) तथा गणित में सिद्ध करने का विचार (Idea of Proof) प्रस्तुत किया। गणित के क्षेत्र में यूनान ने अन्य महत्त्वपूर्ण उपलब्धि गणितज्ञ पाइथागोरस (Pythagoras of Somos), 580-500 B.C. के माध्यम से प्राप्त की।

थेल्स ने ज्यामिति का प्रयोग कई समस्याओं जैसे—पिरामिड की ऊंचाई ज्ञात करना, छाया के आधार पर और किनारे से जहाज की दूरी ज्ञात करना, को हल किया। थेल्स ने प्रथम ज्यामितीय प्रमेय का सत्यापन किया। "थेल्स की प्रमेय" (Theorm of Thales) में इसे वर्णित किया गया है। पाइथागोरस ने समानुपात का सिद्धान्त बताया तथा नियमित ठोस (Regular Solid) की संरचना को समझाया। कुछ पुराने स्रोत पाइथागोरस की 'पाइथागोरियन प्रमेय' को विशेष मानते हैं, जबकि कुछ अन्य दावा करते हैं कि पाइथागोरस ने खोज की गई इस प्रमेय का केवल सत्यापन किया था। आधुनिक इतिहासकार इस सिद्धान्त को बेबीलोन का मानते है तथा पाइथागोरस ने केवल सत्यापन (Proof) किया है।

इस प्रकार बेबीलोन तथा मिस्रवासियों ने जो सिद्धान्त प्रस्तुत किये, उनका सत्यापन यूनानवासियों द्वारा किया गया। यूनानी गणित ने, गणित के इतिहास में, ज्यामिति के आधारभूत नियमों और सत्यापन के विचार को प्रस्तुत करने में महत्त्वपूर्ण समय प्रदान किया। यूनान के गणित का संख्या सिद्धांत (Number Theory), गणितीय विश्लेषण (Mathematical Analysis), तार्किक संरचनाएं (Logical Structures) के क्षेत्र में विशेष योगदान रहा। यूनानी उस समय समाकलन या अवकलन को हल करने के भी करीब पहुंच गये थे।

यूक्लिड ने 300 B.C. में, उस समय की गणितीय जानकारियां **एलीमेन्टस (Elements)** में एकत्रित की। ज्यामिति के नियमों और प्रारंभिक संख्या सिद्धान्त (Elementary Nubmer Theory) का संग्रह कई सदियों तक प्रयोग किया गया। बेबीलोनिया में ज्यामिति एक अत्यधिक व्यावहारिक दृष्टिकोण वाले विषय तक सीमित रही तथा ऐसा ही भारत और रोम में रहा। मिस्रवासियों द्वारा विकसित की गई ज्यामिति में मुख्यतः परिणामों के कथन ही निहित थे। इनमें प्रक्रियाओं (अथवा विधियों) के कोई व्यापक नियम नहीं दिए गये। वस्तुतः बेबीलोन और मिस्रवासियों दोनों ही ने ज्यामिति का प्रयोग अधिकांशतः व्यावहारिक कार्यों के लिए ही किया तथा उसको एक क्रमबद्ध विज्ञान के रूप में विकसित करने के लिए बहुत काम किया। परन्तु यूनान जैसी सभ्यताओं में इस तर्क पर बल दिया जाता था कि कुछ रचनाएं किस प्रकार होती हैं। यूनानियों की अभिरुचि उन कथनों, जिनको उन्होंने स्थापित किया था, की सत्यता निगमनिक तर्कण अर्थात् युक्तियुक्त तर्क (Deductive Reasoning) का उपयोग करके जांचने में थी।

यूनानी गणितज्ञ थेल्स को सबसे पहली ज्ञात उपपत्ति (Proof) प्रदान करने का श्रेय जाता है। इस उपपत्ति का कथन था कि वृत्त का व्यास वृत्त को समद्विभाजित (अर्थात् दो बराबर भागों में विभाजित) करता है। थेल्स का एक सबसे प्रसिद्ध शिष्य पाइथागोरस (572 ई.पू.) था। पाइथागोरस और उसके साथियों ने अनेक ज्यामितीय गुणों की खोज की और ज्यामिति के सिद्धान्तों का अत्यधिक विकास किया।

संख्या और ज्यामिति का ऐतिहासिक विकास
(Historical Development of Numbers and Geometry)

☛ **'गणित के इतिहास' से आप क्या समझते हैं?**

अथवा

☛ **संख्या और ज्यामिति के ऐतिहासिक विकास में भारत का योगदान समझाइए।**

उत्तर : मनुष्य की उन्नति व सभ्यता के विकास में गणित का महान योगदान रहा है। गणित सभ्यता का

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

प्रतिबिम्ब है। गणित का इतिहास तभी से माना जाता है जब से मनुष्य ने समाज के रूप में संगठित होकर रहना शुरू किया। हमारे देश में प्रारम्भ से ही गणित को बहुत महत्त्वपूर्ण विषय माना जाता रहा है। वेदांग ज्योतिष में गणित की महत्ता पर प्रकाश डालते हुए लिखा है—

यथा शिखा मयूराणां, नागानां मणयो यथा।
तद्वद्वेदांग-शास्त्राणां, गणित मूर्ध्नि वर्तते ॥

अर्थात् जिस प्रकार मयूरों की शिखाएं और सर्पों की मणियां शरीर में सर्वोपरि मूर्धा स्थान (मस्तक) पर विराजमान है, उसी प्रकार वेदों के सब अंगों तथा शास्त्रों में गणित शिरोमणि है।

गणित तथा मानव का सम्बन्ध आदिकाल से रहा है तथा गणित ने मानव जीवन की समस्याओं का हल करने में अनेक प्रकार से महत्त्वपूर्ण सहयोग दिया है। अपने बीते हुए समय से शिक्षा लेने, वर्तमान को समझने और भविष्य को बनाने में गणित का इतिहास किसी भी विषय के इतिहास से कम नहीं है। जब अरब एवं यूरोपीय देशों में गणित का ज्ञान नगण्य था तब तक भारत इस क्षेत्र में महान उपलब्धियां हासिल कर चुका था।

भारतीय गणित का शुभारम्भ 'ऋग्वेद' से होता है। गणित के इतिहास को मुख्य रूप से 'पांच काल खण्डों' में विभक्त किया जा सकता है।

1. **आदिकाल (500 ई. पू. तक) :** आदिकाल भारतीय गणित के इतिहास में अत्यन्त महत्त्वपूर्ण है। इस काल में अंक गणित एवं बीजगणित को स्थापित किया जा चुका था।

(क) **वैदिक काल (1000 ई. पू. तक) :** इस काल में शून्य तथा 'दाशमिक स्थान मान' पद्धति तथा शून्य का आविष्कार गणित के क्षेत्र में अभूतपूर्व देन है। यह ज्ञात नहीं है कि शून्य का आविष्कार कब और किसने किया, किन्तु इसका प्रयोग वैदिक काल में होता रहा है। 'शून्य' एवं दाशमिक स्थानमान पद्धति के आविष्कार ने गणित एवं विज्ञान को उन्नति एवं प्रगति के शिखर तक पहुंचाया।

(ख) **उत्तर वैदिक काल (1000 ई. पू. से 500 ई. पू. तक) :**

(i) **शुल्व एवं वेदांग ज्योतिष काल :** शुल्व वह रज्जु (रस्सी) होती थी, जो यज्ञ वेदी बनाने के माप में काम आती थी। शुल्व सूत्रों में रेखागणित के सूत्रों का विकास एवं विस्तार उपलब्ध है। बोधायन, आपस्तम्ब और कात्यायन इस काल के प्रसिद्ध सूत्रकार हैं।

वेदांग ज्योतिष (1000 ई. पू.) के अध्ययन से ज्ञात होता है कि उस समय ज्योतिषियों को अंकगणित की मूल संक्रियाओं योग, भाग, गुणा आदि का ज्ञान था।

(ii) **सूर्य प्रज्ञप्ति काल :** इस काल की प्रमुख कृतियां—सूर्य प्रज्ञप्ति तथा चन्द्र प्रज्ञप्ति (500 ई. पू.) है, जो जैन धर्म के प्रसिद्ध ग्रन्थ हैं। सूर्य प्रज्ञप्ति में 'दीर्घ वृत्त' का स्पष्ट उल्लेख मिलता है जिसका अर्थ है दीर्घ (आयत) पर बना परिवृत्त जिसे परिमण्डल के नाम से जाना जाता था।

2. **पूर्व मध्यकाल (500 ई. पू. से 400 ई. तक) :** इस काल में लिखी गयी पुस्तकों में वक्षाली गणित, सूर्य सिद्धांत और गणित अनुयोग के कुछ पन्नों को छोड़कर शेष कृतियां नष्ट हो चुकी हैं। किन्तु इन पन्नों से और मध्ययुगीन आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त आदि के उपलब्ध साहित्य से यह निष्कर्ष निकलता है कि इस काल में भी गणित का पर्याप्त विकास हुआ था। वक्षाली गणित में अंकगणित की मूल संक्रियाएं, दाशमिक अंक लेखन पद्धति पर लिखी हुई संख्याएं, भिन्न, वर्ग, घन, ब्याज रीति आदि का विस्तृत विवरण उपलब्ध है।

सूर्य सिद्धान्त में त्रिकोणमिति का विस्तृत विवरण मिलता है। भारतीयों ने त्रिकोणमिति का प्रयोग ग्रहों की स्थिति, गति आदि के निर्धारण में किया।

3. **मध्यकाल अथवा स्वर्णकाल (400 ई. से 1200 ई. तक) :** जिस प्रकार हिन्दी का मध्यकाल भक्तिकाल था, जिसे हिन्दी साहित्य का स्वर्णयुग कहा जाता है। उसी प्रकार गणित के इतिहास में मध्यकाल को गणित का स्वर्णयुग कहा जाता है, क्योंकि इस काल में आर्यभट्ट (प्रथम, द्वितीय) ब्रह्मपुत्र, श्रीधराचार्य, भास्कर, महावीराचार्य जैसे अनेक महान एवं श्रेष्ठ गणितज्ञ हुए। वेदों में जो सिद्धान्त, नियम एवं विधियां सूत्र रूप में थीं वे इस युग में जनसाधारण के सामने आयीं।

4. **उत्तर मध्यकाल (1200 ई. से 1800 ई. तक) :** इस काल की प्रमुख देन, 'प्राचीन ग्रन्थों पर टीकाएं' हैं। इस युग में केरल के गणितज्ञ नीलकण्ठ ने 1500 ई. में ज्या r का मान ज्ञात किया। इस काल में नारायण पण्डित, नीलकण्ठ, कमलाकर, सम्राट जगन्नाथ नामक गणितज्ञों का महत्त्वपूर्ण योगदान रहा है।

5. **वर्तमान काल (1800 ई. के पश्चात्) :** इस युग में गणित के क्षेत्र में महत्त्वपूर्ण अनुसंधानों तथा सिद्धान्तों का प्रतिपादन हुआ जिससे गणित को नई दिशा प्राप्त हुई। इस युग में श्रीरामानुजम का नाम विशेष रूप में उल्लेखनीय है। इस प्रकार हम कह सकते हैं कि जिन शिखरों पर आज गणित पहुंचा हुआ है वह सब इसके विद्वानों के निरन्तर प्रयास और समर्पित कार्य की देन हैं। मानवता उनको सदा श्रद्धा और धन्यवाद की भावना से याद रखेगी। उनकी अमूल्य महान् कृतियां सदा गणित प्रेमियों के लिए प्रेरणा स्रोत रहेंगी।

☛ **गणित के इतिहास के अध्ययन से होने वाले लाभ से आप क्या समझते हैं?**
(What do you understand by the profit of study of "History of Mathematics"?)

गणित के इतिहास को मानव जाति द्वारा अपनी उन्नति के लिए किये जाने वाले प्रयत्नों की गाथा कहते हैं। दूसरे शब्दों में इसे मानव की सामाजिक एवं सांस्कृतिक विकास की कहानी कहा जाए तो अतिश्योक्ति न होगी। किन्तु इसके विपरीत यह आश्चर्य की बात है कि इतना कुछ होते हुए भी बच्चों को गणित के इतिहास के पृष्ठ उलटने का अवसर प्रदान नहीं किया जाता। लम्बे पाठ्यक्रम का बहाना बनाकर बच्चों को इसके इतिहास से वंचित रखा जाता है।

उन्हें अंकों का लेखन व पठन तो बताया जाता है, किन्तु ये संख्याएं आई कहां से, किन्होंने इसे खोजा, इसके बारे में उन्हें कोई ज्ञान नहीं दिया जाता है। लेकिन यदि गणित को इतिहास से सम्बन्धित करके गणित के विभिन्न अंगों का ज्ञान कराया जाए और इतिहास से सम्बन्धित सामग्री को सावधानी से कुछ श्रेणियों में बांटा जाए तो पाठ्यक्रम की लम्बाई जैसी कोई विशेष असुविधा खड़ी नहीं होगी। इसलिए गणित के इतिहास को पाठ्यक्रम का अंश बनाकर बच्चों को पढ़ाया जाना चाहिए। गणित के अध्यापक का सबसे पहला कर्तव्य होना चाहिए कि वह इस विषय को पाठ्यक्रम का अंग बनवाने और उसकी शिक्षा देने से पहले यह जान ले कि इसके अध्ययन से क्या-क्या लाभ हो सकते हैं?

गणित के इतिहास के अध्ययन से होने वाले लाभ
(Profit by the Study of History of Mathematics)

1. किसी भी एक समय में संसार के विभिन्न भागों में होने वाली उन्नति और सांस्कृतिक गतिविधियों के तुलनात्मक अध्ययन में भी गणित का इतिहास बहुत सहायता करता है।
2. गणित का इतिहास हमें यह भी बतलाता है कि गणित एक स्थिर (Static) विषय न होकर गतिशील (Dynamic) विषय है। इसमें वृद्धि और परिवर्तन के लिए कोई रुकावट नहीं है।
3. गणित की अपनी भाषा है। इससे सम्बन्धित संकेतों, लिपि, परिभाषाओं, अवधारणाओं को पूरी तरह से समझने में गणित का इतिहास बहुत उपयोगी सिद्ध होता है।
4. गणित के बहुत से प्रकरणों को पढ़ाने में उनसे सम्बन्धित पूर्व इतिहास उन्हें अच्छी तरह समझने में बहुत सहायता करता है।
5. गणित का इतिहास यह बताता है कि गणित मानव द्वारा निर्मित विज्ञान है। इसमें की जाने वाली खोजों के इतिहास से विद्यार्थियों में खोज प्रवृत्ति को प्रेरणा और पोषण मिलता है।
6. गणित के विभिन्न अंगों—अंकगणित, बीजगणित और रेखागणित, त्रिकोणमिति आदि के पारस्परिक सम्बन्ध पर ऐतिहासिक प्रकाश डालकर समवायी रूप से शिक्षा देने में गणित का इतिहास बहुत सहायक है।
7. गणित के क्षेत्र में किए जाने वाले आविष्कार और उन्नति किसी एक जाति, राष्ट्र, सम्प्रदाय और वर्ण की देन नहीं हैं। यह सभी के सामूहिक प्रयास और पारस्परिक सहयोग का परिणाम है। अतः पारस्परिक प्रेम और अन्तर्राष्ट्रीय सद्भाव व सहयोग की भावना को उचित बल मिलता है।
8. बालकों को गणित के इतिहास से परिचित कराना मनोवैज्ञानिक दृष्टि से भी लाभदायक है। अपनी प्रारम्भिक अवस्था को जब बच्चा, मानव के गणित सम्बन्धी ज्ञान की प्रारंम्भिक अवस्था से तुलना

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

करके देखता है तो वह गणित के वर्तमान जटिल रूप से विचलित नहीं होता।

9. गणित जिसे एक शुष्क और रसहीन विषय माना जाता है, उसे रुचिकर और सरस बनाने में भी गणित के इतिहास और आविष्कारों से सम्बन्धित रोचक कहानियां बहुत सहायता कर सकती हैं।
10. गणित का इतिहास मानव के मानसिक विकास का क्रमबद्ध इतिहास है। सांस्कृतिक पृष्ठभूमि से परिचित कराने तथा संस्कृति से सम्बन्धित बहुत-सी धरोहरों को संजोए रखने में गणित का इतिहास बहुत सहायता करता है।
11. गणित के क्षेत्र में की जाने वाली प्रत्येक खोज मानव के द्वारा अनुभव की जाने वाली आवश्यकता का परिणाम है। इससे गणित के पूर्णतः व्यावहारिक और उपयोगी होने का प्रमाण मिलता है।
12. गणित का इतिहास पहले की जाने वाली भूलों से परिचित कराकर उन्हें पुनः न दोहराने और जल्दी में कोई परिणाम न निकाल बैठने के लिए पूरी तरह सचेत करता है।
13. इसके ज्ञान से विषय का क्रमबद्ध एवं सुव्यवस्थित अध्ययन करने तथा अन्य विषयों के साथ सह-सम्बन्ध स्थापित करने में भी सहायता मिलती है।
14. गणित के ज्ञान का जिस तरह क्रमिक विकास हुआ उसके अध्ययन से बच्चों को गणित का ज्ञान किस प्रकार कराया जाए, यह निर्धारित करने में सहायता मिलती है।
15. गणित का इतिहास विद्यार्थियों में प्रशंसात्मक दृष्टिकोण विकसित करता है। छात्र, दुनिया को गणित के क्षेत्र में दी जाने वाली बहुमूल्य उपलब्धियों के बारे में जानकर गौरवान्वित अनुभव करते हैं। इसी प्रकार विभिन्न गणितज्ञों के प्रयास और अनुसंधान के परिणाम भी गणित के विद्यार्थियों के लिए प्रशंसात्मक दृष्टिकोण विकसित करते हैं।

परिशुद्धता और सौन्दर्य का गणित में सहअस्तित्व
(Coexistence of Precision and Beauty in Mathematics)

☛ **गणित में परिशुद्धता और सौन्दर्य का सहअस्तित्व समझाइये।**

अथवा

☛ **गणित में परिशुद्धता और सुन्दरता के सहअस्तित्व पर विस्तारपूर्वक चर्चा कीजिए। [MDU, 2018]**

उत्तर : कई सभ्यताओं में शुद्ध गणित को अनुभवजन्य अध्ययन को अनुभव के आधार पर अलग-अलग किया गया। प्राचीन ग्रीकवासी गणित को इसकी सुन्दरता के कारण ही अच्छा मानते थे। गणितीय सुन्दरता का अनुभव शुद्धगणित की सीमाओं से बाहर जाकर ही किया जा सकता है। उदाहरण के लिए भौतिक गणित, गणितज्ञ, आइनस्टीन के सापेक्षता सिद्धांत (Theory of Relativity) में सौन्दर्यानुभूति करते हैं।

जब भौतिक वास्तविकता से जुड़ी वस्तुओं का निर्माण पूर्णतः अमूर्तगणित मॉडल से किया जाता है तब गणितीय सुन्दरता का अनुभव होता है। सक्रिय रूप से गणित में कार्यरत गणितज्ञों को गणितीय सुन्दरता का निरंतर अनुभव होता है। कुछ गणितज्ञों का मानना है कि गणित को हल करना, खोज करने के समान है। कोई भी वैज्ञानिक, कवि, पेंटर, संगीतज्ञ अपने आविष्कार, कविता और चित्रों को बाहर से तैयार प्राप्त नहीं करता बल्कि यह वह चेतन अवस्था में स्वयं अपने प्रयासों से प्राप्त करता है। कुछ गणितज्ञों को मानना है कि हम जिस ब्रह्माण्ड में रहते हैं। उस पर बिना निर्भर हुए गणित के परिणाम को विस्तृत और परिशुद्ध (Precise) और वास्तविक बताया जा सकता है। उदाहरण के लिए—गणितज्ञ तर्क देते हैं कि प्राकृत संख्या का सिद्धांत मूलभूत रूप से मान्य है।

पाइथागोरियन गणितज्ञ संख्याओं की शब्दशः और सीधी सपाट वास्तविकता पर विश्वास करते हैं। अपरिमेय संख्याओं (irrational numbers) के अस्तित्व की खोज उनके लिए चौंकाने वाली थी, क्योंकि उनके अनुसार दो प्राकृत संख्याओं को अनुपात के रूप में व्यक्त करना असंभव था।

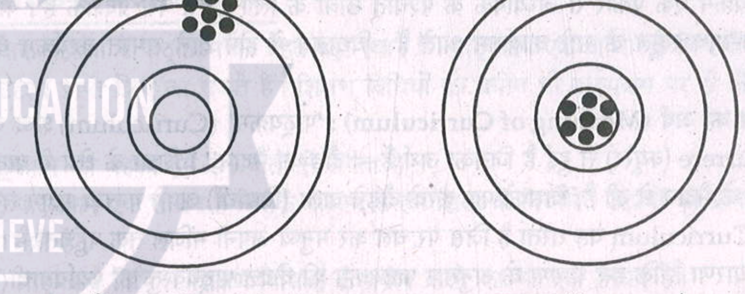
प्लेटो दर्शन के अनुसार दो संसार हैं एक भौतिक जिसमें हम रहते हैं और दूसरा अमूर्त संसार जिसमें गणित के समान बदलाव रहित सत्य शामिल है। हंगरी के पॉल इरदोस (Paul Erdos) गणितज्ञ मानते हैं कि

एक काल्पनिक पुस्तक है जिसमें भगवान ने सभी सुंदर गणितीय प्रमाण (Proof) लिख रखे हैं। जब इरदोस किसी प्रमाण को व्यक्त करते हुए उसकी प्रशंसा करते हैं तो कहते हैं "This one's From the Book"। यह इस विचार को व्यक्त करता है कि गणित ही वह वास्तविक नींव है जिस पर हमारे ब्रह्माण्ड (Universe) के नियम बनते हैं।

कुछ प्राकृतिक दार्शनिक और वैज्ञानिक जिन्होंने गणित का व्यापक और विस्तृत प्रयोग किया है, अनुभवों के आधार पर निष्कर्ष निकाला है कि सुन्दरता और भौतिक सत्य में तुलना नहीं की जा सकती। कुछ गणितज्ञ अपने गणितीय कार्यों से कलात्मक व सौन्दर्यानुभूति प्राप्त करते हैं। गणित को सौन्दर्य बताकर वे इस अनुभूति को व्यक्त करते हैं। गणितज्ञ गणित को कला और रचनात्मक क्रियाविधि मानते हैं और इसकी तुलना संगीत और कविता से करते हैं। विशेष रूप से प्रमाण (Proof) की पद्धतियों को गणितज्ञ सुन्दर, सहज और सुरुचिपूर्ण मानते हैं। किसी प्रमाण को प्रस्तुत करने में गणितज्ञ प्रायः भिन्न-भिन्न रूप के स्वतंत्र तरीकों की खोज करते हैं। पाइथागोरस प्रमेय को प्रमाणित करने के लिए संभवतः सबसे अधिक विभिन्न प्रमाण खोजे गए और लगभग 100 प्रमाण प्रकाशित हो चुके हैं।

परिशुद्धता
(Precision)

मापे गए मान (Value) आपस में एक-दूसरे के जितने अधिक निकट होते हैं उतने ही परिशुद्ध होते हैं। परिशुद्धता (Precision) का अर्थ है एक ही मान की पुनरावृत्ति। कई बार छात्र परिशुद्धता (Precision) और शुद्धता (Accuracy) में अंतर नहीं कर पाते, जबकि शुद्धता (Accuracy) का अर्थ है एक मापित मान का वास्तविक मान के निकट होना। जैसे—एक तीरंदाज लक्ष्य पर निशाना लगाता है। यदि वह लक्ष्य पर या उसके आस-पास निशाना लगाये तो वह शुद्ध (accurate) मान माना जाता है।



परिशुद्धता (Precision) शुद्धता (Accuracy)

किन्तु यदि उसके द्वारा लगाये गये पांचों निशाने लक्ष्य पर बेशक नहीं हैं किंतु आपस में निकट है तो यह स्थिति परिशुद्धता (Precision) कहलाती है।

पाइथागोरस प्रमेय को सत्यापित करने में प्रयुक्त की गई संरचनाओं में परिशुद्धता और सुन्दरता का अद्भुत संयोजन पाया जाता है।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

2 गणित में पाठ्यक्रम का विकास
[Development of Curriculum in Mathematics]

पाठ्यक्रम का अर्थ तथा उद्देश्य
(Meaning and Objectives of Curriculum)

☛ पाठ्यक्रम को परिभाषित कीजिए। पाठ्यक्रम का उद्देश्य भी समझाइए।

अथवा

☛ पाठ्यक्रम का अर्थ क्या है? इसकी विभिन्न परिभाषाएं लिखिए।

उत्तर : पाठ्यक्रम शिक्षा का एक अभिन्न अंग है जिसके द्वारा शिक्षा के उद्देश्यों की पूर्ति होती है। चूंकि शिक्षा हमारे जीवन से सम्बन्धित होती है। जीवन की विभिन्न क्रियाओं में ही उसके उद्देश्य निहित होते हैं। शिक्षण अधिगम प्रक्रिया (Teaching Learning Process) मुख्य रूप से पाठ्यक्रम अर्थात् पाठ्य+क्रम; सीखने-सिखाने की वस्तुओं के क्रमबद्ध संगठन पर निर्भर करती है।

यह एक ऐसा साधन है जो छात्र तथा अध्यापक को जोड़ता है। अध्यापक पाठ्यक्रम के माध्यम से छात्रों के मानसिक, शारीरिक, नैतिक, सांस्कृतिक, संवेगात्मक, आध्यात्मिक तथा सामाजिक विकास के लिए प्रयास करता है। पाठ्यक्रम एक प्रकार से अध्यापक के पश्चात् छात्रों के लिए दूसरा पथ प्रदर्शक है। पाठ्यक्रम में विषयों के साथ-साथ स्कूल के सारे कार्यक्रम आते हैं। विद्यालय में होने वाले समस्त कार्यक्रम का आधार पाठ्यक्रम ही है।

पाठ्यक्रम का अर्थ (Meaning of Curriculum) : 'पाठ्यक्रम' (Curriculum) शब्द की उत्पत्ति लैटिन शब्द Currere (क्यूरेर) से हुई है जिसका अर्थ है—"दौड़ का मैदान"। शिक्षा के क्षेत्र में पाठ्यक्रम की तुलना उस दौड़ के मैदान से की है, जिसको पार करके दौड़ने वाला (विद्यार्थी) अपने गन्तव्य स्थान तक पहुँचता है। इस प्रकार Curriculum वह रास्ता है जिस पर चल कर मनुष्य अपनी मंजिल तक पहुंचता है। पाठ्यक्रम की यह पुरानी धारणा है कि इस धारणा के अनुसार पाठ्यक्रम को केवल पाठ्यवस्तु का पर्यायवाची माना गया था। यदि पाठ्यक्रम की आधुनिक धारणा को देखें तो यह अर्थ बड़ा ही संकुचित एवं मौखिक प्रकृति का प्रतीक होता है।

कनिंघम के अनुसार "पाठ्यक्रम कलाकार (अध्यापक) के हाथ में एक साधन है जिससे वह अपने स्टूडियो (स्कूल) में अपनी सामग्री (छात्रों) को अपने आदर्श (लक्ष्यों एवं उद्देश्यों) के अनुसार ढालता है।"

[Curriculum is a tool in the hands of the artist (Teacher) to mould his material (Pupils) according to his ideals (aims and objectives) in his studio (School).—Cunningham]

इस प्राचीन मत के अनुसार पाठ्यक्रम केवल कुछ ज्ञान एवं कुशलता का एक संग्रह था और यह सब कुछ शिक्षक अपने दृष्टिकोण से इकट्ठा करता था। बालक की आयु, आवश्यकताओं, दृष्टिकोण अथवा क्षमता की पूरी तरह से अवहेलना की जाती थी। एक प्रकार से देखा जाए तो पाठ्यक्रम (curriculum) और पाठ्य-वस्तु (Syllabus) में कोई अन्तर नहीं माना गया। पाठ्यक्रम अध्ययन क्रम का केवल पर्यायवाची था जिसमें तथ्यात्मक ज्ञान के साधन ही सुझाए जाते थे, जिसे विभिन्न विषयों ने देना होता था। इसकी प्रकृति

की मौखिकता थी। परन्तु आधुनिक युग में पाठ्यक्रम की धारणा बदल गई है।

परिभाषाएं (Definitions) : पाठ्यक्रम की कुछ महत्त्वपूर्ण परिभाषाएं निम्नलिखित हैं–

(i) कनिंघम (Cunnigham) : "पाठ्यक्रम कलाकार (शिक्षक) के हाथ में वह साधन है जिससे वह अपनी चित्रशाला (विद्यालय) में अपनी सामग्री (छात्र) को अपने आदर्शों (उद्देश्यों) के अनुसार ढालता है।"

["Curriculum is a tool in the hands of the artist (teacher) to mould his material (pupils) according to his ideals (aims and objectives) in his studio (school)."]

(ii) सेलर एवं अलेक्जेंडर (Saylor and Alexander) : "वांछित परिणामों को लाने के लिए विद्यालय में और विद्यालय के बाहर किये जाने वाले सभी प्रयासों का योग ही पाठ्यक्रम है।"

("The total effort of the school is to bring about desire outcomes in school and out of the school situation.")

(iii) फ्रेडरिक के अनुसार, "आधुनिक पाठ्यक्रम व्यक्तिगत और सामूहिक जीवन के समस्त विस्तृत क्षेत्र को अपने अन्दर समेटता है। यह स्कूल से बाहर सभी सार्थक एवं उचित क्रियाओं को भी अपनाता है। शर्त इतनी है कि इनका शैक्षिक रूप से प्रयोग संगठित तथा सुनियोजित किया गया है।"

("Modern curriculum covers all the vital areas of individual and group life. It encompasses all the meaningful and desirable activities out side the school provided that these are planned, organised and used educationally."–Fredrick)

पाठ्यक्रम का उद्देश्य
(Objectives of Curriculum)

शैक्षिक प्रक्रिया में पाठ्यक्रम का बहुत बड़ा स्थान है। पाठ्यक्रम एक आधार है जिसकी सहायता लेकर शिक्षा के उद्देश्य प्राप्त किए जा सकते हैं। शिक्षण विधियों का प्रयोग भी पाठ्यक्रम पर ही किया जा सकता है।

पाठ्यक्रम का महत्त्व हमें इन बातों से लगता है–

(1) पाठ्यक्रम एक साधन है जिसके माध्यम से हम शिक्षा के निर्धारित उद्देश्यों को प्राप्त करने के लिए प्रयत्नशील रहते हैं।

(2) पाठ्यक्रम विभिन्न शिक्षण-विधियों के प्रयोग करने का भी एक साधन है।

(3) शिक्षण सामग्री का निर्धारण भी पाठ्यक्रम के अनुरूप होता है।

(4) पाठ्यक्रम शिक्षा की विभिन्न प्रवृत्तियों और दर्शन को दर्शाता है।

संक्षिप्त तौर पर हम यह कह सकते हैं कि पाठ्यक्रम ही वह धुरी है जिसके गिर्द शिक्षा की समस्त प्रक्रिया घूमती है और यही उसके लिए किए जाने वाले प्रयत्नों का आधार है। एक प्रकार से तो पाठ्यक्रम स्कूल और उसमें होने वाली समस्त क्रिया कलापों का हृदय है।

गणित के अच्छे पाठ्यक्रम निर्माण के सिद्धांत
(Principles of Designing A Good Curriculum of Mathematics)

☛ गणित पाठ्यक्रम निर्माण के सिद्धान्तों का विस्तृत वर्णन कीजिए।
(Explain in detail the principles of curriculum construction in mathematics.)

उत्तर : आज हमारी सामाजिक व भौतिक परिस्थितियाँ तेजी से बदल रही हैं। इस बदली हुई परिस्थितियों में गणित पाठ्यक्रम की पूर्ति सही अर्थों में करने के लिए पाठ्यक्रम में समयानुसार परिवर्तन व

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

सुधार होने चाहिए। यह तभी हो सकता है जब गणित के विशेषज्ञों, अभिभावकों तथा सरकारी अधिकारियों द्वारा विद्यार्थियों के सभी पक्षों को देखते हुए पाठ्यक्रम के निर्माण के लिए कुछ सिद्धान्त बनाए जाएं, जिससे विद्यार्थी अपने जीवन के प्रत्येक क्षेत्र में उन्नति कर सके।

1. **सामाजिक एवं सांस्कृतिक मूल्यों के विकास का सिद्धान्त (Principle of development of social and cultural values) :** गणित के पाठ्यक्रम पर बदलती हुई सामाजिक एवं सांस्कृतिक परिस्थितियों एवं आवश्यकताओं का प्रभाव पड़ता है। प्रत्येक व्यक्ति को व्यावहारिक जीवन में निपुण बनाने के लिए उसकी गणितीय आवश्यकताओं एवं ज्ञान की पूर्ति करना अति आवश्यक है। सांस्कृतिक एवं सामाजिक विकास तथा अवकाश के सदुपयोग के लिए भी गणित का ज्ञान आवश्यक है। इसके लिए पाठ्यक्रम में संख्या पद्धति, सांख्यिकी, गणना सम्बन्धी कुशलताओं तथा अन्य उपयोगी विषय-वस्तु को पाठ्यक्रम में महत्त्वपूर्ण स्थान देना चाहिए जिससे बालकों में कुशल व सामाजिक नागरिक के गुणों का विकास हो सके।

2. **शिक्षा उद्देश्यों के अनुकूल (The curriculum should be in conformity with the aims of education) :** स्वतन्त्र भारत में शिक्षा का उद्देश्य आधुनिकीकरण, उत्पादन में वृद्धि, बच्चे का नैतिक विकास और राष्ट्रीय एकता का विकास है। गणित शिक्षण का उद्देश्य विद्यार्थियों की कल्पना शक्ति, विचारशक्ति, तर्कशक्ति, स्मरणशक्ति, इच्छाशक्ति, एकाग्रता आदि मानसिक शक्तियों का विकास करके तथा सत्यता, आत्मनिर्भरता, आत्मविश्वास आदि गुणों को भरकर मन को नियमित करना है। गणित के जो अंग इस प्रकार मन को नियमित करते हैं, उन्हें पाठ्यक्रम में स्थान मिलना चाहिए।

3. **उच्च कक्षाओं की आवश्यकता पूर्ति का सिद्धान्त (Principle of fulfillment of Higher educational needs) :** प्राथमिक कक्षाओं के बाद उच्च प्राथमिक, उसके बाद माध्यमिक, उच्च माध्यमिक, कॉलेज, विश्वविद्यालय अथवा किसी तकनीकी ज्ञान की शिक्षा प्राप्त करने की आवश्यकता होती है। अतः गणित का पाठ्यक्रम का निर्माण करते समय उन सभी प्रत्ययों, प्रकरणों, नियमों आदि को उचित स्थान देना चाहिए जिनकी आवश्यकता उच्च ज्ञान प्राप्ति में हो तथा बालक के भावी जीवन के लिए उपयोगी हो। जब बालक निम्न कक्षा उत्तीर्ण करके अगली (उच्च) कक्षा में जाता है तो उसे नवीन ज्ञान को प्रारम्भ से ही सीखना पड़ता है। यदि बच्चे को उसके द्वारा उत्तीर्ण की गई कक्षा में ही उच्च कक्षा में दिए जाने वाले ज्ञान का कुछ प्रारम्भिक ज्ञान या परिचय दे दिया जाए तो उसे उच्च कक्षाओं में अधिक कठिनाइयों का सामना नहीं करना पड़ेगा।

4. **उपयोगिता का सिद्धान्त (Principle of Utility) :** गणित का पाठ्यक्रम ऐसा होना चाहिए जोकि बच्चों को उनके स्वयं के तथा व्यावसायिक जीवन के उत्तरदायित्वों को सही प्रकार से संभालने के योग्य बनाये। पाठ्यक्रम में उन्हीं प्रत्ययों, प्रकरणों, नियमों आदि को शामिल करना चाहिए जो बच्चों के लिए अधिक उपयोगी तथा सहायक हो। गणित की उपयोगिता से तात्पर्य, ऐसा ज्ञान—

(1) जो व्यावहारिक तथा दैनिक जीवन में उपयोगी हो।
(2) जो गणित के विभिन्न मूल्यों जैसे अनुशासन (Disciplinary), कलात्मक (Aesthetic), बौद्धिक (Intellectual) मूल्यों को प्राप्त करने में सहायक हो।
(3) जो गणित के इतिहास तथा गणितज्ञों के जीवन व कार्यों से परिचित कराता हो।
(4) जो बालकों को प्रेरित (motivate) करें।
(5) जो गणित के प्रति सकारात्मक दृष्टिकोण उत्पन्न कर सके।
(6) जो विभिन्न प्रकार के व्यवसायों में सहायता प्रदान कर सके।
(7) जो पाठ्यक्रम के अन्य विषयों एवं उपविषयों के अध्ययन में सहायता प्रदान कर सके।

5. **रचनात्मकता का सिद्धान्त (Principle of Creativity) :** प्रत्येक बालक में कुछ रचनात्मक शक्तियां होती हैं अर्थात् वह एक खोजकर्ता की तरह कार्य करके ज्ञानार्जन कर सकता है। इसलिए इस सिद्धान्त के अनुसार गणित पाठ्यक्रम में कुछ सृजनात्मक गतिविधियों को विशेष स्थान देना चाहिए। ऐसी विषयवस्तु का संगठन किया जाये जिससे बालकों में रचनात्मक तथा सृजनात्मक कौशलों का विकास हो सके।

तब ही गणित का पाठ्यक्रम अधिक व्यावहारिक सिद्ध हो सकता है।

6. **मनोवैज्ञानिक सिद्धान्त (Psychological Principle) :** गणित पाठ्यक्रम का निर्धारण करते समय उस स्तर के बच्चों (Pupils) के मानसिक स्तर, आवश्यकताओं, जिज्ञासा, आयु, रुचि तथा दृष्टिकोण आदि मनोवैज्ञानिक बातों को विशेष महत्त्व देना चाहिए। मनोविज्ञान विषयवस्तु (Content) की अपेक्षा बालक (Child) को अधिक महत्त्व देता है अर्थात् मनोविज्ञान के अनुसार पाठ्यक्रम बालकेन्द्रित (Child Centred) होना चाहिए, न कि विषय केन्द्रित (Subject-Centred) क्योंकि 'पाठ्यक्रम बालक के लिए है, बालक पाठ्यक्रम के लिए नहीं।' गणित का ज्ञान प्राप्त करने में सीखने के विभिन्न नियम जैसे अभ्यास का नियम (Law of exercise), प्रभाव का नियम (Law of effect), तत्परता का नियम (Law of readiness) आदि बहुत सहायक है। इसके अतिरिक्त परिपक्वता, तर्क चिन्तन, सामान्यीकरण आदि सभी का प्रयोग नियमों या सिद्धान्तों में निष्कर्ष निकालने आदि में किया जाता है। अतः गणित का पाठ्यक्रम मनोवैज्ञानिक सिद्धान्तों और नियमों के अनुरूप निर्धारित करना चाहिए, जिससे बालक रुचि एवं उत्साह के साथ गणित का अधिगम कर सके।

7. **क्रियाशीलता का सिद्धान्त (Principle of Activity) :** प्राथमिक कक्षाओं में ही क्रियाशीलता पर अधिक बल दिया जाना चाहिए, क्योंकि इस उम्र में बच्चे किताबी ज्ञान की अपेक्षा प्रायोगिक ज्ञान को जल्दी ग्रहण करते हैं। अतः गणित का पाठ्यक्रम क्रिया केन्द्रित होना चाहिए और करके सीखने (Learning by doing) सिद्धान्त पर जोर देने वाला होना चाहिए। कम उम्र के बच्चों के लिए प्रयोगात्मक कार्य को ही पाठ्यक्रम का आधार बनाना चाहिए, क्योंकि बच्चे अधिकतर कुछ न कुछ करते रहना पसन्द करते हैं। मापना (Measurement), गिनना (Counting), अनुमान लगाना (guess) आदि विभिन्न प्रकार की समस्याओं को प्रायोगिक कार्य के माध्यम से आसानी से सीख सकते हैं। साथ ही इससे गणित उनको नीरस और कठिन विषय नहीं लगेगा।

8. **लचीलेपन का सिद्धान्त (Principle of flexibility) :** समाज परिवर्तनशील है और विद्यालय समाज का प्रतिबिम्ब है। अतः बच्चों की आवश्यकता और समाज के अनुरूप पाठ्यक्रम में भी समय-समय पर परिवर्तन होता रहना चाहिए। कहने का तात्पर्य है कि पाठ्यक्रम में दृढ़ता के स्थान पर लचीलापन होना चाहिए। नवीन परिस्थितियों में समायोजन करने तथा सामाजिक आवश्यकताओं की पूर्ति के लिए गणित के पाठ्यक्रम में समय-समय पर सुधार किया जाना चाहिए। नवीन ज्ञान, नवीन प्रवृत्तियों तथा उपयोगी विषय-वस्तु को समय-समय पर सम्मिलित किया जाना चाहिए।

9. **परम्पराओं के ज्ञान का सिद्धान्त (The conservative principle) :** समाज की परम्पराओं का ज्ञान अतीत पर निर्भर करता है। भविष्य उन परम्पराओं को जीवित रखता है। अतः समाज के अतीत, वर्तमान और भविष्य तीनों की आवश्यकताओं को महत्त्व देना चाहिए। पाठ्यक्रम का निर्माण करते समय उन प्रकरणों तथा प्रत्ययों का चयन किया जाना चाहिए, जो अतीत से सम्बन्धित हो, वर्तमान में लाभदायक तथा भविष्य में उपयोगी हो और जिससे बच्चों को विभिन्न परम्पराओं का ज्ञान हो सके।

10. **कठिनाई का सिद्धान्त (Principle of Difficulty) :** गणित के पाठ्यक्रम का निर्माण करते समय केवल बच्चों की आवश्यकता को ही नहीं बल्कि कठिनाइयों को भी ध्यान में रखना चाहिए। गणित पाठ्यक्रम का निर्माण करते समय हमें बच्चों की आयु, मानसिक विकास तथा उनकी श्रेणी को प्राथमिकता देनी चाहिए। ऐसे प्रकरणों को पाठ्यक्रम में नहीं रखना चाहिए जो आगामी जीवन के लिए तो उपयोगी हो, लेकिन आयु कम होने के कारण वे आसानी से नहीं समझ सकते। जैसे फील्डबुक (field book) सबके लिए आवश्यक है किन्तु जब तक उन्हें छोटी कक्षाओं में वर्ग, आयत, समान्तर चतुर्भुज, त्रिभुज आदि के क्षेत्रफल निकालने नहीं सिखाया जाता तब तक वे किसी भी खेत का क्षेत्रफल नहीं ज्ञात कर सकते। किसी भी प्रकरण के कठिनाई स्तर को हमें बच्चों के दृष्टिकोण से देखना चाहिए, क्योंकि कुछ प्रकरण हमारे लिए आसान होते है लेकिन वे विद्यार्थियों के लिए मुश्किल होते हैं।

11. **सहसम्बन्ध का सिद्धान्त (Principle of Correlation) :** बेकन के अनुसार गणित सभी

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

विज्ञानों का सिंहद्वार एवं कुंजी है। (Mathematics is the gateway and key of all sciences) गणित के अभाव में किसी भी क्षेत्र अथवा विषय की प्रगति संभव नहीं है। अतः विभिन्न क्षेत्रों एवं विषयों की समस्याओं का समाधान गणित की सहायता से संभव है। गणित के पाठ्यक्रम को अन्य सभी विषयों तथा दैनिक क्रियाओं से सम्बन्धित करके निर्मित करना चाहिए। गणित के पाठ्यक्रम का विभिन्न स्तरों पर निर्माण करते समय निम्नलिखित सह-सम्बन्धों पर ध्यान देना चाहिए :

(i) गणित का बालक के व्यावहारिक जीवन की समस्याओं एवं क्रियाओं से सहसम्बन्ध।
(ii) गणित का अध्ययन के अन्य विषयों से सहसम्बन्ध।
(iii) गणित का विद्यार्थियों एवं समाज की विभिन्न आवश्यकताओं से सहसम्बन्ध।
(iv) गणित का विभिन्न शाखाओं में आपसी सहसम्बन्ध

अतः गणित का पाठ्यक्रम निर्माण करते समय उपरोक्त सभी सिद्धान्तों के अनुसार ध्यान रखना चाहिए, जिससे वह बच्चों के सर्वांगीण विकास में सहायता करे तथा उनके लिए ज्ञानवर्द्धक तथा उपयोगी सिद्ध हो सके।

वर्तमान पाठ्यक्रम में दोष तथा निवारण
(Defects and Reform in Recent Curriculum)

☛ **माध्यमिक स्कूल पाठ्यक्रम में क्या-क्या दोष हैं? इनमें सुधार लाने के लिए अपने कुछ सुझाव दीजिए।**

अथवा

☛ **माध्यमिक शिक्षा आयोग ने तत्कालीन पाठ्यक्रम में किन-किन दोषों की चर्चा की है?**

अथवा

☛ **अपने प्रान्त की माध्यमिक कक्षाओं के गणित के पाठ्यक्रम की विवेचना कीजिए तथा इसमें सुधार के लिए सुझाव दीजिए।** **[MDU, 2018]**

उत्तर : परम्परागत पाठ्यक्रम विषय केन्द्रित पाठ्यक्रम है। परम्परागत दृष्टिकोण से पाठ्यक्रम विभिन्न विषयों का समूह है जिन्हें विद्यार्थियों को पढ़ना पड़ता है। ऐसे पाठ्यक्रम की पृष्ठभूमि भारत और प्राचीन यूनान में खोजी जा सकती है, जहां विद्यार्थियों में नैतिक तथा आध्यात्मिक विकास के लिए शास्त्रीय विषयों (Classical Subjects) के शिक्षण पर जोर दिया जाता था।

इनमें प्रत्येक विषय का अपना क्षेत्र होता था और विभिन्न विषयों में समन्वय स्थापित करने का प्रयास नहीं किया जाता था। इस दृष्टिकोण से शिक्षा वृद्धि का तो पोषण करती है, परंतु व्यक्तित्व के अन्य पहलुओं को विकसित नहीं करती। परम्परागत पाठ्यक्रम परम्परात्मक शिक्षा दर्शन की उपज है, जिसके अनुसार शिक्षा एक गतिशून्य क्रिया है। ऐसा पाठ्यक्रम ज्ञान की आवश्यक मात्रा तो प्रदान करता है परंतु अनुभव की पूर्णता प्रदान नहीं करता।

1. **संकीर्ण (Narrow in Conception)**–विषयों की दृष्टि से यह पाठ्यक्रम संकीर्ण है। इसमें प्रत्येक विषय को अपने आप में साध्य माना जाता है, क्योंकि पाठ्यक्रम में उसे निश्चित स्थान और समय दिया गया है। जीवन की अपेक्षा महाविद्यालय या विश्वविद्यालय में दाखिले की आवश्यकताओं से संबंधित होने के कारण यह संकीर्ण है। इसमें उन आदतों तथा कुशलताओं (skills) को प्राप्त करने पर जोर दिया गया है तो विद्यार्थी के लिए तब अनुपयोगी सिद्ध होती है, जब उसे जीवन की कठिन समस्याओं का सामना करना पड़ता है। इसी बात को देखते हुए आलोचकों का व्यंग्यपूर्ण मत है कि हमारी शिक्षा में पाठ्यक्रम तो है ही नहीं, अपितु भिन्न-भिन्न विषयों के लिए अध्ययन क्रम (syllabus) मात्र है, जिसमें केवल यह बताया गया है कि भिन्न-भिन्न विषयों में कौन-सी विषय-वस्तु का अध्ययन करना है। दूसरी बात यह है कि विषयों के विषय-वस्तु का चुनाव विद्यार्थियों की रुचि तथा आवश्यकताओं को सामने रखकर नहीं किया जाता और न ही यह पाठ्यक्रम सामाजिक दृष्टिकोण से उत्तम है। इस प्रकार का पाठ्यक्रम समाज की आवश्यकताओं का

समाधान नहीं कर सकता तथा न ही यह पाठ्यक्रम मनोवैज्ञानिक दृष्टि से उपयुक्त है। इस पाठ्यक्रम का विद्यार्थियों के वातावरण से कोई संबंध नहीं तथा विद्यार्थियों के सामुदायिक जीवन पर यह कोई प्रभाव नहीं छोड़ता। इस पाठ्यक्रम का मुख्य लक्ष्य केवल विषय-वस्तु के तथ्यों को रटना है। इसी प्रकार यह पाठ्यक्रम न तो विद्यार्थियों की जन्मजात शक्तियों का प्रयोग करता है और न ही उन्हें व्यावहारिक दृष्टिकोण से समर्थ बनाता है।

2. **पाठ्यक्रम पुस्तकीय एवं सैद्धान्तिक है (Curriculum is Bookish and Theoretical)**– परम्परागत पाठ्यक्रम पुस्तकीय तथा सैद्धान्तिक ज्ञान पर बल देता है। बहुत से राज्यों का अध्ययन क्रम देखने के बाद आयोग इस परिणाम पर पहुंचा है कि हमारा पाठ्यक्रम बहुत अधिक पुस्तकीय तथा सैद्धान्तिक है। इसमें केवल कुछ तथ्यों के ज्ञान पर जोर दिया जाता है तथा उन तथ्यों पर पहुंचने के लिए जिन आधारभूत धारणाओं का प्रयोग किया गया है, उसकी ओर कोई ध्यान नहीं दिया जाता। इसका परिणाम यह होता है कि विद्यार्थियों का रटने पर आवश्यक जोर होता है और विषय-वस्तु की समझ उन्हें नहीं होती है। वही पाठ्यक्रम लाभप्रद हो सकता है जो बच्चों का सर्वांगीण विकास करे तथा जो उसकी भिन्न-भिन्न आयु में आवश्यकताओं तथा रुचियों का ध्यान रखें, परंतु ऐसा नहीं है। डॉ. जाकिर हुसैन कमेटी ने अपनी रिपोर्ट में ठीक लिखा है, "आज जब कि राष्ट्रीय तथा अन्तर्राष्ट्रीय जीवन में बड़ी तेजी से परिवर्तन आ रहे हैंजो कि नागरिकों पर नई-नई मांगें डाल रहे हैं। ऐसी स्थिति में भी हमारी परम्परागत शिक्षा प्रणाली रुचिहीन है, जिसका जीवन धाराओं से कोई संबंध नहीं। वह अपने आपको बदलते हुए वातावरण के अनुसार ढाल नहीं सकती। यह पाठ्यक्रम न तो वर्तमान शिक्षा प्रणाली में यथार्थवादी तत्त्वों को मिला सकता है और न ही जीवन देने वाले और निर्माणकारी आदर्शों से प्रेरित है।"

(Today when quick and far reaching changes are reshaping both national and international life and making new demands on its citizens, the existing system of education continues to function listlessly and apart from the real currents of life, unable to adapt itself to the changed circumstances. It is neither responsible to the realistic elements fo the present education nor inspired by any life giving and creative ideals.–**Dr. Zakir Hussain**)

पिछले 50 वर्षों से ज्ञान का विस्फोट होने के कारण विज्ञान के भिन्न-भिन्न क्षेत्रों में नये-नये अनुसन्धान होने के कारण और संसार के देशों में सामाजिक, राजनैतिक और आर्थिक परिवर्तन आ जाने से शिक्षा पर भी अधिक दबाव पड़ गया है। आज शिक्षा को बदलती हुई स्थितियों के अनुकूल होने की आवश्यकता है, परंतु अब भी विद्यार्थियों के समक्ष परम्परागत और कठोर पाठ्यक्रम प्रस्तुत किया जाता है जो न केवल उसके समय और शक्ति का विकास करता है, बल्कि ऐसा पाठ्यक्रम पढ़ने से वह आधुनिक संसार के साथ अनुकूलन नहीं कर सकता। इसलिए इस पाठ्यक्रम में समय-समय पर सुधार और संशोधन की आवश्यकता है, परंतु अब भी विद्यार्थियों के समक्ष परम्परागत और कठोर पाठ्यक्रम प्रस्तुत किया जाता है, जो न केवल उसके समय और शक्ति का विकास करता है, बल्कि ऐसा पाठ्यक्रम पढ़ने से वह आधुनिक संसार के साथ अनुकूलन नहीं कर सकता। इसलिए इस पाठ्यक्रम में समय-समय पर सुधार और संशोधन की आवश्यकता है।

3. **बहुत भारी (Over-crowded)**–माध्यमिक स्तर का पाठ्यक्रम बिना किसी आवश्यक विषय-वस्तु के भी बहुत भारी है। अध्ययन के लिए बहुत से विषयों को लगाया गया है। विषयों का पूरी तरह से विशेषीकरण है और उनमें कोई एकीकरण देखने में नहीं आता। विषयों के भारी होने से बहुत दोष उत्पन्न हो गए हैं। माध्यमिक शिक्षा आयोग ने ठीक ही कहा है, "इससे वास्तविक, रचनात्मक कार्य के स्थान पर छोटा रास्ता अपनाया जाता है। नोट्स बनाने की बजाय कक्षा में लिखवा दिए जाते हैं। आवश्यक तथ्यों को याद किया जाता है तथा भुला दिया जाता है। प्रयोगात्मक कार्य की उपेक्षा की जाती है, क्योंकि इसमे बहुत समय लगता है–कक्षा कक्ष कार्य नीरस और औपचारिक बन जाता है।"

("It leads to short circuiting of real creative work. Notes are dictated instead of being composed, practical work is omitted because it allegedly consumes too much

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

of precious time, the class work becomes formal and joyless and confidence is undermined.")

इस प्रकार परम्परागत पाठ्यक्रम बहुत ज्यादा है, परंतु उसमें संवृद्ध एवं महत्त्वपूर्ण सामग्री का अभाव है। महत्त्वहीन तथ्यों के अत्यधिक विस्तार से विद्यार्थियों की बुद्धि पर हानिकारक प्रभाव पड़ता है। ऐसा पाठ्यक्रम विद्यार्थियों की कुशलता एवं प्रशंसात्मक दृष्टिकोण को विकसित करने में कोई योगदान नहीं देता और न ही उनके जीवन को संवृद्ध बनाता है।

इन बुराइयों को देखकर आयोग ने सिफारिश की कि एक तो जहां तक सम्भव हो सके विषयों की संख्या कम कर देनी चाहिए। दूसरे एक ही सम्बन्धित विषयों का एकीकरण कर देना चाहिए। जैसे—इतिहास, भूगोल, नागरिक शास्त्र तथा अर्थशास्त्र आदि का सामाजिक अध्ययन विषय में एकीकरण किया जा सकता है।

4. प्रयोग कार्यों की अवहेलना (Ignores Practical Works)—परम्परागत पाठ्यक्रम में प्रयोग तथा क्रियात्मक कार्यों के लिए अपर्याप्त व्यवस्था है। व्यक्ति का स्वस्थ विकास क्रियात्मक गतिविधियों पर ठोस एवं टिकाऊ ज्ञान प्रयोगों पर होता है। इन्हें स्कूल पाठ्यक्रम का आवश्यक अंग बनाना चाहिए। परंतु खेद की बात है कि परम्परागत पाठ्यक्रम में उन क्रियात्मक और प्रयोगात्मक गतिविधियों के लिए कोई स्थान नहीं होता जो शिक्षा को सतत् जीवन प्रक्रिया बनाती है।

5. जीवन के साथ उचित संबंध का अभाव (Lack of Proper Relation with Life)—माध्यमिक स्तर की वर्तमान शिक्षा पद्धति में ऐसे विषय रखे गये हैं। इस प्रकार शिक्षा और जीवन के बीच एक अंतराल बन गया है। परिणाम स्वरूप वर्तमान पाठ्यक्रम सम्पूर्ण व्यक्तित्व को उभारने, व्यावहारिक बनाने और अन्य क्रियाओं में सामंजस्य स्थापित करने में असफल रहता है। यह पाठ्यक्रम देश के साधनों और आवश्यकताओं को प्रकट नहीं करता। हमारा समाज परिवर्तनशील है। इसमें नित नये परिवर्तन आ रहे हैं। आज की बदली राजनैतिक और आर्थिक परिस्थितियों से देश प्रभावित हो रहा है। परंतु प्रचलित पाठ्यक्रम इन परिवर्तित परिस्थितियों का सामना करने के लिए बालकों को योग्य नहीं बनाता। इसका स्पष्टीकरण एक उदाहरण से किया जा सकता है। हमारे देश ने एक धर्म-निरपेक्ष, समाजवादी, प्रजातन्त्रात्मक राज्य के स्वरूप को अपनाया है। राष्ट्रीय जीवन के हर पहलू को पंचवर्षीय योजनाएं प्रभावित कर रही है। आज देश की आर्थिक और राजनैतिक स्थितियों ने देश को एक चुनौती दी है। परंतु इस चुनौती का मुकाबला करने के लिए परम्परागत पाठ्यक्रम में कुछ भी नहीं है। आज देश को निर्धनता, बेरोजगारी, नैतिक पतन और विघटन शक्तियों ने घेरा हुआ है। परम्परागत पाठ्यक्रम ने इसका समाधान ढूंढने के लिए बहुत कम प्रयत्न किये हैं।

6. विभिन्न रुचियों की उपेक्षा करना (Lack of Adaptation to Individual Differences)—भिन्न-भिन्न बालक बुद्धि के अनुसार आवश्यकताओं में एक-दूसरे से भिन्न होते हैं। एक ही प्रकार का पाठ्यक्रम उन सबके लिए उचित नहीं होता। इससे गुणों और शक्तियों का नाश होता है। इसलिए भिन्न-भिन्न बुद्धि और प्रवृत्तियों के विद्यार्थियों की आवश्यकता का समाधान करने के लिए पाठ्यक्रम में विविधता होनी चाहिए, ताकि विद्यार्थी उसमें से उचित चुनाव कर सकें।

7. नैतिक शिक्षा का अभाव (Lack of Moral Education)—वर्तमान पाठ्यक्रम में नैतिक शिक्षा पर बल नहीं दिया गया है। जिसके फलस्वरूप आज हमारे छात्र नैतिक मूल्यों से दूर होते जा रहे हैं। यही कारण है कि आज बालकों में आत्म-विश्वास, अनुशासन, सदाचार, सहानुभूति, सहयोग, सत्यता, ईमानदारी, उत्तरदायित्व जैसे नैतिक गुणों का विकास नहीं हो पाता। राष्ट्र की उन्नति के लिए नैतिक मूल्यों का विकास आवश्यक है। इसलिए नैतिक मूल्यों को पाठ्यक्रम में शामिल करना मात्र पर्याप्त नहीं, इन पर बल भी देना होगा।

8. पाठ्यक्रम परीक्षा केन्द्रित है (Curriculum is dominated by Examination)—परम्परागत दृष्टिकोण से शिक्षा की धारणा परीक्षा में सफल होने तक ही सीमित होती है। अध्यापक, माता-पिता आदि सब का उद्देश्य बच्चे को परीक्षा के लिए तैयार करना है। इसी पर ही अध्यापक की शिक्षण-योग्यता की सफलता आधारित है और इसी से ही इस बात का निर्णय होता है कि बच्चे में सीखने की योग्यता कहां तक है।

पाठ्यक्रम और परीक्षाओं के संबंध में एक विरोधाभास देखने में आता है। वैसे तो परीक्षा पाठ्यक्रम के अनुसार होनी चाहिए। परंतु यहां स्थिति यह है कि पाठ्यक्रम का निर्माण परीक्षाओं को सुगम बनाने के लिए किया जाता है। बालक के समक्ष केवल एक ही उद्देश्य होता है और वह है परीक्षा में उत्तीर्ण होना। यह एक उपलब्धि उसके समस्त व्यक्तित्व को दर्शाती है। यह निर्णय करने के लिए कि क्या यह अध्यापक अपने कार्य में कार्यक्षम है या नहीं, उसके परिणामों की प्रतिशत देखी जाती है। यदि विद्यार्थियों ने किसी परीक्षा में सफलता अधिक प्रतिशत से पास की है तो अध्यापक अपने व्यवसाय में निपुण है अथवा नहीं। भिन्न-भिन्न विषयों के अध्ययन-क्रम में कोई लचक नहीं छोड़ी जाती। पाठ्य-पुस्तकें भी पूरी तरह से अध्ययन क्रम के अनुसार लिखी जाती हैं और विद्यार्थी पाठ्य-पुस्तक से अलग पढ़ने की कुछ सोचते ही नहीं। कुंजियों और गाइडों की सहायता से वे परीक्षा में सफल होने का प्रयत्न करते हैं। अध्यापक भी घिसी-पिटी विधियों का प्रयोग करके पाठ्यक्रम में दिए गए ज्ञान को रटाने का प्रयत्न करता है।

9. इसमें तकनीकी और व्यावसायिक अध्ययन का अभाव है (Lacks Technical and Vocational Studies)—स्कूली-जीवन के पश्चात् व्यक्ति की सफलता का आधार उस क्रियात्मक प्रशिक्षण पर होता है जो वह स्कूली जीवन में प्राप्त करता है, क्योंकि माध्यमिक स्तर के पश्चात् अधिकतर विद्यार्थी अपनी शिक्षा समाप्त कर देते हैं, इसलिए इस स्तर के पाठ्यक्रम में क्रियात्मक कुशलता तथा प्रवृत्तियों के विकास की व्यवस्था होनी चाहिए। वास्तव में यह विशेष कर्तव्य है कि वह देश के राष्ट्रीय जीवन के प्रत्येक क्षेत्र-कला, विज्ञान, उद्योग, वाणिज्य आदि में नया नेतृत्व प्रदान करें। परंतु वर्तमान एक पक्षीय पाठ्यक्रम में ऐसे नेतृत्व के निर्माण की कोई व्यवस्था नहीं है।

10. शिक्षा की अन्य संस्थाओं की अवहेलना (Ignores other Agencies of Education)—परम्परागत शिक्षा प्रणाली में स्कूली शिक्षा के अतिरिक्त शिक्षा के अन्य संस्थानों की अवहेलना की जाती है। इस पाठ्यक्रम में केवल कक्षीय-शिक्षण को ही शिक्षा का साधन माना जाता है। परिवार, समुदाय, क्लब, समाज, खेल का मैदान तथा शिक्षा के अन्य संस्थानों की अवहेलना की जाती है। इस प्रकार शिक्षा स्कूली शिक्षा की पर्यायवाची बन कर रह जाती है जबकि सत्य यह है कि शिक्षा जीवन-पर्यन्त चलने वाली प्रक्रिया है।

11. अध्यापक को शैक्षणिक प्रक्रिया में प्रगतिशील दृष्टिकोण प्रदान नहीं करता (Does Not Provide Progressive Attitude to the Educational Process of the Teacher)—परम्परागत पाठ्यक्रम अध्यापक की शैक्षणिक प्रक्रिया को प्रगतिशील दृष्टिकोण प्रदान नहीं करता। न तो वह कभी नई शिक्षण विधियाँ अपनाता है और न ही उन की आवश्यकता अनुभव करता है। कुछ पुराने घिसे-पिटे मार्ग का ही अनुसरण करता है।

माध्यमिक शिक्षा आयोग द्वारा बताए गए पाठ्यक्रम में दोष (Defects in the Curriculum as Pointed Out by S.E.C.)

1. इस पाठ्यक्रम की धारणा संकीर्ण है और इसमें अध्ययन की विस्तृत इकाइयों का अभाव है।
2. यह पुस्तकीय और सैद्धान्तिक है। यह बुद्धि का पोषण तो करता है, परंतु हृदय और शरीर की अवहेलना करता है।
3. इसमें कोई शैक्षणिक विषयों की भीड़ भी होती है। परिणामस्वरूप विद्यार्थी और अध्यापक जीवन के व्यावहारिक पक्षों की ओर ध्यान नहीं देते।
4. यह एक-पक्षीय पाठ्यक्रम है। इसमें क्रियात्मक एवं अन्य प्रकार की गतिविधियों जैसे खेले, रुचि-कार्य तथा शिल्प आदि के लिए अपर्याप्त व्यवस्था होती है।
5. इस पाठ्यक्रम से बच्चा निष्क्रिय रूप से संकीर्ण ज्ञान प्रदान करता है और उसकी किशोरावस्था की विभिन्न आवश्यकताओं की अवहेलना हो जाती है।
6. इस पर परीक्षाओं का एकाधिकार रहता है। अध्यापक परीक्षाओं की दृष्टि से रख कर ही पढ़ता है और विद्यार्थी केवल उतना ही जानते हैं, जितना उन्हें परीक्षाओं में लिखना होता है।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

7. यह पाठ्यक्रम व्यक्तिगत विभिन्नताओं की अवहेलना करता है। यह किशोरावस्था की विभिन्न रुचियों, इच्छाओं तथा प्रवृत्तियों की ओर ध्यान नहीं देता।

8. इसमें क्रियात्मक, तकनीकी एवं व्यावसायिक अध्ययन के लिए कोई स्थान नहीं है। सभी विद्यार्थियों को एक ही मार्ग पर चलाया जाता है। आयोग ने इस बात पर खेद प्रकट किया है कि सन् 1882 में भारतीय शिक्षा आयोग ने व्यावसायिक विषयों को माध्यमिक स्कूल पाठ्यक्रम में सम्मिलित करने का सुझाव दिया था। परंतु ब्रिटिश शिक्षा प्रणाली में इसकी कोई व्यवस्था नहीं की गई। स्वतंत्रता के पश्चात् हो रहे तकनीकी और औद्योगिक विकास के फलस्वरूप पाठ्यक्रम का व्यवसायीकरण करना बहुत आवश्यक है।

सुधारों के लिए सुझाव (Suggestions for Improvement)

माध्यमिक स्तर के पाठ्यक्रम में सुधार लाने के लिए निम्नलिखित सुझावों पर ध्यान देने की आवश्यकता है–

1. **उपयोगी विषयों एवं क्रियाओं का समावेश (Inclusion of useful Subjects and Activities)**–परम्परागत पाठ्यक्रम केवल सैद्धान्तिक और पुस्तकीय है। हमें चाहिए कि पाठ्यक्रम में जीवन से संबंधित सभी विषयों और क्रियाओं को स्थान दिया जाना चाहिए।

2. **पाठ्यक्रम के स्तर को ऊँचा उठाना (Upgrading the Curriculum)**–पाठ्यक्रम के निम्न स्तर को ऊँचा उठाने की अत्यधिक आवश्यकता है। इसके लिए विश्वविद्यालय के शिक्षा विभाग, प्रशिक्षण महाविद्यालय तथा राज्य शिक्षा संस्थानों को पाठ्यक्रम में सुधार लाने के लिए खोज व शोध कार्य करने चाहिए और उन खोजों के आधार पर पाठ्यक्रम में सुधार करना चाहिए तथा उपलब्धि के स्तर को परिभाषित करें।

3. **बच्चों की रुचि को ध्यान में रखना (Keeping the Interests of the Child in Mind)**–पाठ्यक्रम का चयन करते समय बच्चों की रुचि, रुझान, योग्यता एवं आवश्यकताओं का ज्ञान एवं ध्यान अवश्य रखा जाए। पाठ्य-वस्तु का चयन करते समय बच्चों की मनोवैज्ञानिक एवं सामाजिक स्थिति को सामने रखना चाहिए। नई शिक्षा नीति 1986 (New education policy) में भी बाल केन्द्रित शिक्षा का सुझाव दिया गया है तथा करके सीखने के सिद्धांत को अपनाने का भी सुझाव दिया गया है।

4. **हिन्दी के महत्त्व को पहचानना (Recognising the Importance of Hindi)**–आश्चर्य की बात है कि आज भी देश के कुछ भागों में राष्ट्र भाषा हिन्दी की उपेक्षा की जाती हैं, परंतु राष्ट्रीय एकता और राष्ट्र की भावनात्मक एकता के लिए हमें राष्ट्रीय भाषा का अध्ययन अनिवार्य रूप से करना चाहिए।

5. **बहुमुखी कार्यक्रम का आयोजन करना (Organising Diversified Courses)**–बच्चों की मनोवैज्ञानिक भिन्नता को ध्यान में रखते हुए बहुमुखी कार्यक्रम (Diversified Courses) का आयोजन करना आवश्यक है। हमारे विद्यालयों को चाहिए कि वे सभी वर्गों के बच्चों को विषयों के चुनाव का अधिक से अधिक अवसर प्रदान करें।

6. **पाठ्यक्रम में नवाचार (Innovations in Curriculum)**–सभी विद्यालयों को सामान्य तौर पर तथा प्रयोगात्मक विद्यालयों को विशेष तौर पर प्रोत्साहन देना चाहिए कि वे अपनी आवश्यकताओं व उपलब्ध साधनों के आधार पर पाठ्यक्रम का निर्माण कर सकें। विद्यालयों को ऐसा करने के लिए स्वतंत्रता देनी चाहिए ताकि वे शिक्षा निर्देशालय के आदेशों के प्रति लकीर के फकीर न बनें।

7. **स्वास्थ्य शिक्षा पर बल (Emphasis on Health Education)**–अब तक हमारी माध्यमिक शिक्षा प्रणाली में स्वास्थ्य शिक्षा पर अधिक बल नहीं दिया गया है और जिस देश के नगारिकों का स्वास्थ्य ठीक नहीं होता वह देश किसी भी प्रकार से उन्नति नहीं कर सकता। स्वस्थ नागरिकों से ही देश की उन्नति तथा रक्षा की आशा की जा सकती है। अतः सभी बच्चों को स्वास्थ्य रक्षा संबंधी नियमों एवं क्रियाओं का ज्ञान कराना चाहिए।

8. **विज्ञान एवं गणित की शिक्षा पर बल (Emphasis on Science and Mathematics Subjects)**– आयोग ने सुझाव दिया है कि शिक्षा के प्रथम दस वर्षों में विज्ञान और गणित शिक्षा पर बल दिया जाए। साथ ही विज्ञान का चयन करते समय छात्रों की क्षमता एवं रुचि को ध्यान में रखा जाए।

9. **हस्तकार्य पर बल (Emphasis on Manual Work)**–आयोग ने शिक्षा के सभी स्तरों पर हस्तकार्य को प्राथमिकता देने का सुझाव दिया। विभिन्न स्तरों पर हस्तकार्य अलग-अलग कराए जाएं। हस्तकार्य का चयन करते समय छात्रों की क्षमता एवं रुचि को ध्यान में रखा जाए।

10. **तकनीकी तथ्य व्यावसायिक शिक्षा पर बल (Emphasis on Technical and Vocational Education)**–पाठ्यक्रम उपयोगी होना चाहिए। इसलिए इसमें तकनीकी तथा व्यावसायिक शिक्षा की पूरी-पूरी व्यवस्था की जानी चाहिए। पाठ्यक्रम की पाठ्य-वस्तु ऐसी होनी चाहिए जिसे पूरा करने के पश्चात् बच्चे उत्पादन तथा उद्योग कार्य में प्राथमिक दक्षता प्राप्त कर लें और अपनी जीविका कमाने योग्य बन जाएं।

11. **पाठ्यक्रम का बच्चों से संबंध तथा एकीकरण (Relation with the Students and Integration)**–जहां तक सम्भव हो, पाठ्यक्रम ऐसा होना चाहिए जिसका बच्चों से संबंध हो और जिसे बच्चे अपने अध्ययन के आधार पर ग्रहण कर सकें।

इसी प्रकार माध्यमिक स्तर पर विषयों की भीड़ को भी ठीक कर देना चाहिए। उदाहरण के तौर पर किसी एक क्षेत्र से संबंध रखने वाले विषयों का एकीकरण किया जा सकता है। इतिहास, भूगोल, अर्थ-शास्त्र, नागरिक-शास्त्र जैसे विषयों का संबंध सामाजिक वातावरण से है, इसलिए इनका सामाजिक अध्ययन विषय में एकीकरण कराया जा सकता है। इसी प्रकार भौतिकी, रसायन, जीव विज्ञान आदि सामान्य विज्ञान विषयों में एकीकरण किया जा सकता है।

12. **पाठ्यक्रम को परीक्षाओं में अधिक महत्त्वपूर्ण समझना**–पाठ्यक्रम को परीक्षाओं में अधिक महत्त्व देना चाहिए। जब तक परीक्षाओं में सुधार नहीं किया जाता, पाठ्यक्रम में भी सुधार नहीं हो सकता।

विषय वस्तु विश्लेषण तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण और उनकी तुलना (Content Analysis, Pedagogical Analysis and Their Comparison)

☛ **विषय-वस्तु विश्लेषण तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण से क्या अभिप्राय है? दोनों किस प्रकार भिन्न हैं?**

अथवा

☛ **विषय-वस्तु विश्लेषण तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण से आप क्या समझते हैं? शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण के सोपान समझाइये।**

अथवा

☛ **शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण के सोपान और विषय-वस्तु तथा शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण में अंतर बताइएं।**

उत्तर : विषय-वस्तु विश्लेषण : जिस प्रक्रिया के द्वारा किसी वस्तु विशेष को उसके तत्त्वों, अवयवों अथवा भागों में विभक्त किया जाता है, विश्लेषण कहते हैं। किसी भी शिक्षण इकाई को उसके विभिन्न प्रकरणों, भागों, अवयवों तथा अवधारणा विशेष में बांटने का कार्य हम इकाई विश्लेषण के माध्यम से करते हैं। इसी प्रकार विषय-वस्तु विश्लेषण की प्रक्रिया का प्रयोग हम विषय विशेष के लिए निधारित किये गये पाठ्यक्रम की विषय-वस्तु को उसके विभिन्न भागों, इकाई तथा उपइकाइयों, खंडों तथा उपखंडों, प्रकरणों तथा उपप्रकरणों अथवा बृहत् तथा लघु संप्रत्ययों या अवधारणाओं आदि में विभाजित करने के लिए करते हैं।

शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण : जैसे कि नाम से ही मालूम पड़ता है कि शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण दो शब्दों को मिलाकर बना है–शिक्षाशास्त्र + विश्लेषण।

शिक्षाशास्त्र विश्लेषण से अर्थ ऐसे विश्लेषण से है जो शिक्षाशास्त्र पर आधारित होता है अर्थात् वह विश्लेषण जिसके द्वारा किसी विषय की विषय-वस्तु के शिक्षण कार्य हेतु शिक्षण विज्ञान के नियमों को आधार

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(Unit), प्रकरणों (Topic) तथा एकल संप्रत्यय (Single Concept) के रूप में आयोजित एवं संगठित रहती है।

इसी प्रकार जब किसी अध्यापक को किसी प्रकरण अथवा इकाई को पढ़ाना होता है तो वह उसे उपप्रकरणों, उपखंडों अथवा उपइकाइयों में अपनी सुविधानुसार क्रमिक रूप से विभाजित, संगठित तथा व्यवस्थित कर लेता है। इस प्रकार किसी विषय की इकाई या प्रकरण की विषय-वस्तु को उसके अवयवों या भागों में बांटने की प्रक्रिया को उस विषयवस्तु विशेष के विश्लेषण (Content Analysis) की संज्ञा दी जाती है। इस कार्य को केवल उसे क्रमिक रूप से सुव्यवस्थित एवं संगठित करने के उद्देश्य को लेकर संपन्न किया जाता है।

परंतु जब इसी प्रकार का विश्लेषण एक शास्त्रीय एवं विधिवत ढंग से शिक्षाशास्त्र यानी शिक्षण विज्ञान की मर्यादाओं तथा सिद्धांतों को आधार बनाकर किया जाता है तब उसे विषय की विषयवस्तु का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कहकर पुकारा जाता है। इस रूप में विषयवस्तु का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण, अपने अर्थ, प्रयोजन एवं प्रक्रिया आदि सभी दृष्टि से विषयवस्तु विश्लेषण जैसे सरल एवं बहु प्रचलित पद से काफी अधिक व्यापक एवं विस्तृत माना जाता है। इस प्रकार विषयवस्तु विश्लेषण शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण के सोपान का एक पद मात्र ही है।

विभिन्न प्रकरणों की विषय सामग्री का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण (Pedagogical Analysis of the contents related to the Various topics)

समीकरण (Equations)

☛ 'समीकरण' इकाई पर शिक्षण विश्लेषण कीजिए। [CRSU, 2018] [CBLU, 2018]

उत्तर : "समीकरण प्रकरण"/इकाई की विषय-वस्तु का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण (Pedagogical Analysis of the Topic Equations) समीकरण प्रकरण का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण इस प्रकार है—

(क) विषय-वस्तु विश्लेषण (Content Analysis) :

1. **समीकरण पद का अर्थ व महत्त्व :**
   - समीकरण से अभिप्राय।
   - समीकरण द्वारा विभिन्न प्रकार की समस्याओं का हल।
2. **रैखिक समीकरण (Linear Equations) :**
   - रैखिक समीकरण।
   - रैखिक समीकरण को हल करने की विधियां।
   - रैखिक समीकरण पर आधारित समस्याओं का समाधान करना।
3. **युगपत समीकरण (Simultaneous Equations) :**
   - युगपत् समीकरण का अर्थ।
   - युगपत् समीकरणों को हल करने हेतु विधियां।
   - युगपत् समीकरणों पर आधारित समस्याओं का समाधान करना।
4. **द्विघात समीकरण (Quadratic Equations) :**
   - द्विघात समीकरण से अभिप्राय।
   - द्विघात समीकरण को हल करने की विधियां।
   - द्विघात समीकरणों पर आधारित समस्याओं का समाधान करना।

(ख) उद्देश्यों का व्यावहारिक शब्दावली में उल्लेख (Listing the Objectives in behavioural Terms)

1. विद्यार्थी समीकरण पद का अर्थ स्पष्ट करते हैं।

2. वे दैनिक जीवन में विभिन्न समस्याओं का समाधान करने हेतु "समीकरण" के योगदान की व्याख्या करते हैं।
3. वे दी हुई भिन्न-भिन्न बीजगणितीय अभिव्यक्तियों में से सरल समीकरणों को पहचानकर उसका नाम बताते हैं।
4. सरल समीकरणों का अर्थ स्पष्ट करते हैं।
5. सरल समीकरणों के हल को कुशलतापूर्वक प्रदर्शित करते हैं।
6. युगपत् समीकरण निकाय (System of Simultaneous Equation) का अर्थ स्पष्ट करते हैं।
7. युगपत् समीकरण संबंधी हल को प्रदर्शित करते हैं।
8. युगपत् समीकरण निकायों को हल करने की विभिन्न विधियों का कुशलतापूर्वक प्रदर्शन करते हैं।
9. समीकरणों का हमारे दैनिक जीवन में उपयोग के प्रति व्याख्या करते हैं।
10. द्विघाती समीकरण का अर्थ स्पष्ट करते हैं।
11. द्विघाती समीकरण को हल करने की विभिन्न विधियों पर चर्चा करते हैं।
12. द्विघाती समीकरण को हल करने के सूत्र $x = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ का प्रत्यास्मरण करते हैं।

(ग) शिक्षण विधियों, प्रविधियों, क्रियाकलापों व शिक्षण सहायक सामग्री का उल्लेख (Listing of Teaching Methods, Techniques, Activities and Teaching Aids)

1. **शिक्षण विधियां और प्रविधियां (Teaching Methods and Techniques) :** "समीकरण" इकाई के शिक्षण हेतु शिक्षक निम्नलिखित विधियों एवं प्रविधियों को प्रयोग में लाता है— आगमन विधि, व्याख्यान विधि, प्रयोगशाला विधि, समस्या समाधान विधि, विश्लेषणात्मक विधि, चॉकपट्ट प्रदर्शन, वर्ण, अन्वेषणात्मक प्रविधियां इत्यादि।
2. **क्रियाकलाप एवं शिक्षण सहायक सामग्री (Activities and Teaching Aids) :**
   - विद्यार्थियों को विभिन्न समस्याओं को समीकरण के रूप में लिखने और पढ़ने में अभ्यस्त कराया जायेगा।
   - बीजगणित की विभिन्न पदावली व अभिव्यक्ति को विद्यार्थियों के समक्ष प्रस्तुत किया जाएगा ताकि वे उनमें से सरल समीकरण, युगपत् समीकरण व द्विघातीय समीकरण की पहचान कर सकें।
   - सरल, युगपत् व द्विघात समीकरणों को हल करने के लिए विभिन्न उदाहरणों को चित्रों व चॉकपट्ट की सहायता से समझाया जाएगा।
   - उन्हें "समीकरण" संबंधी समस्याओं व प्रश्नों को अभ्यास कार्य व गृहकार्य के रूप में दिया जाता है। उनके द्वारा की गई गलतियों का शिक्षक अवलोकन करेगा।
   - बीजगणितीय अभिव्यक्ति व पदावली को हल करने के लिए तराजू विधि का प्रयोग किया जाएगा। जिस प्रकार तराजू के दो पलड़े होते हैं, उसी प्रकार समीकरण के भी दो पक्ष होते हैं। एक पक्ष में कुछ जोड़ने-घटाने पर उतनी ही मात्रा दूसरे पक्ष में जोड़नी या घटानी पड़ती है। समीकरण के पक्ष को किसी संख्या से गुणा या भाग कर दिया जाए तो दूसरे पक्ष को भी उसी संख्या से गुणा या भाग करना समझाया जाएगा।
   - दैनिक जीवन एवं गणित की अन्य शाखाओं से समस्याओं को उठाकर विद्यार्थियों के समक्ष पेश किया जाता है जिसे समीकरणों की मदद से हल किया जाए। इस प्रकार समीकरणों के महत्त्व एवं आवश्यकता की विद्यार्थियों को पहचान होगी।

(घ) मूल्यांकन प्रक्रिया (Evaluation Procedure) : "समीकरण" इकाई की शिक्षण प्रक्रिया के

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

पश्चात् विद्यार्थियों के व्यवहार में आए परिवर्तन का मूल्यांकन करने हेतु अध्यापक मौखिक एवं लिखित परीक्षणों का प्रयोग करता है, जिसके द्वारा अध्यापक को इस बात का ज्ञान होता है कि वह अपने लक्ष्य को प्राप्त करने में किस सीमा तक सफल हुआ है? इनका वर्णन निम्नलिखित है :

1. समीकरण के अर्थ को स्पष्ट कीजिए।
2. समीकरणों की हमारे दैनिक जीवन में उपयोगिता हेतु कोई दो उदाहरण दीजिए।
3. निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए :
   (a) $x - 5y + 6 = 0$
   (b) $2x - 5y + 9 = 0$
   (c) $x + 3 = y - 7$
4. निम्नलिखित समीकरणों को x = ... के रूप में लिखिए :
   (a) $x + y + 6 = 0$
   (b) $x - y + 1 = 0$
   (c) $2x - y = 3$
5. युगपत् समीकरण निकाय किसे कहते हैं?
6. निम्नलिखित समीकरणों को लेखा चित्र द्वारा हल कीजिए :
   (a) $x = y + 4$ तथा
   (b) $4x - y + 5 = 0$
7. निम्नलिखित समीकरण निकायों को प्रतिस्थापन विधि (Method of Substitution) से हल कीजिए :
   (a) $2x + y + 10 = 0$ तथा
   (b) $4x + 2y - 12 = 0$
8. निम्नलिखित समीकरण निकायों को एक चर का विलोपन विधि (Method of Elimination) द्वारा हल कीजिए :
   (a) $x - y + 1 = 0$ तथा
   (b) $2x - 2y + 2 = 0$
9. दो संख्याओं का योग 22 है। बड़ी संख्या छोटी संख्या के दुगुने से एक अधिक है। संख्या बताओ।
10. एक चोर गाड़ी पर 65 कि.मी. प्रति घंटा की रफ्तार से भाग रहा है। उसके 4 कि.मी. पीछे एक पुलिस की गाड़ी 75 कि.मी. प्रति घंटा की रफ्तार से उसको पकड़ने के लिए पीछा कर रही है। बताइये कि कितने समय पश्चात् पुलिस की गाड़ी उसको पकड़ लेगी?
11. द्विघाती समीकरण के कोई दो उदाहरण दीजिए।
12. समीकरण $x^2 - 2x - 8 = 0$ को हल कीजिए।
13. सूत्र विधि का प्रयोग करते हुए द्विघाती समीकरण $5x^2 + 8x - 2 = 0$ का हल ज्ञात कीजिए।
14. एक व्यक्ति ने 800 रु. के कुछ शेयर खरीदे। यदि उसे प्रत्येक शेयर का मूल्य 3 रु. कम देना पड़ता तो शेयरों की संख्या 15 बढ़ जाती। बताइये उसने पहले कितने शेयर खरीदे थे?
15. बैंक एक व्यक्ति को 20,000 रुपये दो साल के लिए चक्रवृद्धि ब्याज पर उधार देता है। ब्याज की दर वार्षिक हो और व्यक्ति को 2 वर्ष बाद 21,326 रुपये देने पड़ें तो दर ज्ञात कीजिए।

समुच्चय
(Sets)

'समुच्चय' नामक उपविषय का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कीजिए।

अथवा

'समुच्चय' पर निम्नलिखित बातों के संदर्भ पर आप शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कैसे करोगे : अवधारणाओं की पहचान, व्यावहारिक बदलाव, क्रियाकलाप एवं सीखने की क्रियाएं तथा मूल्यांकन तकनीकें।

उत्तर : समुच्चय प्रकरण की विषय-वस्तु का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण (Pedagogical analysis of the Topic Set)

(क) विषय-वस्तु का विश्लेषण (Content Analysis)

1. समुच्चय शब्द की परिभाषा एवं अर्थ (Definition and Meaning of Word Set) :
(i) वस्तुओं के समूह के उदाहरण (Example of the collection of objects)
(ii) वस्तुओं के स्पष्ट परिभाषित समूहों के उदाहरण (Example of collection of well-defined objects)
(iii) समुच्चय की परिभाषा देना (Definition of Set)

2. समुच्चय का संकेत (Notation of Set) :
(i) सूची विधि (Listing Method)
(ii) नियमन विधि (Rule Method)

3. समुच्चय का वर्गीकरण करना (Classification of Set) : वर्गीकरण के आधार पर समुच्चय निम्न प्रकार के होते हैं—
(i) रिक्त समुच्चय (Null Set)
(ii) सीमित समुच्चय (Finite Set)
(iii) असीमित समुच्चय (Infinite Set)
(iv) एकल समुच्चय (Singleton Set)
(v) द्वि समुच्चय (Doubleton Set)
(vi) विसंधीत समुच्चय (Disjoint Set)
(vii) उप-समुच्चय (Sub-Set)
(viii) सार्विक समुच्चय (Universal Set)
(ix) घात समुच्चय (Power Set)
(x) पूरक समुच्चय (Complimentry Set)
(xi) सम-समुच्चय (Equal Sets)
(xii) तुल्य समुच्चय (Equivalent Set)
(xiii) संख्या समुच्चय (Number Set)

4. समुच्चय पर द्विचर संक्रियाएं (Binary Operations on Set) :
(i) द्विचर संक्रियाओं के अर्थ से परिचित करवाना (Introduction with the Meaning of Binary Operation)
(ii) समुच्चयों का संघीकरण (Union of Sets)
(iii) समुच्चयों का प्रतिच्छेदन (Intersection of Sets)
(iv) समुच्चयों पर होने वाली संक्रियाओं को वैन चित्रों द्वारा प्रदर्शित करना (Presentation of Operation on Sets with the help of Venn Diagrams)

(ख) उद्देश्यों का निर्माण करना (Formation of Objectives) : विद्यार्थियों को समुच्चय प्रकरण की विषय-सामग्री का शिक्षण कराने के बाद उनके व्यवहार में निम्न प्रदर्शन की आशा की जाती है—

1. समुच्चय शब्द की परिभाषा बताते हैं।
2. अपने आस-पास के वातावरण से समुच्चयों का उदाहरण देते हैं।
3. वस्तुओं के संग्रह से समुच्चय की पहचान करते हैं।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

4. समुच्चय को सांकेतिक भाषा में लिखने की विधियों के नाम बताते हैं।
5. सूची विधि से समुच्चय को लिखने के लिए उदाहरण देते हैं।
6. नियमन विधि से समुच्चयों को प्रदर्शित करने हेतु उदाहरण देते हैं।
7. समुच्चयों को वर्गीकरण के आधार पर पहचानते हैं।
8. रिक्त समुच्चय, एकल समुच्चय, घात समुच्चय, सीमित एवं असीमित समुच्चयों को पहचानकर उनके उदाहरण देते हैं।
9. समुच्चयों के संघीकरण एवं प्रतिच्छेदन को वैन चित्रों के द्वारा दशति हैं।

(ग) **शिक्षण विधियों, प्रविधियों, क्रियाकलापों व सामग्री को उल्लेखित करना (Listing of Teaching Methods, Techniques, Activities and Material of Sets) :** इसके अन्तर्गत विषय-वस्तु को विद्यार्थियों तक पहुंचाने के लिए अध्यापक कक्षा-कक्ष में जाने से पहले शिक्षण विधियों, प्रविधियों एवं श्रव्य-दृश्य सामग्री का चुनाव करता है जिसकी सहायता से वह शिक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति कर सके। समुच्चय प्रकरण को ध्यान में रखते हुए अध्यापक निम्न शिक्षण विधियों एवं प्रविधियों का चुनाव करता है।

विधि एवं प्रविधि (Method and Technique)

1. आगमन विधि (Inductive Method), प्रयोगात्मक विधि (Laboratory Method), प्रश्नात्मक विधि (Questioning Method), व्याख्यान विधि (Lecture Method) एवं प्रदर्शन व्यूह रचना इत्यादि का चुनाव करता है।
2. क्रियाकलाप व सामग्री (Activities and Material) : अध्यापक निम्न क्रियाकलापों एवं सामग्री का चुनाव करता है–
   (i) विद्यार्थियों के समक्ष विभिन्न समूहों व वस्तुओं के चित्र, प्रमाणों व चार्ट की सहायता से मौखिक रूप में उदाहरण देना।
   (ii) उन्हें क्रियात्मक रूप से समुच्चयों को सांकेतिक भाषा में लिखने में दक्ष बनाना।
   (iii) विभिन्न समुच्चयों को उनके वर्गीकरण के आधार पर उदाहरण सहित प्रस्तुत करने में विभिन्न वस्तुओं जैसे–चार्ट, चित्र या स्लाइड की सहायता लेना।
   (iv) उनसे श्यामपट्ट पर विभिन्न समुच्चयों के उदाहरण प्रस्तुत करवाना।
   (v) विद्यार्थियों से श्यामपट्ट पर भिन्न-भिन्न प्रकार के समुच्चयों के उदाहरण लिखने के लिए कहना।
   (vi) समुच्चयों पर होने वाली द्विचर संक्रियाओं को वैन चित्रों के माध्यम से दर्शाने के लिए चार्ट, मॉडल, ट्रांसपेरिनसिज तैयार करना।

(घ) **मूल्यांकन प्रणाली बनाना (Formation of Evaluation Process) :** अध्यापक पढ़ाए गए प्रकरण का मूल्यांकन करने हेतु विद्यार्थियों से मौखिक एवं लिखित प्रकार के परीक्षणों द्वारा जांच करेगा। पूछे गए प्रश्न निबंधात्मक, वस्तुनिष्ठात्मक एवं लघु उत्तरात्मक भी हो सकते हैं। अध्यापक इन प्रश्नों का निर्माण कक्षा में जाने से पहले ही करता है। जिन्हें निम्न प्रकार दर्शाया गया है–

1. अपने आस-पास के वातावरण से "समुच्चय" के कोई दो उदाहरण दीजिए।
2. समुच्चय की परिभाषा लिखिए।
3. निम्न दिए गए कथनों में से समुच्चय को पहचानते हुए उसके आगे सही (√) अथवा गलत (×) का चिह्न अंकित कीजिए–
   – अंग्रेजी वर्णमाला के स्वरों का समुच्चय
   – सप्ताह के दिनों का समुच्चय
   – कक्षा में पढ़ने वाले विद्यार्थियों का समुच्चय
   – बिस्कुटों का पैकेट
4. "एक से बीस तक की प्राकृत संख्याओं" को सूची विधि एवं नियम विधि द्वारा लिखिए।

5. निम्न दिए गए समुच्चयों का एक-एक उदाहरण दीजिए–
   (i) एकल समुच्चय (Unit Set)
   (ii) अपरिमित समुच्चय (Indefinite Set)
   (iii) उप-समुच्चय (Sub-Set)
   (iv) पूरक समुच्चय (Compliment Set)
6. रिक्त स्थानों की पूर्ति करो–
   (i) रिक्त समुच्चय को .... द्वारा प्रदर्शित करते हैं।
   (ii) यदि दो समुच्चय के सदस्यों में एक संगतता स्थापित की जा सके तो ऐसे समुच्चयों को .... कहते हैं।
   (iii) केवल एक अवयव वाले समुच्चय को .... कहते हैं।
   (iv) ऐसी संक्रियाएं, जिन्हें सम्पन्न करने के लिए दो अवयवों की आवश्यकता पड़े .... कहलाती हैं।
7. निम्न समुच्चय जोड़ों के संघीकरण समुच्चय व प्रतिच्छेदन समुच्चय निकालो–
   $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
8. वैन चित्र (Venn Diagram) क्या होता है?
9. उदाहरण देकर समुच्चयों का प्रतिच्छेदन (Intersection of Sets) स्पष्ट कीजिए।

आयतन
(Volume)

☛ **"ठोस वस्तुओं का आयतन" उपविषय पर शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कीजिए।**

अथवा

☛ **आयतन का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण कीजिए।** **[CRSU, 2018]**

उत्तर : (क) विषय-वस्तु का विश्लेषण (Content Analysis) :

1. **आयतन की परिभाषा, मापन एवं आवश्यकता (Meaning, Measurement and Utility of Volume) :**
   (i) आयतन का अर्थ।
   (ii) आयतन को मापने की इकाई।
   (iii) आयतन को मापने की आवश्यकता।
   (iv) आयतन एवं क्षेत्रफल में अंतर।
   (v) आयतन ज्ञात करने के लिए कितनी विमाओं वाली बंद आकृति की आवश्यकता।
2. **ठोस वस्तुओं का आयतन (Volume of Solid Objects) :**
   (i) घनाभ (Cubid) का आयतन :
   – घनाभ के कुल तल।
   – आमने-सामने के तलों में संबंध।
   – दैनिक जीवन में प्रयोग होने वाली तीन विमियों–लंबाई, चौड़ाई, ऊंचाई वस्तुओं की पहचान।
   – घनाभ वस्तुओं का आयतन।
   (ii) घन (Cube) का आयतन :
   – घन की पहचान।
   – दैनिक जीवन में प्रयोग होने वाली घन के आकार की वस्तुओं की पहचान।
   – घन का आयतन निकालना।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

– घन के आकार संबंधी माप ज्ञात करना, अगर उसका आयतन दिया हो।

(iii) **लंब-वृत्तीय सिलेंडर का आयतन :**
– लंब-वृत्तीय सिलेंडरीकल आकृतियों का परिचय एवं पहचान।
– लंब-वृत्तीय सिलेंडर का आयतन ज्ञात करना।
– लंब-वृत्तीय सिलेंडर पर समस्याएं हल करना।

(iv) **लंब-वृत्तीय कोण :**
– लंब-वृत्तीय कोण का परिचय एवं पहचान।
– लंब-वृत्तीय कोण का आयतन ज्ञान करना।
– लंब-वृत्तीय कोण पर समस्याएं हल करना।

(ख) **अनुदेशनात्मक उद्देश्यों का निर्माण करना (Formation of Instructional Objectives) :** विद्यार्थियों को आयतन प्रकरण के शिक्षण उपरांत उनके व्यवहार में अधिगम के फलस्वरूप निम्नलिखित परिवर्तन देखने को मिलते हैं–

1. आयतन की पहचान एवं परिभाषा बताते हैं।
2. ठोस वस्तुओं के आयतन निकालने संबंधी आवश्यकता एवं महत्त्व का वर्णन करते हैं।
3. आयतन को मापने वाली इकाई का उल्लेख करते हैं।
4. क्षेत्रफल एवं आयतन में पाए जाने वाले विभिन्न अंतरों को स्पष्ट करते हैं।
5. घनाभ एवं घन रखने वाली आकृतियों को पहचान कर एवं उनमें अंतर स्पष्ट करते हैं।
6. घनाभ एवं घन को ज्ञात करने संबंधी सूत्र को बताते हैं।
7. घनाभ एवं घन संबंधी वस्तुओं का आयतन निकालने के लिए सूत्र का प्रयोग करते हैं।
8. लंब-वृत्तीय सिलैंडर (Right Circular Cylinder) एवं लंब-वृत्तीय कोण (Right Circular Cone) रखने वाली आकृतियों को पहचान करके उनमें अंतर स्पष्ट करते हैं।
9. लंब-वृत्तीय सिलैंडर एवं लंब-वृत्तीय कोण को ज्ञात करने संबंधी सूत्र को बताते हैं।
10. लंब-वृत्तीय सिलैंडर एवं लंब-वृत्तीय कोण संबंधी वस्तुओं का आयतन निकालने के लिए सूत्र का प्रयोग करते हैं।
11. घनाभ एवं घन के आयतन को ज्ञात करने संबंधी सूत्र की प्रक्रिया का कुशलतापूर्वक प्रदर्शन करते हैं।
12. लंब-वृत्तीय सिलैंडर एवं कोण के आकार की वस्तुओं का आयतन निकालने की विधि का कुशलतापूर्वक प्रदर्शन करते हैं।
13. अगर किसी घनाभ का आयतन, लंबाई, चौड़ाई, ऊंचाई में से कोई तीन दी गई हों, तो वे चौथे अज्ञात माप की पहचान बताते हैं।
14. किसी भी घन का आयतन मालूम होने पर उसकी भुजा का मापन ज्ञात कर लेते हैं।
15. घन/घनाभ/लंब-वृत्तीय सिलैंडर/लंब-वृत्तीय कोण के आयतन निकालने के कौशल का प्रयोग करके अपने आस-पास की ठोस वस्तुओं का आयतन ज्ञात करने संबंधी समस्याओं का समाधान करते हैं।

(ग) **आयतन प्रकरण के शिक्षण संबंधी विधियों, प्रविधियों, क्रियाकलापों एवं सामग्री का उल्लेख (Listing of Methods, Techniques, Activities, Material in order to teach of Topic of Volume) :**

1. **शिक्षण विधियां/प्रविधियां (Teaching Methods/Devices) :** आयतन प्रकरण संबंधी शिक्षण करने हेतु अध्यापक आगमन विधि, विश्लेषणात्मक विधि, प्रयोगात्मक विधि, अनुसंधानात्मक विधि, व्याख्यान विधि को प्रयोग में लाता है। उपरोक्त सभी विधियां बाल-केन्द्रित हैं एवं विद्यार्थी स्वयं अपने हाथों से कार्य करता हुआ सीखता है। इन विधियों की सहायता से प्राप्त किया गया ज्ञान स्थायी होता है।

2. **क्रियाकलाप एवं सामग्री (Activities and Material) :** विद्यार्थियों को आयतन संबंधी

अवधारणाओं एवं सूत्रों को त्रि-आयामी (Three-Dimensional), स्थूल (Concrete) वस्तुओं जैसे–ईंट, लकड़ी के चौकोर टुकड़े आदि के उदाहरणों द्वारा समझाया जाएगा। उन्हें द्वि-आयामी (Two-Dimensional) व त्रि-आयामी (Three-Dimensional) वस्तुओं के द्वारा क्षेत्रफल व आयतन में अंतर समझाया जाएगा। उन्हें समझाया जाएगा कि जो वस्तु जितना स्थान घेरती है, वह उस वस्तु का क्षेत्रफल कहलाता है। जबकि आयतन किसी त्रि-आयामी वस्तु में पाए गए पदार्थों की मात्रा को कहते हैं। जैसे–एक जग में दो लीटर पानी आता है। ये दो लीटर पानी उस जग का आयतन है।

विद्यार्थियों को आयतन मापने की इकाई से अवगत कराया जाएगा। आयतन को घन के रूप में लिखा जाता है, जबकि क्षेत्रफल को वर्ग के रूप में लिखा जाता है। दैनिक जीवन में होने वाले आयतन के उपयोग से विद्यार्थियों को अवगत कराया जाएगा। जैसे–एक ड्रम में कितना पानी आ सकता है? संदूक या अलमारी में कितना सामान आ सकता है इत्यादि।

(घ) **मूल्यांकन प्रक्रिया का उल्लेख (Listing of Evaluation Procedure) :** शिक्षक विद्यार्थियों के आयतन संबंधी अधिगम परिणामों का मूल्यांकन मौखिक व लिखित रूप में कर सकता है, जो निम्न प्रकार है–

1. आयतन से आपका क्या अभिप्राय है?
2. घन का आयतन निकालने का सूत्र क्या है?
3. घनाभ का आयतन कितना होता है?
4. क्षेत्रफल एवं आयतन में क्या अंतर है?
5. आयतन की मापक इकाई क्या है?
6. घन एवं घनाभ आकृति में क्या अंतर होता है?
7. लंब-वृत्तीय सिलैंडर का आयतन ज्ञात करने का सूत्र बताओ।
8. लंब-वृत्तीय कोण का आयतन क्या होता है?
9. यदि एक घनाभ की लंबाई 6 मी., चौड़ाई 3 मी. व ऊंचाई 4 मी. हो तो उसका आयतन ज्ञात कीजिए।
10. एक घन की एक भुजा 50 से.मी. है उसका आयतन ज्ञात कीजिए।
11. एक सिलैंडर के अंदर की त्रिज्या एवं ऊंचाई क्रमशः 10 से.मी. तथा 80 से.मी. है। यदि बाल्टी की मोटाई 1 से.मी. हो तो बताओ कि बाल्टी बनाने में कितना लोहा लगेगा?
12. एक ठोस लंब-वृत्तीय कोण के आधार का क्षेत्रफल 30 मी. तथा उसकी ऊंचाई 5 मी. है। उसका आयतन ज्ञात कीजिए।

त्रिकोणमिति
(Trignometry)

☛ **त्रिकोणमिति प्रकरण का विषय-वस्तु विश्लेषण कैसे करेंगे? इसके अनुदेशनात्मक उद्देश्यों का वर्णन करो।**

उत्तर : (क) विषय वस्तु का विश्लेषण (Content Analysis) :

1. त्रिकोणमिति की अवधारणा एवं महत्त्व
   – त्रिकोणमिति का अर्थ
   – त्रिकोणमिति की आवश्यकता
2. त्रिकोणमिति मापने की पद्धतियाँ :
   – षाष्ठिक पद्धति
   – वृत्तीय माप
3. त्रिकोणमितीय अनुपात :
   – त्रिकोणमितीय अनुपात के कोण
4. कोणों का त्रिकोणमिति अनुपात

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

5. विभिन्न त्रिकोणमितीय एकरूपताएँ
6. दो कोणों के पदों का शिक्षण
7. उन्नयन कोण एवं अवनमन कोण

(ख) अनुदेशनात्मक उद्देश्य (Instructional Objectives) : विद्यार्थियों से त्रिकोणमिति प्रकरण के शिक्षण अधिगम के परिणामस्वरूप निम्न प्रकार के व्यवहार की अपेक्षा की जाती है :

1. त्रिकोणमिति के अर्थ की व्याख्या करते हैं।
2. त्रिभुज की भुजाओं तथा कोणों के माप तथा उसके परस्पर सम्बन्धों का अध्ययन करते हैं।
3. बीजगणित के समीकरणों को त्रिकोणमिति की सहायता से हल करते हैं।
4. वृत्तीय माप को हल करते हैं।
5. कोणों का त्रिकोणमिति अनुपात ज्ञात करते हैं।
6. विभिन्न प्रकार की त्रिकोणमिति एकरूपताएँ हल करते हैं।
7. उन्नयन कोण व अवनमन कोण ज्ञात करते हैं।
8. त्रिकोणमिति की सहायता से वस्तुओं की ऊँचाई तथा दो बिन्दुओं के बीच की दूरी का मापन करते हैं।
9. विभिन्न सूत्रों के द्वारा दो कोणों के पदों का शिक्षण करते हैं।
10. अगर समकोण त्रिभुज है तो त्रिकोणमिति की सहायता से कोण व भुजाएँ जो ज्ञात न हों, ज्ञात के द्वारा उन्हें ज्ञात करते हैं।

(ग) शिक्षण विधियों, प्रविधियों, क्रिया-कलापों व शिक्षण-सामग्री का उल्लेख (Listing of Teaching Methods, Techniques, Activities and Teaching Aids) :

1. **शिक्षण विधियाँ और प्रविधियाँ (Teaching Methods and Techniques) :** त्रिकोणमिति इकाई के शिक्षण हेतु शिक्षक निम्न विधियों एवं प्रविधियों को प्रयोग में लाता है : आगमन विधि, व्याख्यान विधि, समस्या-समाधान विधि, चाकपट्ट प्रदर्शन, वर्ण इत्यादि।
2. **क्रिया-कलाप एवं शिक्षण सहायक सामग्री (Activities and Teaching Aids) :**

– विद्यार्थियों को वृत्तीय माप के बारे में बताया जाता है।
– विद्यार्थियों को त्रिकोणमितीय अनुपात के अनुपात समकोण त्रिभुज द्वारा समझाया जाएगा।
– विद्यार्थियों को कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात समझाना।
– विद्यार्थियों को त्रिकोणमिति एकरूपताएँ सिद्ध करवाना।
– अध्यापक द्वारा छात्रों को त्रिकोणमिति सूत्रों का ज्यामिति विधि से सिद्ध करके बताना।
– उन्नयन कोण एवं अवनमन कोण समझाना।
– वस्तुओं की ऊँचाई तथा दो बिन्दुओं के बीच की दूरी को समझाना।

(घ) मूल्याँकन प्रक्रिया (Evaluation Procedure) : त्रिकोणमिति इकाई की शिक्षण प्रक्रिया के पश्चात् विद्यार्थियों के व्यवहार में आए परिवर्तन का मूल्याँकन करने हेतु अध्यापक मौखिक एवं लिखित परीक्षणों का प्रयोग करता है जिसके द्वारा अध्यापक को इस बात का ज्ञान होता है कि वह अपने लक्ष्य को प्राप्त करने में किस हद तक सफल हुआ है। इनका वर्णन निम्न है :

1. त्रिकोणमिति का क्या अर्थ है? त्रिकोणमिति पदों को चित्र द्वारा दर्शाओ।
2. कोणों के त्रिकोणमिति अनुपात ज्ञात करो।

$\sin 30^\circ = ?$ $\quad\cot 30^\circ = ?$

$\tan 60^\circ = ?$ $\quad\sec 60^\circ = ?$

$\cot 45^\circ = ?$ $\quad\cos 45^\circ = ?$

$\cos 90^\circ = ?$ $\quad\sin 90^\circ = ?$

उपरोक्त सभी का मान बताओ।

3. $2\sin^2 30^\circ \tan 60^\circ - 3\cos^2 60^\circ \sec^2 30^\circ$ का मान ज्ञात करो।
4. $\tan(A-B) = \dfrac{\tan A - \tan B}{1+\tan A \tan B}$ सिद्ध करो।
5. ΔABC में $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 90^\circ$ तथा $AC = 4$ हो तो AB ज्ञात करो।
6. 15 मीटर लम्बी एक सीढ़ी एक दीवार के साथ खड़ी है जो क्षैतिज (Horizontal) के साथ 60° का कोण बनाती है तो
   (i) वह ऊँचाई बताइये जहाँ सीढ़ी दीवार को छुएगी।
   (ii) सीढ़ी का पाद दीवार से कितनी दूरी पर है?
7. एक प्रकाश स्तम्भ को 200 मी. ऊँची चोटी से देखने पर, इसकी तरफ आ रहे दो जहाजों के अवनमन कोण क्रमशः 30° तथा 45° हैं। यदि एक जहाज ठीक दूसरे के पीछे हो, तो दोनों जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात करें।

अनुपात तथा समानुपात
(Ratio and Proportion)

☛ "अनुपात तथा समानुपात" उपविषय का शिक्षण विश्लेषण कीजिए। **[CBLU, 2018]**

उत्तर : अनुपात व समानुपात प्रकरण का शिक्षाशास्त्रीय विश्लेषण (Pedagogical Analysis of the Topic Ratio and Proportion) : पाठ्यक्रम में निर्धारित प्रकरण अनुपात व समानुपात का विषय-वस्तु विश्लेषण करते समय निम्न बिंदुओं पर अध्यापक अपना ध्यान केंद्रित करता है–

(क) विषय-वस्तु विश्लेषण (Content Analysis) :

1. **अनुपात की अवधारणा एवं महत्त्व :**
   – अनुपात का अर्थ।
   – अनुपात की आवश्यकता।
   – अनुपात व भिन्नों में अंतर।
2. **दो राशियों के अनुपात को ज्ञात करना :**
   – राशियों की दर को समान इकाइयों में लिखना।
   – राशियों की दर को एक जैसी इकाइयों में विभाजित करना।
   – प्राप्त प्रमाणों को अनुपात की शैली (p:q) में दर्शाना।
3. **अनुपातों में तुलना करने की विधियाँ :**
   – इकाई विधि (Unit Methods)।
   – कॉमन मल्टीपल विधि (Common Multiple Method)।
4. **दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने में अनुपात के गुणन कार्य का सम्प्रत्यय करना।**
5. **समानुपात की अवधारणा एवं महत्त्व–**
   – समानुपात का अर्थ।
   – समानुपात की आवश्यकता।
   – अनुपात व समानुपात में अंतर।
6. **सरल व विलोम समानुपात–**
   – सरल समानुपात।

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

www.bmdeducation.org

– विलोम समानुपात।
– दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने में सरल एवं विलोम समानुपात का उपयोग।

7. **समानुपाती विभाजन (Proportionate Division)–**
– समानुपाती विभाजन का अर्थ।
– समानुपाती विभाजन से संबंधित समस्याओं का समाधान करना।
– समानुपातिक हिसाब से दी हुई राशि के विभाजन की विधि बताना।

(ख) **अनुदेशनात्मक उद्देश्य (Instructional Objectives)**–विद्यार्थियों से अनुपात व समानुपात प्रकरण के शिक्षण अधिगम के परिणामस्वरूप निम्न प्रकार के व्यवहार की उपेक्षा की जाती है–

1. अनुपात से क्या अभिप्राय है? ये स्पष्ट करते हैं।
2. समानुपात के अर्थ की व्याख्या करते हैं।
3. विभिन्न राशियों में अनुपात निकालकर अपनी योग्यता का प्रदर्शन करते हैं।
4. अनुपात प्रकरण की आवश्यकता व महत्ता को स्पष्ट करते हैं।
5. दो राशियों के बीच अनुपात निकालने संबंधी कौशल का प्रदर्शन करते हैं।
6. इकाई विधि या कॉमन मल्टीपल विधि का प्रयोग करके अनुपातों की तुलना करते हैं।
7. अनुपात संबंधी दैनिक जीवन की समस्याओं का समाधान करने की योग्यता को दर्शाते हैं।
8. समानुपात से क्या अभिप्राय है? ये स्पष्ट करते हैं।
9. सरल समानुपात एवं विलोम समानुपात से क्या अभिप्राय है? बताते हैं।
10. समस्या समाधान के लिए सरल एवं विलोम अनुपात के सिद्धान्तों को उपयोग में लाते हैं।
11. समानुपाती विभाजन के अर्थ की व्याख्या करते हैं।
12. समानुपाती विभाजन से संबंधित समस्याओं का समाधान करते हैं।
13. समानुपातिक हिसाब से दी हुई राशि को विभाजन की विधि से हल करते हैं।
14. अनुपात व समानुपात संबंधी समस्याओं का समाधान शीघ्रता व शुद्धता से करते हैं।

(ग) **शिक्षण विधियों, प्रविधियों व विभिन्न क्रिया-कलापों एवं सामग्री को उल्लेखित करना (Listing of Teaching Methods, Techniques, Activities and Material)–**

1. **शिक्षण विधियाँ एवं प्रविधियाँ**–गणित का अध्यापक अनुपात व समानुपात प्रकरण के पठन-पाठन हेतु आगमन विधि, विश्लेषणात्मक विधि, अनुसंधान विधि, प्रयोगात्मक विधि, वर्णन व व्याख्यान प्रविधियों का उपयोग करता है।

2. **क्रिया-कलाप एवं सामग्री :**
– विद्यार्थियों को विभिन्न उदाहरणों द्वारा भिन्नों व अनुपातों में अंतर स्पष्ट करवाया जाता है।
– अनुपात व समानुपात के अर्थ व महत्त्व को सार्थक उदाहरणों द्वारा समझाया जाएगा, जिसके लिए दैनिक जीवन से संबंधित विभिन्न उदाहरणों का प्रयोग किया जाता है।
– अनुपातों में (p/q) रूप को समझाने, p व q को अनुपात में बदलना आदि के लिए चाकपट्ट व चित्रात्मक प्रस्तुतीकरण की मदद ली जाती है।
– समानुपात के चारों पदों का स्पष्टीकरण किया जाता है। उनमें व्याप्त निश्चित संबंधों का भी स्पष्टीकरण किया जाता है।
– विभिन्न आयामों व समान इकाई में किन्हीं दो राशियों की तुलना करना बताया जाता है।

(घ) **मूल्यांकन प्रक्रिया का उल्लेख (Listing of Evaluation Process) :** गणित शिक्षक विद्यार्थियों के अनुपात एवं समानुपात संबंधी अधिगम परिणामों का मूल्यांकन मौखिक एवं लिखित प्रश्नों की मदद से करता है। जिनका उदाहरण निम्न प्रकार हैं–

1. अनुपात से क्या अभिप्राय है?
2. भिन्नों व अनुपातों में क्या अंतर है?

3. विलोम समानुपात क्या होता है?
4. समानुपात से क्या अभिप्राय है?
5. तीन व्यक्तियों में से 5521 रु. की राशि को 5 : 3 : 1 के अनुपात में बांटें।
6. 1 : 3 : 4 = 9 : ...... में अज्ञात राशि ज्ञात करो।
7. स्कूटर द्वारा तय की गई दूरी तथा पेट्रोल की खपत में अनुपात 15 : 3 है। यदि स्कूटर द्वारा तय की गई दूरी 40 कि.मी. हो तो पेट्रोल की खपत ज्ञात करो।
8. एक शहरी इलाके में 2017450 आदमी एवं 1720310 औरतें हैं।
   (i) आदमी और औरतों का अनुपात ज्ञात करो।
   (ii) औरतों और आदमियों में अनुपात ज्ञात करो।
   (iii) औरतों और शहर की कुल जनसंख्या में अनुपात ज्ञात करो।
9. 12 मीटर कपड़ा 240 रु. का आता है जबकि यही 5 मीटर कपड़ा 100 रु. का आता है। कपड़े की मात्रा व उसके मूल्य में समानुपात सरल है या विलोम है?
10. एक कमरे को आठ मजदूर 25 दिन में तैयार करते हैं। अगर उनमें से केवल 6 मजदूरों को ही काम पर लगाया जाए तो बताओ कमरा बनाने में कितने दिन लगेंगे?

गणित शिक्षण की विधियाँ
[Methods of Teaching Mathematics]

1. आगमन व निगमन विधियाँ
(Inductive and Deductive Approaches)

☛ **आगमन व निगमन विधियों की उदाहरणों सहित व्याख्या कीजिए।**

अथवा

☛ **गणित शिक्षण में आगमन विधि क्या है? उदाहरणों द्वारा वर्णन कीजिए।** **[CBLU, 2018]**

अथवा

☛ **निगमन विधि से आपका क्या अभिप्राय है?**

उत्तर : आगमन तथा निगमन शिक्षण की दो अलग-अलग विधियां होते हुए भी एक-दूसरे की पूरक हैं। सामान्यतः शिक्षण में एक दोनों विधियों को समन्वित रूप में प्रयोग किया जाता है। लेकिन इससे पूर्व इस विधि को अलग-अलग समझना अत्यन्त आवश्यक है।

आगमन विधि
(Inductive Method)

इस विधि द्वारा शिक्षण करते समय शिक्षक बालकों के समक्ष कुछ विशेष परिस्थितियां और उदाहरण प्रस्तुत करता है। इन उदाहरणों के द्वारा बालक तार्किक ढंग से सोचते हुए कुछ विशेष सिद्धांत (Principle), नियम (Law) अथवा सूत्र (Formula) की रचना करते हैं। इसके लिए छात्र अपने अनुभवों, मानसिक शक्तियों तथा पूर्वज्ञान (Previous knowledge) का प्रयोग करते हैं। यह एक सामान्य अनुमान है कि कोई बालक कुछ विशेष परिस्थितियों अथवा उदाहरणों को देखकर या अनुभव करके उनमें पाई जाने वाली एकरूपता को निष्कर्ष के रूप में अपना लेते हैं।

उदाहरण के लिए, जलने वाली विभिन्न वस्तुओं के पास गर्मी का अनुभव करके बालक यह धारणा बना लेता है कि जलने वाली वस्तुएं गर्मी उत्पन्न करती हैं। इसलिए इस विधि को आगमन या सामान्यानुमान विधि कहते हैं।

(i) **यंग (Young)** के अनुसार, "इस विधि में बालक विभिन्न स्थूल तथ्यों (Concrete facts) के

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

आधार पर अपनी मानसिक शक्ति का प्रयोग करते हुए स्वयं किसी विशेष सिद्धांत, नियम अथवा सूत्र पर पहुंचता है।''

(ii) लैण्डल के अनुसार, ''जब बालकों के समक्ष अनेक तथ्यों उदाहरणों एवं वस्तुओं को प्रस्तुत किया जाता है, तत्पश्चात् बालक स्वयं ही निष्कर्ष पर पहुंचने का प्रयास करते हैं, तब यह विधि आगमन विधि कहलाती है।''

आगमन विधि के सोपान
(Steps of Inductive Method)

इस विधि द्वारा शिक्षण करते समय मुख्य रूप से निम्नलिखित पदों (सोपानों) का प्रयोग किया जाता है—

(अ) विशिष्ट उदाहरणों का प्रस्तुतीकरण

(ब) निरीक्षण करना

(स) नियमीकरण या सामान्यीकरण करना

(द) परीक्षण एवं सत्यापन करना

(अ) **विशिष्ट उदाहरणों का प्रस्तुतीकरण (Presentation of Specific Examples) :** इस सोपान में अध्यापक द्वारा बालकों के समक्ष एक ही प्रकार के कई उदाहरण दिये जाते हैं तथा बालकों की सहायता से उन उदाहरणों के हल प्राप्त किये जाते हैं।

(ब) **निरीक्षण करना (Observation) :** छात्र, उदाहरणों के हलों का निरीक्षण करके अध्यापक के सहयोग से किसी परिणाम या निष्कर्ष पर पहुंचने का प्रयास करते हैं।

(स) **नियमीकरण या सामान्यीकरण करना (Generalization) :** उदाहरणों का निरीक्षण करने के बाद अध्यापक तथा बालक तर्कपूर्ण ढंग से विचार-विमर्श करके किसी सामान्य सूत्र, सिद्धांत या नियम का निर्धारण करते हैं।

(द) **परीक्षण एवं सत्यापन करना (Testing & Verification) :** प्राप्त नियम, सूत्र और सिद्धान्तों का अन्य उदाहरणों में प्रयोग करके निर्धारित नियमों का परीक्षण एवं सत्यापन करते हैं।

गणित में आगमन विधि का प्रयोग
(Use of Inductive Method in Mathematics)

उदाहरण : आयत का परिमाप ज्ञान करने के लिए सूत्र की स्थापना करना।

प्रथम सोपान : छात्रों को पता है कि (पूर्व ज्ञान के आधार पर) परिमाप का अर्थ होता है चारों ओर की माप। अतः उन्हें कुछ उदाहरण दिये जाएंगे।

प्रश्न-1 : एक खेत की लम्बाई 16 सेमी. और चौड़ाई 14 सेमी. है। परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल : परिमाप = 16 + 14 + 16 + 14 = 60 सेमी

प्रश्न-2 : एक खेत की लम्बाई 11.5 सेमी. और चौड़ाई 5.5 सेमी. है। दिये गये खेत का परिमाप ज्ञात कीजिए।

हल : परिमाप = 11.5 + 5.5 + 11.5 + 5.5 = 34.0 सेमी.

द्वितीय सोपान : छात्र उपरोक्त उदाहरणों का निरीक्षण करेंगे—

शिक्षक : हल प्राप्त करने में लम्बाई व चौड़ाई का कितनी बार प्रयोग किया गया है?

छात्र : दो बार लम्बाई व दो बार चौड़ाई को जोड़ा गया है।

तृतीय सोपान : उपरोक्त उदाहरणों के हलों का गहन निरीक्षण करने के पश्चात् बालक स्पष्ट कर सकेंगे कि परिमाप ज्ञान करने का सूत्र निम्न होगा :

परिमाप = 2 लम्बाई + 2 चौड़ाई

परिमाप = 2 (ल. + चौ.)

चतुर्थ सोपान : परिमाप की अन्य समस्याओं को निर्धारित सूत्र द्वारा हल करके छात्र सूत्र का सत्यापन करेंगे।

प्रश्न-3 : एक कमरे की लम्बाई 8 सेमी. और चौड़ाई 3 सेमी. है। कमरे का परिमाप ज्ञान कीजिए।

हल : (सूत्र द्वारा)

परिमाप = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)
= 2 × (8 + 3)
= 2 × 11
= 22 सेमी.

दैनिक जीवन में आगमन विधि से ज्ञान :

1. एक छोटे बच्चे के भाई की अचानक मृत्यु हो जाती है। उसके लिए यह एक नया अनुभव होता है। वह नहीं समझता कि क्यों उसके भाई को सभी लोग उठाकर ले गए। जब वह कुछ बड़ा हुआ तो पड़ोस के एक बूढ़े बाबा को लोगों द्वारा इसी तरह रोते हुए उठाकर ले जाते देखा। कुछ दिन बाद उसका सहपाठी मृत्यु का शिकार हो जाता है। ये सभी अनुभव उस बच्चे को धीरे-धीरे इस नियम पर ला सकते हैं कि एक न एक दिन सभी को मृत्यु का शिकार होना पड़ता है।
2. एक बच्चा हरे रंग का सेब खाता है। उसे वह खट्टा लगता है। दूसरे दिन वह फिर हरे रंग का सेब चखता है। यह भी खट्टा लगता है। फिर कभी वह हरे रंग का सेब खाता है। वह भी खट्टा लगता है। इन सभी उदाहरणों द्वारा वह इस परिणाम पर पहुंचता है कि हरे रंग के सेब खट्टे होते हैं। फिर कभी जब वह हरे रंग का सेब देखता है तो बिना खाये ही कह देता है कि यह हरे रंग का सेब खट्टा है।

ज्ञान प्राप्त करने के इस ढंग को ही आगमन विधि कहते हैं।

निगमन विधि
(Deductive Method)

यह विधि आगमन विधि के विपरीत तथा पूरक विधि है। इस विधि में छात्रों को पहले ही पूर्व अनुभवों, प्रयोगों एवं उदाहरणों द्वारा बने हुए नियम तथा सूत्र बता दिये जाते हैं। छात्र स्वयं नियमों तथा सूत्रों की खोज नहीं करते। इन नियमों तथा सूत्रों का प्रयोग करके छात्रों को कुछ प्रश्न हल करके बताये जाते हैं। उसके बाद छात्रों को कुछ प्रश्न हल करने के लिए दिये जाते हैं। इस विधि में हम सामान्य से विशिष्ट की ओर, सूक्ष्म से स्थूल की ओर, नियम से उदाहरणों की ओर अग्रसर होते हैं। निगमन विधि का प्रयोग मुख्यतः बीजगणित, रेखागणित तथा त्रिकोणमिति में किया जाता है, क्योंकि गणित के इन उपविषयों में विभिन्न सम्बन्धों, नियमों और सूत्रों का प्रयोग होता है।

गणित में निगमन विधि का प्रयोग
(Use of Deductive Method in Mathematics)

1. इस विधि द्वारा बच्चों को पहाड़े कंठस्थ करा दिये जाते हैं। फिर उनसे इससे सम्बन्धित प्रश्न पूछे जाते हैं। जैसे 1 रुपये में 2 टॉफियां आती हैं तो 5, 6 या 8 रुपये में कितनी-कितनी टॉफियां आयेंगी। बच्चे याद किये गये पहाड़ों की मदद से उत्तर देते हैं।
2. छात्रों को पूर्व में ही बता दिया जाता है कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है। छात्र विभिन्न नापों के त्रिभुज बनाकर उसके कोण नापते हैं और इसकी सत्यता की जांच करते हैं।
3. साधारण ब्याज ज्ञात करने का सूत्र = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

   छात्रों को सूत्र बताकर इस पर आधारित प्रश्न करने दिये जाते हैं।
4. परिमाप के प्रश्न हल करवाते समय विद्यार्थियों को पहले ही बता दिया जाता है कि—

   आयत का परिमाप = 2 × (लम्बाई × चौड़ाई)

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

5. बच्चों को आयताकार आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए पहले सूत्र दिया जाता है।
   क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
   प्रश्नों को सीधा ही इस सूत्र द्वारा हल करवाया जाता है।

प्रश्न : एक आयताकार आकृति का क्षेत्रफल निकालो जिसकी लम्बाई 6 मीटर और चौड़ाई 5 मीटर है।

हल : क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
= 6 मीटर × 5 मीटर
= 30 मीटर^2

इस प्रकार निगमन विधि में छात्र सीधे सूत्र का प्रयोग करके प्रश्नों को हल कर लेते हैं तथा भविष्य में प्रयोग करने के लिए उन सूत्रों एवं नियमों को याद कर लेते हैं।

दैनिक जीवन में आगमन विधि से ज्ञान :

1. बच्चा जब पूछता है कि उसके भाई को इस तरह रोते हुए क्यों उठाकर ले गए थे, तब उसे बता दिया जाता है कि उसकी मृत्यु हो गई थी तथा हम सभी की मृत्यु एक न एक दिन अवश्य होगी। उसके बाद जब उसके पड़ोसी तथा मित्र की मृत्यु हो जाती है तो उसे यह नियम कि मनुष्य नश्वर है, सार्थक जान पड़ता है।
2. बच्चे को पहले ही बता दिया जाता है कि हरे रंग के सेब खट्टे होते हैं। जब वह 2-4 हरे रंग के सेब चखकर देखता है तो उसे स्पष्ट हो जाता है कि यह नियम ठीक है।
3. उन्हें पहाड़े याद करा दिए जाते हैं तथा फिर उनसे उन पहाड़ों की सहायता से प्रश्न हल करने को कहा जाता है। जैसे—अगर एक ढेरी में चार गोलियां हो तो 5, 7 तथा 9 ढेरियों में कितनी गोलियां होंगी? छात्र याद किए हुए पहाड़ों के द्वारा उत्तर दे सकता है।
4. छात्रों को पहले ही बता दिया जाता है कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° के बराबर होता है। छात्र तरह-तरह के त्रिभुजों को मापकर इसकी सत्यता की जांच कर सकते हैं।
5. विद्यार्थियों को आयत का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए अध्यापक पहले ही सूत्र बता देता है।
   आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
   अब विद्यार्थी प्रश्नों को हल सीधा ही इस सूत्र द्वारा करते हैं।

उपरोक्त विवेचन से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि आगमन विधि द्वारा विभिन्न उदाहरणों, प्रयोगों तथा अनुभवों के आधार पर नियम तथा सूत्र बनाए जाते हैं। यह विधि स्वयं ज्ञान प्राप्त करने तथा खोज करने की विधि है, जबकि निगमन विधि दूसरों के द्वारा खोजे हुए ज्ञान को उपयोग में लाने की विधि है। इसमें स्वतंत्र चिंतन, मौलिक विचार, तर्क एवं अवलोकन शक्ति के विकास का अवसर नहीं मिल पाता, परंतु समय तथा परिश्रम की अत्यधिक बचत हो जाती है। कोई भी प्रकरण तथा उसके अंश में किसी भी नवीन नियम तथा सूत्र से परिचित कराने के लिए आगमन विधि बहुत ही उपयुक्त है, परंतु इस नियम तथा सूत्र को याद रखने तथा इसका भली-भांति उपयोग कर शीघ्रता से प्रश्न करने में निगमन विधि ही काम में आती है। वास्तव में गणित संबंधी प्रत्येक नवीन ज्ञान आगमन विधि के द्वारा ही दिया जाना चाहिए तथा उसका उपयोग एवं अभ्यास निगमन विधि से कराना चाहिए। एक बार नियम तथा सूत्र निकलवाने के बाद फिर इन्हीं का उपयोग करके सीधे ही प्रश्न करवाने चाहिए। हम दोनों विधियों का उचित समन्वय करके ही एक आदर्श विधि अपना सकते हैं। उदाहरण के रूप में :

1. पहाड़े सम्बन्धी ज्ञान देने के लिए छात्रों को पहले आगमन विधि द्वारा स्वयं पहाड़े बनवाने चाहिए। इसके बाद एक बार पहाड़े संबंधी नियमों से परिचित कराने के बाद इनकी सहायता से प्रश्न हल कराने चाहिए।
2. आगमन विधि द्वारा पहले छात्रों से ब्याज का सूत्र निकलवाया जाना चाहिए, परंतु इस सूत्र से परिचित होने के बाद में फिर उन्हें निगमन विधि से सीधे ही प्रश्न हल करवाने चाहिए।
3. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई के गुणनफल के बराबर क्यों होता है? इस तथ्य को आगमन विधि से समझाने के पश्चात् निगमन विधि से ही सीधे प्रश्न निकालने का अभ्यास करना चाहिए।

4. बच्चों को आयताकार आकृति का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए पहले सूत्र दिया जाता है।
   क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई
   प्रश्नों को सीधा ही इस सूत्र द्वारा हल करवाया जाता है।

☛ आगमन विधि के गुण व दोषों का वर्णन कीजिए।

उत्तर : आगमन विधि के गुण/विशेषताएं (Merits of Inductive Method) :

1. यह एक वैज्ञानिक विधि है, क्योंकि इस विधि द्वारा अर्जित ज्ञान प्रत्यक्ष तथ्यों पर आधारित है।
2. इस विधि द्वारा प्राप्त ज्ञान अधिक स्थायी होता है, क्योंकि इस विधि के द्वारा बालक को नियम, सूत्रों का निर्धारण एवं सामान्यीकरण की प्रक्रिया का ज्ञान हो जाता है।
3. इस विधि से अभ्यास में छात्र थकान तनाव महसूस नहीं करते, बल्कि वे धैर्य से परिणाम प्राप्त होने का इन्तजार करते हैं।
4. चूंकि यह मनोवैज्ञानिक व अभ्यास के सिद्धांत पर आधारित है, अतः यह छोटी कक्षाओं विशेषकर प्राइमरी कक्षाओं के लिए अधिक लाभदायक है।
5. इस विधि में रटने को प्रोत्साहन नहीं मिलता।
6. यह विधि छोटी कक्षाओं के बच्चों में गणित के प्रति जिज्ञासा और रुचि उत्पन्न करती है।
7. यह विधि छात्रों को नियम, सिद्धान्तों, सूत्रों और तकनीक को विकसित करने वाले मूलभूत कारकों के प्रति सजग करती है।
8. इस विधि द्वारा बालकों को स्वयं कार्य करने की प्रेरणा मिलती है, जिससे उनमें आत्म निरीक्षण तथा आत्म विश्वास की वृद्धि होती है।
9. आगमन विधि द्वारा बालकों को आलोचनात्मक, निरीक्षण एवं तर्कशक्ति का विकास होता है।
10. यह विधि बालकों को स्वयं कार्य करने के लिए प्रेरित करती है तथा उनमें निर्णय लेने की क्षमता का विकास करती है।

आगमन विधि की सीमाएं/दोष (Limitations or Demerits of Inductive Method) :

1. इस विधि द्वारा प्राप्त परिणाम पूर्णतया सत्य नहीं होते, उनकी सत्यता इस बात पर निर्भर करती है कि वह परिणाम कितने उदाहरणों के आधार पर प्राप्त किये गये हैं।
2. इस विधि का उपयोग करने के लिए छात्रों व अध्यापकों को बहुत अधिक कार्य और तैयारी करनी पड़ती है। आवश्यक स्रोत उपलब्ध करवाना कोई आसान कार्य नहीं है।
3. इस विधि की गति अत्यन्त धीमी होती है, जिससे इसके द्वारा ज्ञान प्राप्ति में समय और परिश्रम अधिक लगता है।
4. इस विधि का सफलतापूर्वक प्रयोग करने के लिए छात्रों का बौद्धिक स्तर उच्च तथा शिक्षक का अनुभव स्तर अत्यन्त उच्च होना चाहिए।
5. इस विधि का प्रयोग करने के लिए पर्याप्त बुद्धि, सूझ-बूझ एवं परिश्रम की आवश्यकता होती है। अतः सभी स्तरों के बालकों के लिए इसके द्वारा ज्ञान प्राप्त करना आसान नहीं है।
6. यह विधि निम्न कक्षाओं के लिए ही उपयोगी है, क्योंकि उच्च कक्षाओं में पाठ्यक्रम इतना विस्तृत होता है कि इस विधि द्वारा सम्पूर्ण ज्ञान सीमित समय में प्राप्त करना संभव नहीं है।
7. नियमीकरण अथवा सामान्यीकरण के लिए प्रत्यक्ष उदाहरणों का चयन एवं प्रस्तुतीकरण शिक्षक एवं शिक्षार्थी के लिए कठिन कार्य है।
8. इस विधि द्वारा नियम व सिद्धांत बनाये या खोजे जा सकते हैं, किन्तु बालकों में समस्या समाधान की योग्यता एवं क्षमता में विकास सम्भव नहीं है।
9. इस विधि द्वारा सभी प्रकरणों को हल नहीं किया जा सकता।

BMD COLLEGE OF EDUCATION

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

☛ निगमन विधि के गुण तथा दोषों का वर्णन कीजिए।

अथवा

☛ निगमन विधि की आलोचनात्मक व्याख्या कीजिए।

निगमन विधि के गुण
(Merits of Deductive Method)

1. पूर्व निर्धारित सूत्र के उपयोग से प्रश्न हल करने में अधिक समय नहीं लगता।
2. निगमन विधि द्वारा बालकों की स्मरण शक्ति विकसित होती है, क्योंकि इस विधि का प्रयोग करते समय बालकों को अनेक सूत्र याद करने पड़ते हैं।
3. सूत्र पहले से ही ज्ञात होने के कारण यह समस्याओं को हल करने के लिए एक सुविधाजनक विधि है।
4. समस्या का समाधान सूत्र की सहायता से करने के कारण यह विधि संक्षिप्त व उचित विधि है।
5. इस विधि द्वारा ज्ञानार्जन की गति तीव्र होती है, क्योंकि बालक समस्या हल करते समय सीधे सूत्र का प्रयोग करते हैं।
6. इस विधि में छात्र नियम, सिद्धान्तों और सूत्रों की खोज नहीं करते। अतः यह विधि न केवल संक्षिप्त है, बल्कि व्यावहारिक भी है।
7. इस विधि के प्रयोग द्वारा कम समय में अधिक ज्ञान प्राप्त किया जा सकता है।
8. छात्रों तथा अध्यापक दोनों को ही इस विधि में कम परिश्रम करना पड़ता है।
9. इस विधि के प्रयोग से बालक अभ्यास कार्य शीघ्रता तथा आसानी से कर सकते हैं।
10. इस विधि द्वारा मन्दबुद्धि छात्रों को गणित का साधारण ज्ञान दिया जा सकता है।

निगमन विधि के दोष/सीमाएं
(Limitations or Demerits of Deductive Method)

आगमन विधि की भांति निगमन विधि भी गणित शिक्षा की एक महत्त्वपूर्ण विधि है, जिसकी अपनी कुछ विशेषताएं हैं, परंतु फिर भी इस विधि में कुछ कमियां अथवा सीमायें हैं।

इस विधि के प्रमुख दोष निम्न हैं—

1. इस विधि में छात्र नियमों व सूत्रों की खोज नहीं करते हैं, अतः इससे प्राप्त ज्ञान स्थाई नहीं होता।
2. यह विधि मनोविज्ञान के सिद्धान्तों के विपरीत है, क्योंकि यह स्मृति केन्द्रित विधि है।
3. यह विधि खोज करने की अपेक्षा रटने की प्रवृत्ति पर अधिक बल देती है।
4. निगमन विधि में छात्रों को सूक्ष्म सूत्रों को केवल बता दिया जाता है जिन्हें विद्यार्थी भूल भी जाते हैं। जैसे $(a + b)^2$ और $(a-b)^2$ सूत्रों का प्रयोग करने के बाद भी, कुछ समय पश्चात् छात्र दोनों सूत्रों में अंतर नहीं कर पाते।
5. यह विधि छोटी कक्षाओं के लिए उपयोगी नहीं है क्योंकि छोटी कक्षाओं के बालकों के लिए विभिन्न सूत्रों, नियमों आदि को समझना बहुत कठिन होता है।
6. इस विधि द्वारा छात्रों को नया ज्ञान अर्जित करने के अवसर नहीं मिलते।
7. इस विधि के प्रयोग से अध्ययन प्रक्रिया अरुचिकर तथा नीरस बनी रहती है।
8. इस विधि में चिन्तन, तर्क एवं अन्वेषण जैसी शक्तियों का विकास करने का अवसर नहीं मिलता।
9. यह विधि आगमन विधि की पूरक विधि है। इसे आगमन विधि के बाद प्रयोग किया जाता है। अतः इस विधि की सफलता आगमन विधि के प्रयोग पर निर्भर करती है।
10. वर्तमान शिक्षा प्रणाली प्रायः इसी विधि का प्रयोग करती है, जिससे छात्र स्वयं को छात्र जीवन की समस्या का सामना करने में सक्षम नहीं पाते।

आगमन व निगमन विधि की तुलना

☛ आगमन व निगमन विधि का तुलनात्मक अध्ययन कीजिए।

अथवा

☛ गणित शिक्षण की आगमन निगमन विधियों के सापेक्षिक महत्त्व का वर्णन कीजिए। [MDU, 2018]

अथवा

☛ आगमन विधि तथा निगमन विधि में क्या अंतर है?

आगमन व निगमन विधि की तुलना निम्न प्रकार है—

आगमन विधि (Inductive Method)	निगमन विधि (Deductive Method)
1. इस विधि में विशेष से सामान्य की ओर, स्थूल से सूक्ष्म की ओर तथा उदाहरणों से नियम की ओर आदि शिक्षण सूत्रों का सहारा लेते हैं।	1. इस विधि में सामान्य से विशेष की ओर, सूक्ष्म से स्थूल की ओर तथा नियम से उदाहरणों की ओर आदि शिक्षण सूत्रों का सहारा लेते हैं।
2. इसमें बालक स्वयं नियमों तथा सूत्रों का पता लगाते हैं।	2. इसमें दूसरों द्वारा खोजे गये नियमों पर निर्भर रहना पड़ता है।
3. यह अनुसंधान मार्ग है।	3. यह अनुकरण मार्ग है।
4. इस विधि द्वारा समस्या को हल करने में अधिक समय लगता है।	4. इस विधि द्वारा समस्या को हल करने में कम समय लगता है।
5. इस विधि में कक्षा के सभी छात्र व अध्यापक सक्रिय रहते हैं।	5. इस विधि में शिक्षक को अधिक परिश्रम करना पड़ता है तथा छात्र निष्क्रिय रहते हैं।
6. यह एक मनोवैज्ञानिक विधि है।	6. यह विधि मनोवैज्ञानिक नहीं है।
7. इसमें बालकों को नवीन ज्ञान की खोज करने का अवसर मिलता है।	7. इसमें बालकों को दूसरों के द्वारा दिए हुए ज्ञान को प्रयोग में लाने का अवसर मिलता है।
8. इस विधि द्वारा अध्ययन एवं अध्यापक प्रक्रिया रोचक बन जाती है।	8. इस विधि के प्रयोग से अध्ययन एवं अध्यापक कार्य नीरस बना रहता है।
9. यह विधि किसी प्रकरण की शुरुआत व प्राइमरी स्तर के अनुरूप है।	9. यह विधि बड़ी कक्षाओं और कठिन प्रत्ययों के लिए उपयुक्त है।
10. इसमें अनुभवों, प्रयोगों तथा क्रियात्मक कार्यों द्वारा ज्ञान प्राप्ति पर जोर दिया जाता है।	10. इससे क्रियात्मक कार्यों पर अधिक जोर रहता है।
11. बालकों की मानसिक शक्तियों का विकास होता है।	11. मानसिक शक्तियों का विकास नहीं होता।
12. इस विधि में सीखा हुआ ज्ञान स्थायी होता है।	12. इस विधि से सीखा हुआ ज्ञान अस्थाई होता है।
13. इस विधि में छात्र स्वयं नियम खोजते हैं। इससे उनमें आत्मविश्वास बढ़ता है।	13. इसमें नियम के लिए दूसरों पर निर्भर रहना पड़ता है। इसलिए बालकों में आत्म विश्वास नहीं बढ़ता।
14. यह एक वैज्ञानिक विधि है।	14. यह वैज्ञानिक विधि नहीं है।
15. यह रटने की प्रवृत्ति को जन्म नहीं देती।	15. यह रटने की प्रवृत्ति को जन्म देती है।
16. इस विधि में प्रत्येक छात्र पर ध्यान देने की आवश्यकता होती है, जो आज की परिस्थितियों में कक्षा-कक्ष में सम्भव नहीं है।	16. इस विधि का प्रयोग कक्षा-कक्ष में आसानी से किया जा सकता है, क्योंकि इस विधि में व्यक्तिगत ध्यान की आवश्यकता नहीं होती है।

दोनों विधियों की तुलना करने पर हम पाते हैं कि दोनों में ही अपने-अपने गुण तथा दोष हैं, परंतु फिर भी आगमन विधि निगमन विधि की अपेक्षा श्रेष्ठ है और यह गणित के उद्देश्यों तथा शैक्षणिक आवश्यकताओं

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE.
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

की अधिक से अधिक पूर्ति में सहायक सिद्ध हो सकती है। आगमन विधि द्वारा हम उदाहरणों तथा अनुभवों के आधार पर सूत्र का निर्माण करते हैं। जिस प्रकार आगमन खोज करने की विधि है, उसी प्रकार निगमन विधि दूसरों की खोज को उपयोग में लाने की विधि है। कोई भी आगमन हमेशा निगमन पर समाप्त होता है। वास्तव में गणित संबंधी प्रत्येक नवीन ज्ञान आगमन विधि के द्वारा विद्यार्थियों को देना चाहिए तथा उसका अभ्यास निगमन विधि से करवाना चाहिए। गणित शिक्षक के लिए दोनों विधियों का ज्ञान होना अति आवश्यक है। जो शिक्षक दोनों विधियों का उचित मिलान करके अपना शिक्षण कार्य करता है, वही एक सफल अध्यापक माना जाता है।

2. विश्लेषणात्मक और संश्लेषणात्मक विधि
(Analytical Method and Synthetic Method)

विश्लेषणात्मक और संश्लेषणात्मक गणित शिक्षण की दो ऐसी मुख्य विधियां हैं, जो एक-दूसरे के विपरीत होते हुए भी एक-दूसरे की पूरक हैं अर्थात् उन्हें एक साथ काम में लाया जाता है।

☛ **विश्लेषण विधि की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।**

उत्तर :

विश्लेषणात्मक विधि
(Analytical Method)

विश्लेषणात्मक शब्द विश्लेषण से बना है अर्थात् यह विधि विश्लेषण प्रक्रिया पर आधारित है। विश्लेषण का शब्द कोशीय अर्थ है, "इकट्ठी हुई वस्तुओं अथवा भागों को अलग-अलग करने की प्रक्रिया।" जिसके अनुसार इस विधि में किसी भी समस्या को छोटे-छोटे भागों में विभक्त करके, अज्ञात का रहस्य खोलते-खोलते ज्ञात तक पहुंचने का प्रयत्न करते हैं। इस प्रकार इस विधि में हम "अज्ञात (Unknown) से ज्ञात (Known) की ओर" अथवा "निष्कर्षों से ज्ञात तथ्यों की ओर चलते हैं।"

मुख्यता इस विधि का प्रयोग निम्नलिखित परिस्थितियों में किया जाता है।

(i) जब किसी साध्य (Teorm) को हल करना हो।

(ii) जब रेखागणित में कोई रचना (Construction) कार्य करना हो।

(iii) जब अंकगणित में किसी नवीन समस्या को हल करना हो।

इस विधि में प्रत्येक पद (Step) का अपना महत्त्व तथा आधार होता है। इसलिए किसी समस्या का विश्लेषण ठीक प्रकार से करना चाहिए।

विश्लेषणात्मक विधि के उदाहरण

उदाहरण : एक आयताकार बगीचे की लम्बाई 20 मीटर और चौड़ाई 10 मीटर है। 3 रु. प्रतिमीटर की दर से उसके चारों ओर तार लगाने का खर्च ज्ञात कीजिए।

प्रश्न-1 : इस प्रश्न में क्या ज्ञात करना है?

हल : तार लगवाने का खर्च ज्ञात करना है।

प्रश्न-2 : तार लगवाने का खर्च ज्ञात करने के लिए हमें क्या ज्ञात करना होगा?

हल : बगीचे का घेरा तथा परिमाप

प्रश्न-3 : परिमाप कैसे ज्ञात करते हैं?

हल : दो बार लम्बाई व दो बार चौड़ाई को जोड़ते हैं।

प्रश्न-4 : बगीचे का परिमाप कितना होगा?

हल : 20 + 10 + 20 + 10 = 60 मीटर

प्रश्न-5 : बगीचे के चारों ओर तार लगाने के खर्च की दर क्या है?

हल : 3 रु. प्रति मीटर अर्थात् 1 मीटर तार लगाने पर 3 रु. लगेंगे।

प्रश्न-6 : 60 मीटर तार लगाने पर कितना खर्च होगा?

हल : $60 \times 3 = 180$ रु.

इस प्रकार "क्या ज्ञात करना है" से आरम्भ करके "जो दिया हुआ है।" तक हम तर्क करते हुए आ पहुंचते हैं। इस तरह से विद्यार्थी प्रश्न हल करने के लिए उठाए गये विभिन्न.कदमों का औचित्य भली-भांति समझ जाते हैं तथा स्वयं उनको हल करने की विधि ढूंढ निकालते हैं।

उदाहरण : यदि $\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$ है तो सिद्ध कीजिए $\frac{pr + 2q^2}{qr} = \frac{r^2 + 2qs}{sr}$

विश्लेषण : विश्लेषणात्मक विधि से उपरोक्त समस्या का हल प्राप्त करने के लिए उत्तर से प्रारम्भ करते हुए समस्या तक पहुंचते हैं।

$$\frac{pr + 2q^2}{qr} = \frac{r^2 + 2qs}{sr} \quad \text{वज्र गुणा करने पर}$$

$$sr(pr + 2q^2) = qr(r^2 + 2qs)$$

$$pr^2s + 2q^2rs = qr^3 + 2q^2rs$$

$$pr^2s = qr^3 \quad (2q^2rs \text{ दोनों पक्षों से काटा})$$

$$ps = qr \quad (r^2 \text{ दोनों पक्षों से काटा})$$

$$\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$$

इस समस्या के हल में, हमें जो सिद्ध करना है उससे प्रारम्भ करके जो हमें दिया है उस पर आ जाते हैं। क्रिया का प्रत्येक अगला पद उचित प्रश्नों की सहायता से पहले पद में से निकलता रहता है।

☛ **विश्लेषणात्मक विधि के गुण व दोष बताइये।**

उत्तर :

विश्लेषणात्मक विधि के गुण
(Merits of Analytic Method)

1. किसी प्रमेय की उत्पत्ति (Proof of theorm) तथा निर्मेय की रचना (Construct any diagram) इस विधि द्वारा आसानी से समझी जा सकती है।
2. इस विधि द्वारा छात्र नई समस्याओं का समाधान कर सकते हैं या उसके लिए तर्क दे सकते हैं या किसी आकृति का निर्माण कर सकते हैं।
3. यह विधि मनोवैज्ञानिक दृष्टिकोण पर आधारित है।
4. इस विधि में बालक स्वयं अपनी समस्याओं के समाधान के लिए हल ढूंढ सकता है।
5. इस विधि के द्वारा छात्रों में अन्वेषण करने की क्षमता और आत्म विश्वास में वृद्धि होती है।
6. इस विधि से छात्रों में तर्क शक्ति, विचार शक्ति तथा विश्लेषण करने की क्षमता का विकास होता है।
7. इस विधि से प्राप्त ज्ञान अधिक स्थाई होता है तथा छात्र नवीन ज्ञान प्राप्त करने को उत्सुक रहता है।
8. इस विधि में समस्या का विश्लेषण करने के कारण छात्र प्रत्येक पद को सामान्य तरीके से हल करता है। इसलिए उसे रटने की आवश्यकता नहीं होती।

विश्लेषणात्मक विधि के दोष
(Limitations of Analytic Method)

इस विधि का गणित शिक्षण में बहुत महत्त्व है तथा इसके बहुत लाभ भी हैं। इतनी महत्त्वपूर्ण तथा उपयोगी विधि होने के साथ-साथ इसमें कुछ दोष हैं जो निम्नलिखित हैं—

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

1. इस विधि द्वारा समस्या को हल करने में अधिक समय लगता है, क्योंकि विश्लेषण में तर्क की प्रक्रिया लम्बीं होती है।
2. इस विधि द्वारा कार्य करने की गति और दक्षता प्राप्त करना कठिन है।
3. यह सभी विषयों के लिए उपयुक्त नहीं है, बल्कि कुछ विशिष्ट विषय ही इससे पढ़ाये जा सकते हैं।
4. प्रत्येक अध्यापक इस विधि को सफलता से प्रयोग नहीं कर सकता।
5. यह विधि छोटी कक्षाओं के छात्रों के लिए उपयोगी नहीं हैं, क्योंकि उस समय उनकी तर्कशक्ति तथा विश्लेषण की क्षमता अधिक विकसित नहीं होती।
6. इस विधि द्वारा शिक्षण करने पर पाठ्यक्रम को निर्धारित समय में पूरा नहीं किया जा सकता।
7. विश्लेषणात्मक विधि का उपयोग तभी सम्भव है जब हमें ज्ञात तथ्यों तथा अज्ञात निष्कर्षों की जानकारी है।
8. इस विधि में छात्र प्रश्न के बारे में कम सूचना प्राप्त करते हैं, इसलिए वे इसे हल करने में कठिनाई का अनुभव करते हैं।

☛ **संश्लेषण विधि की उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।**

उत्तर :

संश्लेषण विधि
(Synthetic Method)

यह विधि विश्लेषणात्मक विधि के विपरीत और पूरक हैं। संश्लेषण का अर्थ है—"अलग-अलग भागों को जोड़ना"। इस विधि में "ज्ञात से अज्ञात की ओर" (Proceed from known to unknown) चलते हैं। जब कोई समस्या सामने आती है तो सबसे पहले दी गई समस्त सूचनाओं को एकत्र करते हैं और फिर उसे हल करते हैं। संश्लेषण में एक तथ्य की सत्यता की जांच की जाती है, परन्तु इससे प्रस्तुत समस्या का वास्तविक रूप ज्ञान नहीं हो पाता है। गणित-शिक्षक को ज्यामिति तथा रेखागणित शिक्षण करते समय विश्लेषण एवं संश्लेषण दोनों विधियों का एक साथ प्रयोग करना चाहिए। सर्वप्रथम समस्या का विश्लेषण करना चाहिए, जिससे छात्र यह जान सकें कि कोई रचना कार्य या किसी पद का उपयोग क्यों किया गया है? तथा समस्या का हल ज्ञात करने में इससे क्या सहायता मिलेगी? इस प्रकार इस विधि द्वारा प्रस्तुत हल संगठित, क्रमबद्ध तथा सरलता से समझा जा सकता है।

संश्लेषण विधि के उदाहरण :

उदाहरण : एक आयताकार बगीचे की लम्बाई 20 मीटर और चौड़ाई 10 मीटर है। 3 रु. प्रतिमीटर की दर से उसके चारों ओर तार लागने का खर्च ज्ञात कीजिए।

हल : बगीचे की लम्बाई = 20 मीटर
बगीचे की चौड़ाई = 10 मीटर
आयत का परिमाप = 2 × (लम्बाई + चौड़ाई)
= 2 × (20 + 10)
= 2 × 30
= 60 मीटर
1 मीटर में तार लगाने का खर्च = 3 रु.
60 मीटर में तार लगाने का खर्च = 3 × 60
= 180 रु.

उदाहरण : यदि $\frac{p}{q}=\frac{r}{s}$ है तो सिद्ध कीजिए $\frac{pr+2q^2}{qr}=\frac{r^2+2qs}{sr}$

हल : हमें ज्ञात है $\frac{p}{q}=\frac{r}{s}$, अतः इस विधि में ज्ञात तथ्यों से अज्ञात को सिद्ध किया जायेगा।

दोनों पक्षों में $\frac{2q}{r}$ जोड़ने पर

$$\frac{p}{q}+\frac{2q}{r}=\frac{r}{s}+\frac{2q}{r}$$ (जोड़ने का कारण यहां नहीं दिया गया है।)

$$\frac{pr+2q^2}{qr}=\frac{r^2+2qs}{sr}$$ (जो कि दिया गया है।)

इस प्रकार इस विधि में जो दिया है उसे प्रारम्भ करके जो ज्ञात करना है, प्राप्त करते हैं।

☛ **संश्लेषण विधि के गुण तथा दोष बताइये।**

संश्लेषण विधि के गुण
(Merits of Synthetic Method)

1. यह विधि सरल, सूक्ष्म और व्यवस्थित है। यही कारण है कि इसे पाठ्यपुस्तकों में प्रयोग किया जाता है।
2. इस विधि द्वारा दिए गए हल को छात्र आसानी से समझ सकते हैं, क्योंकि प्रत्येक चरण ज्ञात तथ्यों और सिद्धान्तों पर आधारित होता है।
3. विश्लेषणात्मक विधि के बाद संश्लेषण विधि का प्रयोग करना आवश्यक है। यह विधि विश्लेषणात्मक विधि की पूरक विधि है।
4. संश्लेषण विधि में हम ज्ञात से अज्ञात की ओर चलते हैं, अतः प्रश्न को सही दिशा में आसानी से हल किया जा सकता है।
5. यह विधि समय और धन की बचत करती है। यह विधि शिक्षकों का कार्य आसान करती है। इसलिए अधिकांश शिक्षक कक्षा कक्ष में इसी विधि का प्रयोग करते हैं।
6. यह विधि सभी प्रकार की गणितीय समस्या को हल करने में उपयोगी है।

संश्लेषण विधि के दोष
(Demerits of Synthetic Method)

1. यह विधि छात्रों के संशय को स्पष्ट नहीं करती और न ही कोई वर्णन करती है।
2. यह विधि छात्रों द्वारा पूछे गये प्रश्नों का सन्तुष्टिपूर्ण उत्तर नहीं देती।
3. यह एक खोजविधि नहीं है इसलिए छात्रों में रटने की प्रवृत्ति का विकास होता है।
4. यह विधि केवल सिद्ध करती है किन्तु समझाने में असफल रहती है, क्योंकि यह विधि यह नहीं बताती की कोई रचना क्यों की गई है या कोई पद क्यों जोड़ा या घटाया गया है।
5. यह विधि छात्रों में तर्क शक्ति, निर्णय क्षमता और चिन्तन शक्ति का विकास नहीं करती। छात्र निष्क्रिय श्रोता होते हैं और उन्हें पदों को याद करना पड़ता है।
6. चूंकि यह विधि छात्र स्वयं खोजते नहीं हैं अतः इससे प्राप्त ज्ञान अस्थाई होता है।
7. किसी प्रमेय का हल इस विधि से प्राप्त नहीं किया जा सकता।

विश्लेषणात्मक और संश्लेषणात्मक विधियों का तुलनात्मक अध्ययन
(Comparative Study of Analytic and Synthetic Methods)

☛ **विश्लेषणात्मक एवं संश्लेषणात्मक विधियों का तुलनात्मक अध्ययन करके इस बात को स्पष्ट कीजिए कि दोनों विधियां एक-दूसरे की पूरक हैं।**

अथवा

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

☛ **गणित शिक्षण की संश्लेषण तथा विश्लेषण विधियों में अंतर लिखिए।** **[MDU, 2018]**

विश्लेषणात्मक विधि	संश्लेषणात्मक विधि
1. इस विधि में हम अज्ञात से प्रारम्भ करके ज्ञात या दिए हुए तथ्यों पर आते हैं।	1. इस विधि में हम ज्ञात तथ्यों से अज्ञात या अभीष्ट पर आते हैं।
2. इसमें समस्या की तह तक पहुंचने और हल करने की सुविधा से उसे छोटे-छोटे भागों में विभक्त करते जाते हैं।	2. इसमें पहले से ज्ञात विभिन्न तथ्यों को इकट्ठा करके परिणाम पर पहुंचा जाता है।
3. यह विधि ज्ञान की खोज करने की विधि है।	3. यह खोजे हुए ज्ञान को साधारण और संक्षिप्त रूप में प्रस्तुत करने की विधि है।
4. इस विधि में छात्रों को नवीन ज्ञान प्राप्त करने के अवसर मिलते हैं।	4. इसमें छात्रों को पहले से तैयार सामग्री उपलब्ध हो जाती है, जिससे उन्हें परिश्रम नहीं करना पड़ता।
5. यह विधि बताती है कि "हमने रचना का कोई पद क्यों लिया है?"	5. यह विधि दर्शाती है कि प्रत्येक पद सही है, लेकिन यह नहीं बताती कि हमने वह पद क्यों लिया?
6. यह छात्रों में आत्म-निर्भरता तथा आत्म-विश्वास का विकास करती है।	6. इसमें आत्मनिर्भरता तथा आत्मविश्वास की कमी रहती है, क्योंकि छात्र समस्याओं का हल स्वयं नहीं खोजता।
7. इस विधि में समस्याओं को शीघ्र एवं स्वच्छता से हल करना नहीं सीख सकते हैं।	7. समस्याओं को शीघ्रता, स्वच्छता और स्पष्टता से हल करने की दृष्टि से यह एक उपयुक्त विधि है।
8. इस विधि में छात्रों को अपनी मानसिक शक्तियों का उपयोग करने का पूर्ण अवसर मिलता है।	8. इस विधि में बालकों की मानसिक शक्ति के उपयोग के कई अवसर नहीं मिलते हैं। इसके द्वारा छात्रों में रटने की आदत पड़ती है।
9. इस विधि में शिक्षक तथा छात्र दोनों ही सक्रिय रहते हैं।	9. इसमें छात्र निष्क्रिय तथा शिक्षक चिन्तन में क्रियाशील रहता है।
10. यह एक दीर्घ विधि है।	10. यह एक सूक्ष्म विधि है।
11. इसमें समय और परिश्रम दोनों ही अधिक लगता है।	11. इसमें थोड़े समय और परिश्रम से ही काम चल जाता है।
12. यह विधि अध्यापक और विद्यार्थी के सम्बन्ध प्रगाढ़ होने के अवसर प्रदान करती है।	12. इस विधि के द्वारा विद्यार्थियों और अध्यापक में अधिक सम्पर्क नहीं होता।
13. यह मनोविज्ञान के सिद्धान्तों पर आधारित एक मनोवैज्ञानिक विधि है।	13. यह मनोविज्ञान के नियमों के प्रतिकूल तार्किक क्रम की विधि है।
14. यह विधि अनुसंधानात्मक दृष्टिकोण पर आधारित है और इसमें आगमन विचार प्रक्रिया का प्रयोग होता है।	14. इस विधि में अनुसंधानात्मक दृष्टिकोण नहीं रखा जाता और इसमें निगमन विचार प्रक्रिया का उपयोग किया जाता है।
15. यह विधि छात्रों में वैज्ञानिक दृष्टि कोण का विकास करती है।	15. यह छात्रों में वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास नहीं करती है।
16. विश्लेषण विधि हमें किसी समस्या का हल अथवा किसी साध्य की उत्पत्ति के बारे में आवश्यक खोज कराने में तो सहायक होती है, परन्तु खोज के बाद का कार्य करने में यह चुप हो जाती है।	16. संश्लेषण विधि विश्लेषण के बाद के कार्य को पूरा करती है। इसके द्वारा हम विश्लेषण से प्राप्त परिणामों का प्रयोग करके समस्या को सुव्यवस्थित ढंग से हल करते हैं।

दोनों विधियों के तुलनात्मक अध्ययन से हमें ज्ञात होता है कि दोनों विधियां परस्पर विरोधी होते हुए भी अध्ययन और शिक्षण की दृष्टि से एक-दूसरे के पूरक हैं। विश्लेषण विधि में हम समस्या को छोटे-छोटे भागों में विभक्त करके उसके रहस्य जानते हैं और उसे हल करने के तरीके जानते हैं। अब यदि हम केवल रहस्य जानकर भी उसका उपयोग न करे अर्थात् इस खोज का प्रयोग करके स्वच्छ एवं सुन्दर ढंग से हल न करें तो रहस्य जानने का कोई फायदा ही नहीं होगा। अतः हमें विश्लेषण विधि में ज्ञात खोजों को संश्लेषण विधि द्वारा उपयोग करना चाहिए।

विद्यार्थी जब संश्लेषण विधि से समस्याओं को हल करते हैं तब वे क्रिया के प्रत्येक पद के बारे में यह जानना चाहते हैं कि उसे क्यों किया जाए? उनकी इच्छा की पूर्ति विश्लेषण द्वारा ही हो सकती है। विश्लेषण करने से उनको अपने आप सोचने-विचारने और तर्क करने का अवसर मिलता है, जिससे वे अपने आप प्रश्न हल करने में पूर्ण समर्थ हो जाते हैं।

इस प्रकार से दोनों विधियां एक दूसरे की पूरक हैं। दोनों ही अलग-अलग रहते हुए एक पूर्ण विधि नहीं मानी जा सकती। किसी समस्या की खोज में दोनों विधियों का प्रयोग करते हुए ही हम उसका हल ज्ञात करने में सफलता प्राप्त कर सकते हैं।

☛ **संश्लेषण विधि द्वारा सिद्ध करो कि $\frac{ac-3ab}{b}=\frac{c^2-3ad}{d}$ यदि $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ हो।**

उत्तर : $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ (ज्ञात है)

दोनों पक्षों से $\frac{3a}{c}$ घटाने पर

$$\frac{a}{b}-\frac{3a}{c}=\frac{c}{d}-\frac{3a}{c} \quad \text{(ऐसा क्यों घटाया गया?)}$$

$$\frac{ac-3ab}{bc}=\frac{c^2-3ad}{cd}$$

दोनों पक्षों में c का गुणा करने पर

$$\frac{ac-3ab}{b}=\frac{c^2-3ad}{d} \quad \text{(यही सिद्ध करना है)}$$

3. समस्या समाधान विधि
(Problem Solving Mehod)

कई बार हम ऐसी समस्या अर्थात् परिस्थिति में घिर जाते हैं जिसमें से बाहर निकलना तो हम चाहते हैं किन्तु बाहर निकलने का रास्ता या समाधान पहले से नहीं मालूम होता। इसी प्रकार गणित की किसी समस्या या प्रश्न को हल करते समय कई बार ऐसी स्थिति उत्पन्न हो जाती है कि वह उसे हल तो करना चाहता है किन्तु उसे पहले से उसका कोई हल या समाधान ज्ञात नहीं होता। ऐसी स्थिति में उसके लिए वह प्रश्न समस्या बन कर खड़ा हो जाता है। जब वह उसे हल करने में या समाधान खोजने में स्वयं को लगा देता है तो इस प्रक्रिया को समस्या समाधान प्रक्रिया कहना प्रारंभ कर दिया जाता है।

इस प्रकार समस्या समाधान (Problem Solving) से तात्पर्य "हमारे द्वारा किसी परिस्थिति में किए जाने वाले उन प्रयासों से है जब हमें यह नहीं मालूम होता कि हमें क्या करना चाहिए।" ("Problem solving is "what we do when, we don't know what to do.")

☛ **समस्या समाधान विधि से आप क्या समझते हैं? इसके विभिन्न पदों की व्याख्या कीजिए।**

समस्या समाधान विधि में अध्यापक विद्यार्थियों के सामने समस्याओं को रखता है तथा विद्यार्थी सीखे हुए ज्ञान नियमों, सिद्धान्तों तथा प्रत्ययों की सहायता से कक्षा में समस्या का समाधान ज्ञात करते हैं। प्रत्येक

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

समस्या में नवीनता होती है, जिसके कारण छात्रों को हल ज्ञात करने की प्रेरणा मिलती है।

एक अनुभवी अध्यापक स्वयं तथ्यों को एकत्रित करके छात्रों की योग्यताओं और क्षमताओं को ध्यान में रखकर समस्याओं का निर्माण करता है तथा उन्हें कक्ष में हल करने के लिए प्रस्तुत करता है। विद्यार्थी समस्या का अध्ययन करके आवश्यकतानुसार गणना, माप तथा अभिकलन करते हैं और उसके समाधान द्वारा उत्तर निकालते हैं। प्रत्येक समाधान का हल छात्रों को नये अनुभव प्रदान करता है।

समस्या समाधान की परिभाषायें
(Definitions of Problem Solving)

1. गैग्ने (Gagne) के अनुसार, ''समस्या समाधान घटनाओं का ऐसा समूह है, जिसमें मानव किसी विशिष्ट उद्देश्य की उपलब्धि के लिए अधिनियमों अथवा सिद्धान्तों का उपयोग करता है।''("Problem solving is a set of events in which Human being uses rules to achieve some goals.")
2. सी.वी.गुड (C.V. Good) के अनुसार, ''समस्या समाधान शिक्षण की वह विधि है जिसमें ऐसी चुनौतीपूर्ण स्थितियों को उत्पन्न करके शिक्षा दी जाए, जिसका समाधान आवश्यक है।''
3. रिस्क (Risk) के अनुसार, ''शिक्षार्थियों के मन में समस्या को उत्पन्न करने की ऐसी प्रक्रिया, जिससे वे उद्देश्य की ओर उत्साहित हो कर तथा गम्भीरतापूर्वक सोचकर एक युक्ति संगत हल निकालते हैं, समस्या समाधान कहलाता है।''

समस्या समाधान विधि के पद
(Steps of Problem Solving Mehtod)

समस्या समाधान पद्धति से शिक्षण हेतु निम्नलिखित पदों का अनुसरण करना होता है—

1. **समस्या में दिए गये तथ्यों तथा उनके सम्बन्धों को समझना (Understand the facts and their relations to the given Problem) :** अध्यापक सर्वप्रथम छात्रों के सम्मुख कोई समस्या अथवा प्रश्न प्रस्तुत करके उन्हें कुछ समय देता है ताकि वे समस्या को सावधानीपूर्वक समझ सकें। इससे छात्र समझ पाते कि प्रश्न में क्या दिया गया है और उन्हें क्या ज्ञात करना है? छात्र समस्या का विश्लेषण करके एक संरचना बना सकते हैं।

2. **समस्या का विश्लेषण (Analyse the Problem) :** समस्या को प्रस्तुत करने के पश्चात् प्रश्न विधि तथा छात्रों की सहायता से विश्लेषण किया जाता है और स्पष्ट किया जाता है कि विभिन्न तथ्यों में आपस में क्या सम्बन्ध है और सम्पूर्ण स्थिति किस प्रकार उपयोगी है? यह छात्रों में विश्लेषण की योग्यता विकसित करती है जोकि समस्या को सफलतापूर्वक हल करने के लिए अत्यन्त आवश्यक है। जिन छात्रों में विश्लेषण की योग्यता विकसित हो जाती है वे समस्या का समाधान आत्मविश्वास से कर लेते हैं।

3. **सम्भावित हल खोजना (Search the Expected Answer) :** समस्या का विश्लेषण करने के बाद छात्र जानते हैं कि समस्या का समाधान करने के लिए कौन-सा सूत्र अथवा नियम प्रयोग किया जाये। यहां छात्र निश्चय कर सकते हैं कि हल प्राप्त करने के लिए कौन-सी विधि उपयुक्त है या अन्य कोई वैकल्पिक विधि हो तो वे उसके बारे में सोच सकते हैं।

4. **हल ज्ञात करने के लिए गणना करना (Calculation to Find the Solution) :** प्रायः यह देखा जाता है कि छात्र सही तरीका जानने के बाद भी सही हल प्राप्त करने में सफल नहीं हो पाते। वे मूर्खता से भरी हुई गलतियां करते हैं। छात्रों में किसी भी समस्या को सही व तेजी से हल करने की योग्यता होनी चाहिए। अध्यापक अपने प्रयासों से इसे सही कर सकता है ताकि यह छात्रों के लिए हल करना आसान हो जाये। यह भी देखा जाता है कि छात्र दशमलव की गुणा-भाग में गलती करते हैं।

5. **समस्या का हल ज्ञात कर उत्तर की जांच करना (Find the Solution and Check the Answer) :** उत्तर की गणना करने के बाद यदि कोई गलती हो तो गणना की गलतियों को सही करने के लिए परिणाम की जांच कीं जानी चाहिए। छात्रों में परिणाम को जांचने की योग्यता का विकास अवश्य किया जाना चाहिए, क्योंकि इसके बिना गलतियों को ढूंढ पाना संभव नहीं है। किसी भी समाधान को सही समाधान के रूप में तभी स्वीकारा जाना चाहिए जब वह जांच में खरा उतरे। उदाहरण के लिए, गणित संबंधी समस्या का उत्तर जब उत्तरमाला में मिल जाए तभी उसे ठीक हल माना जा सकता है। किसी ज्यामिति आकृति की रचना अब अन्य तरीके से माप ली जाए तभी उसे सही माना जा सकता है, आदि-आदि।

6. **स्वीकृत समाधान का प्रयोग करना (Utilization of accepted solution) :** समस्या का जो भी समाधान अंतिम रूप में स्वीकृत किया जाए उसकी और अधिक प्रामाणिकता और सत्यता सिद्ध करने के लिए उसे और उसी जैसी समस्याओं के हल में प्रयोग करके देखा जाना चाहिए। इससे एक लाभ यह भी होता है कि समस्या समाधान के इस नए ढंग का पर्याप्त अभ्यास भी बालकों को हो जाता है।

☛ समस्या समाधान विधि के लिए चयन की गई समस्या में क्या विशेषताएं होनी चाहिए?

उत्तर : अध्ययन के लिए चुनी जाने वाली समस्या में निम्नलिखित विशेषताएं होनी चाहिए—

1. शिक्षार्थियों को दी गयी समस्या का शिक्षात्मक मूल्य (Educative Value) होना चाहिए। जहां तक संभव हो सके, समस्या छात्रों के वास्तविक जीवन तथा वातावरण से सम्बन्धित होनी चाहिए।
2. समस्या की भाषासरल, सहज एवं स्पष्ट होनी चाहिए।
3. समस्या शिक्षार्थियों के मानसिक स्तर तथा शारीरिक क्षमताओं के अनुरूप होनी चाहिए।
4. समस्या शिक्षार्थियों की रुचि एवं दृष्टिकोण के अनुसार होनी चाहिए।
5. समस्या में क्या दिया है और क्या ज्ञात करना है? यह साफ-साफ पता चलना चाहिए।
6. समस्या चुनौतीपूर्ण होनी चाहिए जिससे शिक्षार्थियों में सोचने तथा तर्क करने की शक्ति का विकास हो।
7. समस्या शिक्षार्थियों के पूर्व ज्ञान से सम्बन्धित होनी चाहिए। इससे उनको समस्या का हल ढूंढने में आसानी हो।
8. समस्या शिक्षार्थियों पर एक भार की तरह नहीं होनी चाहिए ताकि शिक्षार्थी प्रसन्नतापूर्वक समस्या समाधान की विधि का प्रयोग कर सकें।
9. समस्या तर्क संगत तथा शिक्षार्थियों की आवश्यकतानुसार होनी चाहिए।
10. समस्या के समाधान में उपयोग किये जाने वाले उपकरण विद्यालय की प्रयोगशाला में उपलब्ध होने चाहिए।
11. रंगीन चॉकों के प्रयोग द्वारा समस्या के हल की ओर बालकों को आकर्षित किया जा सकता है।
12. अध्यापक अनुभवी तथा समस्या निवारण प्रक्रिया में दक्ष होना चाहिए, जिससे वह छात्रों के लिए नवीन समस्या का कक्षा स्तर के अनुसार निर्माण कर सके।
13. यदि समस्या बहुत लम्बी हो तो समस्या को दो या तीन भाग करके हल करना चाहिए।
14. समस्या के आंकड़े इस प्रकार होने चाहिए कि छात्र सुविधानुसार उनके साथ आवश्यक क्रियाएं कर सकता हो।
15. समस्या के आलोचनात्मक पक्ष की ओर भी पूरा ध्यान दिया जाना चाहिए। यह परिकल्पनाओं का मूल्यांकन करने के लिए अति आवश्यक है।
16. समस्या पाठ्यक्रम के अनुसार होनी चाहिए तथा इतनी विशाल नहीं होनी चाहिए कि विद्यार्थी को उसका हल ढूंढने के लिए विद्यालय से बाहर जाना पड़े।
17. समस्या नई तथा व्यावहारिक होनी चाहिए, जिससे विद्यार्थियों में कल्पना शक्ति तथा वैज्ञानिक क्षमताओं का विकास हो सके।

☛ समस्या समाधान विधि के गुण तथा दोषों का वर्णन कीजिए।

उत्तर :

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

समस्या समाधान विधि के गुण
(Merits of the Problem Solving Method)

1. समस्या समाधान विधि छात्रों को अपने दैनिक जीवन की समस्याओं को हल करने के लिए तैयार व जागरूक बनाने में सहायक है।
2. इस विधि के माध्यम से विद्यार्थी जीवन से सम्बन्धित समस्याओं को हल करके उनके आत्मविश्वास व आत्मनिर्भरता का विकास होता है।
3. इस विधि द्वारा छात्रों में विश्लेषण की क्षमता का विकास होता है और वे सही और गलत का निर्णय ले सकते हैं।
4. समस्या समाधान विधि में छात्रों में समस्या से लड़ने की प्रवृत्ति का विकास होता है ज़ो जीवन में सफलता प्राप्ति के लिए सहायक है।
5. यह विधि उच्च कक्षाओं में गणित पढ़ाने में सहायक है।
6. समस्याओं को हल करने की समान कार्य विधि छात्रों को लाभान्वित करती है।
7. यह विधि बालकों को सही चिन्तन एवं तर्कशक्ति का विकास करती है।
8. शिक्षण में छात्रों की क्रियाओं की प्रचुरता के कारण अधिगम अधिक व स्थाई होता है।
9. इस विधि से शिक्षण करते समय छात्रों की व्यक्तिगत विभिन्नताओं का ध्यान रखा जा सकता है।
10. इस विधि द्वारा विद्यार्थियों एवं अध्यापकों में सम्बन्ध अधिक मजबूत तथा मधुर होते हैं।
11. इस विधि द्वारा विद्यार्थियों में उत्तेजना, प्रश्न हल करने की उत्सुकता तथा मानसिक क्रिया का होना स्वाभाविक है।

समस्या समाधान विधि के दोष
(Limitations of Problem Solving Method)

1. इस विधि से पाठ्यक्रम को पूर्ण नहीं किया जा सकता, क्योंकि प्रत्येक प्रकरण पर दैनिक जीवन से सम्बन्धित समस्या का निर्माण करना अध्यापक के लिए बहुत कठिन है।
2. इस विधि में समय अधिक लगता है। इससे विद्यार्थियों में लगन का कम होना स्वाभाविक है।
3. यह विधि छोटी कक्षाओं के विद्यार्थियों के लिए ठीक नहीं है।
4. दैनिक जीवनोपयोगी समस्यात्मक प्रश्नों का निर्माण करना प्रत्येक अध्यापक के लिए संभव नहीं है।
5. बीजगणित तथा रेखागणित में ऐसे अनेक प्रकरण हैं, जिनसे जीवन से सम्बन्धित समस्याओं का निर्माण नहीं हो सकता।
6. अध्यापक का कार्यभार अधिक बढ़ जाता है।
7. आजकल की पाठ्यपुस्तकों में दैनिक जीवन की परिस्थितियों और समस्याओं का समावेश नहीं किया जाता। अतः यह विधि अधिक उपयोगी नहीं होती।
8. कई बार समस्या की भाषा अत्यन्त कठिन व लम्बी हो जाती है, जिससे छात्रों के बीच एक समस्या उत्पन्न हो जाती है।
9. जीवन की परिस्थितियां तेजी से बदलने के कारण इससे संबंधित समस्या का निर्माण करना कठिन है।
10. यह विधि प्राकृतिक और रचनात्मक कार्य की कीमत पर ही मानसिक कार्य का विकास करती है।

निष्कर्ष रूप से कहें तो समस्या समाधान, गणित शिक्षण की एक उपयुक्त विधि है। यह छात्रों में तर्क, चिन्तन, विश्लेषण की योग्यता का विकास करती है और समस्यात्मक कठिनाइयों पर प्रकाश डालती है।

4. अनुसंधान विधि
(Heuristic Method)

☛ गणित के शिक्षण में अनुसंधान विधि क्या है? इस विधि के गुण तथा दोष भी बताइये?

उत्तर : यह गणित शिक्षण की अत्यन्त प्रभावी शिक्षण विधि है। इस विधि कि जन्मदाता एच.ई. आर्मस्ट्राँग थे। जैसा कि विधि के नाम से स्पष्ट है इस विधि में छात्र स्वयं एक खोजकर्ता के रूप में कार्य करता है वह स्वयं नियम बनाता है और निष्कर्ष निकालता है। शिक्षक केवल निर्देशक (guide) का कार्य करता है। अध्यापक द्वारा किसी तरह का ज्ञान बच्चों के ऊपर लादा नहीं जाता बल्कि छात्रों को स्वयं प्राप्त करने के लिए प्रेरित किया जाता है। शिक्षक छात्रों को केवल दिशा (direction) देता है; उसके निर्देशों (instructions) के अनुसार छात्र समस्या को हल करता है। आवश्यकता पड़ने पर उचित परामर्श दिया जाता है।

प्रो. आर्मस्ट्रांग के शब्दों में—"अनुसंधान विधि शिक्षण की वह विधि है जिसमें हम विद्यार्थी को जहां तक हो सके एक अच्छे अनुसंधानकर्ता या खोजी के रूप में देखना चाहते हैं।"

("This is the method of teaching which places the pupils (students) as far as possible in the attitude of a discoverer."–**Henery Edward Armstrong**)

इस विधि की परिभाषा विस्तृत रूप में इस प्रकार भी दी जा सकती है—

"कोई भी विधि जिसमें रुढ़िवादी विधियों के दोष न हो, जिनमें विद्यार्थी अपने प्रयत्नों द्वारा स्वयं ज्ञान प्राप्त कर सकें, जो स्वतंत्र चिन्तन का अवसर प्रदान करके विद्यार्थियों की मानसिक शक्तियों का पूर्ण रूप से विकास कर सकें, अनुसंधान विधि कहलाती है।"

इस प्रकार इस विधि का मुख्य उद्देश्य छात्रों को अनुसंधानकर्ता या खोजी बनाना है। इसमें तथ्यों, सिद्धान्तों आदि की शिक्षा की अपेक्षा ज्ञान की प्राप्ति किस प्रकार की जा सकती है? इस पर अधिक बल दिया जाता है।

उदाहरण : 500 रु. का 4% वार्षिक की दर से 2 वर्ष का सरल ब्याज ज्ञात करो।

विधि : अध्यापक उचित अनुसंधान प्रश्नों की सहायता से विद्यार्थियों को इसे हल करने के लिए प्रेरित करेगा।

अध्यापक द्वारा पूछे गए प्रश्न	विद्यार्थियों द्वारा दिए जाने वाले उत्तर
1. इस प्रश्न में क्या ज्ञात करना है?	सरल ब्याज
2. 4% वार्षिक का क्या अर्थ है?	(प्रतिशत का अर्थ उन्हें मालूम है) अतः 100 रु. का 1 वर्ष का ब्याज 4 रु. है।
3. 1 रु. का 1 वर्ष का ब्याज क्या होगा?	$\frac{4}{100}$ रु.
4. 1 रु. का 2 वर्ष का ब्याज क्या होगा?	$\frac{4}{100} \times 2$
5. 500 रु. का 2 वर्ष का ब्याज क्या होगा?	$500 \times \frac{4}{100} \times 2$

इस प्रकार की दो या तीन सरल ब्याज सम्बन्धी समस्याओं को अनुसंधानात्मक प्रश्नों की सहायता से विद्यार्थियों द्वारा हल कराया जा सकता है। इस प्रकार के कुछ उदाहरणों द्वारा विद्यार्थियों को सरल ब्याज सम्बन्धी नियमों को खोजने का अवसर प्रदान किया जाता है और उन्हें नियम तक पहुंचने के लिए प्रेरित किया जाता है। जिससे विद्यार्थी निष्कर्ष निकालते हैं कि सरल ब्याज = $\frac{\text{मूलधन} \times \text{दर} \times \text{समय}}{100}$

अनुसंधान विधि के गुण
(Merits of Heuristic Method)

1. **मनोवैज्ञानिकता (Human Psyehology) :** यह एक मनोवैज्ञानिक विधि है। इसमें बालक की

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

विकास अवस्था का पूरा-पूरा ध्यान रखा जाता है। बालकों की स्वाभाविक रुचि जिज्ञासा और कौतूहल को इस विधि में प्रेरित किया जाता है। जिससे छात्र अपनी रुचि के अनुसार ज्ञान प्राप्त करता है। छात्र को स्वयं अपनी गति से आगे बढ़ने दिया जाता है। जिससे बालक का मन नई-नई बातों व विचारों को सीखने में बहुत रुचि लेता है।

2. वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास (Development of Scientific Attitude) : इस विधि के द्वारा बालकों में वैज्ञानिक ढंग से सोचने, बोलने, निरीक्षण करने, तथ्यों को परखने तथा उनके द्वारा किसी निश्चित परिणाम पर पहुंचने की क्षमता का विकास होता है। उनमें वैज्ञानिक ढंग से नवीन खोज करने की प्रवृत्ति का विकास होता है।

3. रचनात्मकता (Creativity) : इस विधि में बालकों को नए नियमों और सिद्धान्तों की खोज करने के लिए तथा अध्यापक द्वारा पूछे गये प्रश्नों का ठीक उत्तर देने के लिए मानसिक रूप से चुस्त और क्रियाशील रहना पड़ता है। विचार शक्ति तथा तर्क शक्ति का प्रयोग करने के कारण बालकों की मानसिक शक्तियों का उचित विकास होता है।

4. स्वयं करके सीखना (Self Learning) : इस विधि द्वारा छात्रों में स्वयं करके सीखने जैसी आदत का विकास होता है। बालकों में कठिन परिश्रम की आदत का विकास होता है। इसमें बालक स्वयं परीक्षण तथा अनुभव के आधार पर ज्ञान प्राप्त करता है। इस विधि द्वारा ग्रहण किया गया ज्ञान स्थाई तथा आनन्ददायक होता है। इससे बालकों मे आत्मनिर्भरता, आत्मविश्वास तथा अपना कार्य स्वयं करने जैसे गुणों का विकास होता है।

5. गुरु-शिष्य सम्बन्ध (Teacher Taught Relationship) : इस विधि में अध्यापक एक सच्चे मित्र, भ्राता तथा मार्गदर्शक के रूप में कार्य करता है। उसे प्रत्येक विद्यार्थी का मनोवैज्ञानिक रूप से अध्ययन करके उचित समय पर उचित परामर्श और निर्देश देने पड़ते हैं। उसी प्रकार विद्यार्थियों को भी नवीन खोजों में समय-समय पर अध्यापक से परामर्श और निर्देश लेने की आवश्यकता होती है। अतः इस विधि में अध्यापक और विद्यार्थी दोनों के सम्बन्ध प्रगाढ़ होते हैं।

6. अनुशासन में सहायक (Helpful in Discipline) : इस विधि में सभी छात्र मिलकर किसी समस्या को हल करते हैं। अतः विद्यार्थियों को बाह्य सहायता की अपेक्षा स्वयं की शक्तियों पर अधिक निर्भर रहना पड़ता है और उनकी सभी शक्तियों का उचित दिशा में उपयोग होता रहता है। इस विधि में सभी छात्रों को मानसिक तथा शारीरिक रूप से चुस्त तथा क्रियाशील रहना पड़ता हैं जिससे उनका मस्तिष्क व्यर्थ की बातों में नही फंसता है। इस प्रकार अनुशासन बनाये रखने में बहुत सहायता मिलती है।

7. गृहकार्य की परेशानी से मुक्ति (No Need of Home Work) : यह विधि छात्रों को गृहकार्य से मुक्त करती है। परीक्षण, पढ़ना, लिखना, प्रश्न पूछना और विचार-विमर्श आदि सभी कार्य कक्षाकक्ष में ही सम्पन्न कर लिए जाते हैं। इसलिए गृहकार्य देने की कोई आवश्यकता नहीं होती।

अनुसंधान विधि के दोष/सीमाएं
(Demerits /Limitations of Heuristic Method)

1. विद्यार्थियों से आवश्यकता से अधिक आशा करना (More Expectition from Students than Desired) : यह विधि बालकों की योग्यता, सामर्थ्य एवं मानसिक विकास को ध्यान में नहीं रखते हुए उनसे बहुत अधिक आशा करती है। इस विधि के अनुसार छात्र एक खोजी के रूप में कार्य करते हैं जबकि ऐसे छात्र बहुत कम होते हैं, जिनमें एकाग्रता, विचारशक्ति, कठिन परिश्रम व पूर्व में हुए खोजों का सम्पूर्ण ज्ञान सम्बन्धित योग्यता होती है।

2. अध्यापकों से अधिक आशा रखना (More Expectations from Teachers) : यह विधि अध्यापकों से भी आवश्यकता से अधिक परिश्रम, योग्यता और प्रवीणता की आशा रखती है। इसमें समय-समय पर विद्यार्थियों का मनोवैज्ञानिक रूप से अध्ययन करके उनको मार्गदर्शन देना पड़ता है। जबकि आजकल एक कक्षा में कई विद्यार्थी होते हैं जिससे प्रत्येक छात्र को मार्गदर्शन देना असंभव-सा हो जाता है।

3. उन्नति में बाधा (Hurdle on the Way to Progress) : प्रत्येक बात की खोज करके ही ज्ञान ग्रहण करने में बहुत समय लगता है। इसमें बहुत अधिक समय लगता है और जो तथ्य पूर्व में खोजे जा चुके हैं उन्हें पुनः खोजने में बहुत अधिक समय नष्ट हो जाता हैं। इससे हमारा विकास रुक जाता है।

4. पाठ्यक्रम को समाप्त करने में कठिनाई (Difficult to Complete the Course) : इस विधि द्वारा पाठ्यक्रम अत्यन्त धीमी गति से आगे बढ़ता है। निश्चित अविधि में लम्बा पाठ्यक्रम समाप्त करना इस विधि में पूर्णतया असंभव है।

5. त्रुटिपूर्ण निर्णय की संभावना (Chances of Incorrect Decision) : इस विधि में छात्र स्वयं खोज करके आगे बढ़ते हैं और उनसे हमेशा सही होने की अपेक्षा नहीं की जा सकती। उनकी मानसिक शक्तियां पूर्ण रूप से विकसित नहीं होती और उनमें अपरिपक्वता होने के कारण वे उतावलेपन में कई बार त्रुटिपूर्ण निष्कर्ष निकाल लेते हैं जिससे छात्रों को काफी हानि होती है।

6. उपयुक्त सहायक सामग्री का अभाव (Lack of Proper Teaching Aids) : इस विधि के लिए उपयुक्त सहायक सामग्री, उपकरण तथा पुस्तकों की आवश्यकता पड़ती है जोकि प्रत्येक स्कूल में धन के अभाव के कारण उपलब्ध नहीं है। इस विधि पर आधारित पुस्तकों की भी कमी है। इस प्रकार इस विधि के प्रयोग में कई कठिनाइयां आ जाती हैं।

उपरोक्त विवरण से स्पष्ट होता है कि यह विधि स्वयं में बहुत गुण रखते हुए भी व्यावहारिक दृष्टि से ज्यादा महत्त्वपूर्ण नहीं है। इस विधि द्वारा प्राप्त ज्ञान पर्याप्त नहीं होता। बहुत लम्बे समय में अत्यन्त सीमित ज्ञान प्राप्त होने के कारण समय तथा श्रम की बर्बादी होती है। इस विधि में गुण व दोष दोनों ही हैं। यदि अध्यापक इसमें आवश्यकतानुसार संशोधन करके अनुकूल अवसर पर इसे प्रयोग करें तो इससे विद्यार्थियों को बहुत लाभ पहुंचाया जा सकता है।

COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

3 सीखने के साधन [Learning Resources]

ग्रीष्मकालीन कार्यक्रम का महत्त्व (Importance of Summer Program)

☛ **ग्रीष्मकालीन कार्यक्रम के अन्तर्गत होने वाली विचार गोष्ठी/सम्मेलन/संगोष्ठी (Conference) आदि का वर्णन करो। सेमीनार से ज्ञानात्मक एवं भावात्मक पक्ष के किन उद्देश्यों की प्राप्ति होती है?**

उत्तर : अधिकांशतया विद्यालयों एवं महाविद्यालयों में शिक्षण तथा अनुदेशन स्मृति स्तर तक ही सीमित रहता है, अधिक से अधिक यह बोध स्तर तक सम्भव हो जाता है। जबकि अनुदेशनात्मक परिस्थितियाँ ऐसी होनी चाहिए जो छात्रों में चिन्तन स्तर की अधिगम परिस्थितियों को प्रोत्साहित कर सकें। ऐसी परिस्थितियों में मानवीय अन्तः प्रक्रिया से उच्च ज्ञानात्मक योग्यताओं एवं क्षमताओं को विकसित किया जाता है। इस प्रकार की अधिगम परिस्थितियों को उत्पन्न करने की विधियों में सेमीनार या विचार गोष्ठी एक अत्यन्त महत्त्वपूर्ण विधि है। विचार गोष्ठी अथवा सेमीनार अनुदेशन की एक प्रविधि है, जिससे चिन्तन स्तर के अधिगम के लिए अन्तः क्रिया की परिस्थिति उत्पन्न की जाती है। इस प्रविधि को विभिन्न स्तरों पर अनुदेशन परिस्थितियों के लिए प्रयुक्त किया जाता है। अनुदेशन की इस प्रविधि से ज्ञानात्मक एवं भावात्मक उच्च उद्देश्यों की प्राप्ति की जाती है।

स्टूफ के अनुसार, "सिद्धान्ततः संगोष्ठी प्रविधि व्याख्यान विधि की प्रक्रिया को उलट देती है। यहाँ दल के नेता का उद्देश्य संगोष्ठी के संभागियों की जानकारी प्राप्त करना है ना कि उन्हें देना।" यह प्रविधि मनोवैज्ञानिक सिद्धान्त पर आधारित है। इस विधि में एक व्यक्ति का निर्णय नहीं होता बल्कि सामूहिक रूप से होता है, जो अच्छे होते हैं।

सेमीनार से प्राप्त होने वाले ज्ञानात्मक एवं भावात्मक पक्ष

ज्ञानात्मक उद्देश्य :

1. विश्लेषण तथा आलोचनात्मक क्षमताओं का विकास करना।
2. निरीक्षण तथा अनुभवों के प्रस्तुतीकरण की क्षमताओं का विकास करना।
3. किसी प्रकरण सम्बन्धी स्पष्टीकरण करने तथा उससे सम्बन्धित समस्याओं के प्रति संवेदनशीलता का विकास करना।
4. संश्लेषण तथा मूल्यांकन की योग्यता का विकास करना।

भावात्मक उद्देश्य :

1. विचारों की स्वच्छन्दता तथा दूसरों से सहयोग की भावना का विकास।
2. भावात्मक स्थिरता का विकास।
3. दूसरों की भावनाओं के प्रति सम्मान की भावना का विकास।
4. अन्य व्यक्तियों के विरोधी विचारों तथा दृष्टिकोण की सहनशीलता का विकास।

उपर्युक्त उद्देश्यों के अतिरिक्त सेमीनार से अपना दृष्टिकोण रखने, स्पष्ट करने तथा माँगने के व्यवहारों

का विकास होता है। प्रश्न पूछने एवं उत्तर देने के कौशल का विकास होता है। अपने दृष्टिकोण को प्रभावशाली ढंग से प्रस्तुत करने एवं तर्क करने का संतुलित ढंग से विकास होता है।

☛ **सेमीनार तथा कार्यशाला के बारे में आप क्या जानते हैं? सेमीनार/सम्मेलन प्रविधि के सोपानों का वर्णन करो।**

उत्तर :

सेमीनार (Conference)

सेमीनार में भाग लेने वाले व्यक्तियों को वक्ता कहते हैं। प्रकरण के विभिन्न पक्षों के सम्बन्ध में अलग-अलग वक्ता प्रपत्र तैयार कर सकते हैं। सेमीनार का प्रकरण पूर्व नियोजित होता है। सामान्यतया कुछ संस्थानों में उच्च स्तर पर प्रति सप्ताह पाठ्यक्रम के विभिन्न प्रकरणों पर सेमीनार आयोजित की जाती है। सेमीनार के प्रारम्भ होते ही अध्यक्ष का चयन किया जाता है, संचालन का उत्तरदायित्व उसका ही होता है। प्रायः वक्ता अपने प्रपत्र की प्रतिलिपियाँ कराकर सेमीनार के प्रारम्भ में उनका वितरण कर देते हैं। इसके पश्चात् अध्यक्ष वाद-विवाद की व्यवस्था करता है। वाद-विवाद के अन्त में अध्यक्ष प्रकरण के सम्बन्ध में विभिन्न वक्ताओं द्वारा प्रस्तुत किये गये विचारों का संक्षेपीकरण प्रस्तुत करता है और भागीदारों के सहयोग के लिए आभार प्रदर्शित करता है और धन्यवाद देता है। इसके माध्यम से प्रजातांत्रिक मूल्यों का विकास संभव है। साथ ही सदस्यों में आलोचनात्मक चिंतन एवं तर्क क्षमता का विकास होता है। भागीदारों में वाचक कौशल व क्षमता का विकास होता है।

कार्य गोष्ठियाँ/कार्यशाला (Work-Shop)

अधिकांश अनुदेशन प्रविधियों द्वारा सैद्धान्तिक ज्ञान का विकास किया जाता है। व्यावहारिक ज्ञान प्रदान करने के लिए प्रशिक्षण प्रदान किया जाता है, जिससे कि छात्रों में क्रियात्मक पक्ष का विकास किया जा सके। इसके लिए कार्यशाला प्रविधि का प्रयोग करना अत्यंत महत्त्वपूर्ण है। इस विधि के प्रयोग द्वारा कुछ कार्य हाथ से करने के लिए प्रशिक्षण दिया जाता है।

कार्यशाला एक ऐसी शिक्षण प्रविधि है जिसमें शिक्षक शिक्षण की समस्याओं पर न केवल विचार-विमर्श करते हैं, अपितु सामूहिक रूप से रचनात्मक कार्य भी करते हैं। कार्यशाला शैक्षिक समस्याओं के समाधान ज्ञात करने का एक सामूहिक प्रायोगिक प्रयास है। इसमें पहले समस्या के बारे में सैद्धान्तिक ज्ञान दिया जाता है, तत्पश्चात् संभागियों के द्वारा प्रायोगिक कार्य किया जाता है। संभागियों द्वारा आपस में विचार विमर्श किया जाता है। इसमें उपस्थित विशेषज्ञ भी संभागियों के प्रायोगिक कार्य में अपने सुझाव देते हैं। इस प्रकार इस प्रविधि में छात्रों में सैद्धान्तिक ज्ञान के साथ-साथ प्रायोगिक कार्य करने के कौशल का विकास भी होता है, जिससे उन्हें व्यावहारिक ज्ञान भी प्राप्त होता है।

डॉ. पी. सिंह के अनुसार, "कार्यशाला आमने-सामने का ऐसा प्राथमिक समूह है जिसमें सामाजिक अन्तःक्रिया अधिक नजदीक तथा प्रत्यक्ष होती है और सदस्यों पर अधिक सामाजिक नियन्त्रण रखती है।"

("A workshop is a face to face primary group in which social interaction is more intimate and direct influencing social control over the individuals.")

सेमीनार/सम्मेलन प्रविधि के सोपान (Steps of Conference Technique)

1. **प्रकरण का चयन**—संगोष्ठी की संचालन प्रक्रिया प्रारम्भ करने से पूर्व प्रकरण का चयन आवश्यक है। यह चयन बालकों के मानसिक स्तर के अनुसार किया जाना आवश्यक है।
2. **नेता का चयन**—संगोष्ठी के संचालन के लिए अध्यक्ष या नेता का चयन किया जाना आवश्यक

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

है ताकि वह समय-समय पर आवश्यक मार्गदर्शन व व्यवस्था बनाये रखते हुए संगोष्ठी को सफल बनाए।

3. **संगोष्ठी की बैठक व्यवस्था**–नेता के चयनोपरान्त संगोष्ठी के लिए समुचित बैठक व्यवस्था करना।
4. **संगोष्ठी का प्रारम्भ**–(अध्यक्ष) नेता संगोष्ठी के प्रकरण के सम्बन्ध में संक्षिप्त परिचय एवं महत्त्व बताते हुए संगोष्ठी का शुभारम्भ करता है।
5. **मूल्यॉंकन**–संगोष्ठी के समापन के समय उसका मूल्यॉंकन किया जाये ताकि यह मालूम हो सके कि संगोष्ठी कहाँ तक सफल रही।

पत्राचार कार्यक्रम
(Correspondence Course)

☛ **पत्राचार कार्यक्रम से आपका क्या अभिप्राय है? इसकी क्या आवश्यकता है? इसके गुणों और अवगुणों का वर्णन करें।**
("What do you mean by Correspondence Course? What is its need? Describe the merits and demesits of correspondence education.")

अथवा

☛ **पत्राचार कोर्सों के क्या लक्ष्य हैं? पत्राचार शिक्षा प्रदान करने की विधियां कौन-कौन सी हैं?**
("What are the objectives of correspondence Education? What are the methods of importing correspondence Education?)

अथवा

☛ **पत्राचार शिक्षा के लाभों और हानियों की व्याख्या कीजिए।**
(Discuss the advantages and disadvantages of Correspondence Education.)

अथवा

☛ **पत्राचार कार्यक्रम की महत्ता पर टिप्पणी लिखिए।**
(Write a note on importance of Correspondence Course.) [CBLU, 2018]

उत्तर–शिक्षा एक बहुमुखी प्रक्रिया है। इस की व्यापकता को स्कूल की चार-दीवारी तक सीमित नहीं रखा जा सकता। इस की वास्तविक धारणा ने चार-दीवारी के भीतर चलने वाली शिक्षा-प्रक्रिया को पार करके अपनी परिधि को अधिक विस्तृत कर दिया है। **पत्राचार शिक्षण अथवा दूरस्थ शिक्षा** वस्तुतः शिक्षा की इस व्यापक धारणा का परिणाम है। यदि ध्यान से देखा जाए तो कहीं न कहीं कोई न कोई किसी न किसी को शिक्षा प्रदान कर रहा है। पिता जब अपनी सन्तान को पत्र लिखता है या कोई परदेसी आप को कुछ बताता है–ये वास्तव में शिक्षा प्रदान करने के ही साधन हैं जो औपचारिक न होते हुए भी व्यक्ति के ज्ञानवर्द्धन में महत्त्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं। ज्ञान का विस्फोट, जन प्रसाधन के प्रयोग की बढ़ती हुई आवश्यकता तथा विज्ञान तथा टेक्नोलोजी के विकास के कारण दूरस्थ शिक्षा की आवश्यकता अनुभव होने लगी है ताकि व्यक्ति अपनी योग्यताओं को अधिक विकसित कर सके।

पत्राचार शिक्षा का अर्थ एवं धारणा
(Meaning and Concept of Correspondence Education)

दूरस्थ शिक्षा और विश्व में संस्थागत शिक्षा के विकल्प के रूप में स्वीकृत की जाती है ताकि उन लोगों को उच्च शिक्षा प्राप्त करने का दूसरा अवसर दिया जा सके जो किसी संस्था में प्रवेश लेकर उच्च शिक्षा प्राप्त नहीं कर सके। पत्राचार द्वारा प्राप्त की जाने वाली शिक्षा को दूरस्थ शिक्षा कहा जाता है। वस्तुतः यह ऐसी शिक्षा है जिसे व्यक्ति अपनी गति से और अपने समय के अनुसार प्राप्त करता है। इसके लिए न तो औपचारिक कक्षा की आवश्यकता होती है और न ही अध्यापक की औपचारिक उपस्थिति की आवश्यकता

होती है। इस शिक्षण-पद्धति में शिक्षक तथा विद्यार्थी को आमने-सामने होने की आवश्यकता नहीं होती। विद्यार्थी की सभी कठिनाइयां तथा समस्याएं पत्राचार द्वारा सुलझाई जाती हैं। धीरे-धीरे यह पद्धति और अधिक विकसित होती जा रही है। अब यह केवल पत्राचार तक ही सीमित नहीं, बल्कि शिक्षार्थी को सम्पर्क कार्यक्रम (Contact Programmes) द्वारा मार्गदर्शन भी प्रदान किया जाता है तथा दूरदर्शन, आकाशवाणी तथा दृश्य-श्रव्य साधनों की सुविधाएं भी प्रदान की जाती हैं। शिक्षक तथा शिक्षार्थियों के बीच सम्पर्क स्थापित करने के लिए इन माध्यमों का प्रचुर प्रयोग किया जाता है।

एफ० रीव० एर्डोस (F. Revee Erdos) के कथनानुसार, "पत्राचार शिक्षण विधि ऐसी शिक्षण-विधि है जिसमें अध्यापक ऐसे विद्यार्थियों को ज्ञान और कौशल प्रदान करने का दायित्व सम्भालता है जो मौखिक रूप से शिक्षा नहीं प्राप्त करना बल्कि ऐसे समय तथा ऐसे स्थान पर शिक्षा प्राप्त करना चाहता है जो उसकी व्यक्तिगत परिस्थितियों के अनुरूप हों।" ("Corresponding teaching is a method of teaching in which the teacher bears the responsibility of importing knowledge and skill to a student who does not receive instruction orally but who studies in a place and at a time determined by his individual circumstances"– **F.R. Erdos)**

परन्तु एक बात को सदा ध्यान में रखना चाहिए कि पत्राचार-शिक्षा को घर पर पढ़ने या अपने आप पढ़ने का पर्याय समझना भूल है। पत्राचार शिक्षा में किसी संस्था या अधिकार को अस्तित्व अवश्य रहता है जो विद्यार्थियों को शिक्षा प्रदान करने का दायित्व सम्भालता है। दोनों में अन्तर स्पष्ट करते हुए इराडज (Erdos) का कथन है, "पत्राचार शिक्षण में किसी संस्था या व्यक्ति पर शिक्षा का दायित्व होता है। परन्तु गृह-अध्ययन अध्ययन के स्थान पर बल देने के कारण स्व-शिक्षण के अर्थ में ही लिया जाता है"।

(Correspondence teaching implies a teaching responsibility on the part of institution of person of fearing the service the term of home study with its emphasis place, of study is sometimes interpreted in the restricted sense of self instruction.")

प्रो०एस०एस० चिब (Prof S.S.Chib) के विचारानुसार पत्राचार शिक्षा में निहित आधारभूत दर्शन बहुत ही सरल है। इसमें निहित दर्शन इस प्रकार है–

(i) शिक्षा एक ही बार में समाप्त होने वाली प्रक्रिया नहीं बल्कि यह जीवन-पर्यन्त चलने वाली प्रक्रिया है।
(ii) कोई भी व्यक्ति इतना बूढ़ा, इतना शर्मिला, इतना बड़ा या छोटा नहीं होता कि किसी भी समय कुछ सीख न सके।
(iii) कोई भी व्यक्ति इतना ज्ञाता नहीं होता कि नये विचार, नई विधियां तथा धारणाएं न सीख सके।
(iv) किसी महाविद्यालय या विश्वविद्यालय का नियमित विद्यार्थी न होना शिक्षा प्राप्ति में बाधक नहीं, और सबसे बड़ी बात यह है कि–
(v) एक प्रौढ़ इस तथ्य के प्रति सचेत होता है कि न पढ़ने की उसे क्या हानि हुई। यदि वह सचेत नहीं है तो उसे सचेत किया जाना चाहिए।

दूरस्थ शिक्षा की आवश्यकता
(Need for Distance Education)

दूरस्थ शिक्षा की आवश्यकता के कारण निम्नलिखित हैं–

(1) **जनसंख्या का विस्फोट (Population explosion)**—जनसंख्या वृद्धि के कारण विद्यार्थियों की संख्या में भी वृद्धि होना स्वाभाविक है। यद्यपि विद्यार्थियों की बढ़ती हुई संख्या को शिक्षित करने के लिए बहुत से स्कूल तथा महाविद्यालय खोले गए हैं, परन्तु फिर भी शिक्षा का व्यापक काम पूरा नहीं हो सकता। जितनी विद्यार्थियों की संख्या बढ़ती है उसी अनुपात में शिक्षण संस्थान नहीं खोले जा सकते। अतः विद्यार्थियों की बढ़ती हुई संख्या को शिक्षित करने के लिए दूरस्थ शिक्षा आवश्यक है।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(2) **ज्ञान विस्फोट (Knowledge Explosion)**—आज के युग में ज्ञान इतनी तेजी से बढ़ रहा है कि औपचारिक स्कूल तथा कालेज समस्त सामान्य जनता तक इसे नहीं पहुँचा सकते। अतः दूरस्थ शिक्षा अनिवार्य बन गई हैं।

(3) **आधुनिक जीवन की जटिलता तथा गतिशीलता (Complexity and mobility of modern life)**—आधुनिक जीवन अपेक्षाकृत अधिक जटिल तथा गतिशील हो गया है। लोगों को अच्छे व्यवसाय की खोज में एक से दूसरे स्थान पर जाना पड़ता है। भारत जैसे विकासशील देश में व्यापार तथा औद्योगिक व्यवसाय कई गुणा बढ़ गया है। तथा इनका ढांचा और जटिल हो गया है। इस गतिशीलता के कारण अधिकांश लोगों के लिए किसी नियमित संस्था में प्रवेश प्राप्त करके शिक्षा प्राप्त करना अत्यन्त कठिन होता है। ऐसी स्थिति में दूरस्थ शिक्षा शिक्षा प्राप्त करने के लिए एक सशक्त साधन है।

(4) **शिक्षा की प्राप्ति का अधिकार (Right of edcucation)**—प्राचीन काल में शिक्षा में सीमित व्यक्तियों के लिए सीमित दायित्व (Limited responsibility for limited population) आधार ही माना जाता था। परन्तु आधुनिक युग में शिक्षा अब कुछ चुने हुए लोगों का विशेषाधिकार नहीं रही। शिक्षा तो प्रत्येक नागरिक का लोकतान्त्रिक अधिकार है परन्तु कई विकासशील तथा विकसित देशों में शिक्षा की बढ़ती हुई मांग को पूरा करने के साधन नहीं है। ऐसी देशा में पत्राचार अध्ययन का कार्यक्रम विश्वविद्यालय में निहित सार्वजनिक साक्षरता तथा शिक्षण को विस्तृत एवं सशक्त बना सकता है।

(5) **कमाते हुए सीखना (Earning while learning)**—आधुनिक जीवन कठिन हो गया है। जीवन की आधारभूत आवश्यकताएं इतनी महंगी हो रही हैं कि लोगों को कमाते हुए सीखना पड़ता है। इनके लिए नियमित महाविद्यालयों में प्रवेश प्राप्त करना अत्यन्त कठिन है। अतः अधिगम के लिए उन्हें सायंकालीन संस्थाओं या पत्राचार कोर्सों की शरण में जाना पड़ता है।

(6) **लचीलापन (Flexbility)**—आधुनिक युग में शिक्षा को एक सजावट की वस्तु ही नहीं, अपितु एक ठोस पूंजी समझा जाने लगा है। शिक्षा प्राप्त करने की इच्छुकों की संख्या निरन्तर बढ़ती जा रही है तथा इन इच्छुकों की आवश्यकताएं भी कई प्रकार की हैं। यह आवश्यकताएं नियमित शिक्षण संस्थाओं में लचीलापन कम होने के कारण पूरी नहीं हो सकती। अतः इन आवश्यकताओं को पूरा करने के लिए दूरस्थ शिक्षा की व्यवस्था करना आवश्यक है।

(7) **स्वतन्त्र शिक्षा की इच्छा (Describe for independent learning)**—स्वतन्त्र रूप से अपनी गति तथा अपने समय के अनुरूप शिक्षा प्राप्त करने की इच्छा ने लोगों का पत्राचार शिक्षा की ओर अग्रसर किया है।

(8) **शैक्षिणक योग्यता बढ़ाने की इच्छा (Desire for improving qualifications)**—आधुनिक जीवन में सभी तत्व निरन्तर जटिल हो रहे हैं। परिणामस्वरूप विभिन्न व्यवसायों की शैक्षिक योग्यताओं में परिवर्तन आ गया है। इन परिवर्तनों के अनुरूप अपनी शैक्षिणक योग्यता बढ़ाना प्रत्येक व्यक्ति की स्वभाविक इच्छा है। पत्राचार कोर्स विभिन्न व्यवसायों से सम्बन्धित व्यक्तियों को अपनी शैक्षिणक योग्यताएं बढ़ाने के अवसर प्रदान करते हैं।

दूरस्थ शिक्षा के लाभ
(Advantages of Distance Education)

दूरस्थ शिक्षा के बहुत से निम्नलिखित लाभ है—

(1) यह तुलनात्मक रूप से कम लागत पर शिक्षा प्रदान करने की उपयोगी विधि है। (It is a useful method of providing education compartively at a low cost)

(2) अब जब ज्ञान विस्फोट हो रहा है तो प्रत्येक व्यक्ति अपनी जानकारी को नवीनतम रखना चाहता

है। दूरस्थ शिक्षा उनकी उत्सुकता को शान्त रखती है।

(3) शिक्षा की यह तकनीक विद्यार्थियों को काम की पूर्ण स्वतन्त्रता प्रदान करती है।

(4) दूरस्थ शिक्षा भारत जैसे देश के लोगों के लिए बहुत उपर्युक्त विधि है जहां जनसंख्या विस्फोट की समस्या है और स्कूलों में कक्षाएं बहुत अधिक भीड़ वाली होती हैं।

(5) लोगों को शिक्षा देने के लिए यह बहुत अनुकूल तकनीक है।

(6) यह शिक्षा अवसरों को समान करने में सहायता करती है। जो लोग निर्धनता या किसी अन्य कारण से स्कूली शिक्षा नहीं प्राप्त कर पाते, शिक्षा प्राप्त करने के योग्य हो जाते हैं।

(7) यह कमाना तथा सीखना दोनों को साथ-साथ प्रोत्साहित करता है।

(8) दूरस्थ शिक्षा उन लोगों के लिए लाभदायक है जिनके प्रास कोर्सों में नियमित विद्यार्थी के रूप में प्रवेश पाने लिए समय नहीं है।

(9) विभिन्न प्रकार के कोर्स जैसा कि शैक्षणिक, व्यावसायिक पेशागत, व्यवसाय उन्मुखी उद्योग से जुड़े सामान्य कोर्स आदि प्रदान करके बहुत से विद्यार्थियों की आवश्यकताओं को दूरस्थ शिक्षा के केन्द्र को पूरा कर सकते हैं।

(10) दूरस्थ शिक्षा केवल उन द्वारा ग्रहण की जाती है जो इस में रुचि रखते हैं। इस प्रकार यह किसी भी प्रकार की अनुशासनहीनता की समस्या को उत्पन्न नहीं करेगा।

(11) बेरोजगारी की समस्या के कारण किसी भी प्रकार की निराशा, डर, भयानकता के वातावरण को यह नियन्त्रण में रखती है।

(12) तुलनात्मक रूप से लोगों की शिक्षा के लिए सरकार का खर्च बहुत कम होता है जो कि अन्यथा होता जब लोगों के लिए नियमित संस्थाएं प्रदान की जाती हैं।

दूरस्थ शिक्षा की हानियां
(Disadvantages of Distance Education)

दूरस्थ शिक्षा की कुछ सीमाएं भी हैं जो निम्नलिखित हैं—

(1) यह शिक्षक एवं विद्यार्थी के बीच अच्छे सम्बन्ध स्थापित करने में सहायता प्रदान नहीं कर सकती।

(2) दूरस्थ शिक्षा में सभी विषयों के बारे में जानकारी सन्तुष्टिपूर्ण ढंग से नहीं दी जाती। इस प्रकार निपुणताओं वाले विषय प्रभावपूर्ण ढंग से नहीं पढ़ाये जा सकते।

(3) अध्यापक विद्यार्थियों के लिए सजीव उदाहरण होता है। अध्यापक के व्यक्तित्व का सामान्य प्रभाव विद्यार्थियों पर नहीं पड़ता।

(4) प्रायः ऐसे कोर्सों में लाभ कमाना अधिकारियों का मुख्य उद्देश्य होता है। ऐसी स्थिति में दूरस्थ शिक्षा का लक्ष्य अधूरा छूट जाएगा।

(5) व्यक्तिगत सम्पर्क कार्यक्रम (Personal contact programme) में प्रायः बहुत से बच्चों को पढ़ाया जाता है। ऐसे वातावरण में जो बच्चे संकोचों तथा शर्मीले स्वभाव के होते हैं वे कुछ अच्छा सीखने में असफल रहते हैं। इस प्रकार बहुत से विद्यार्थियों को निराशा होगी जो उनके लिए खतरनाक होगी।

(6) पाठों (Study material) में दी गई कुछ बातों को कुछ विद्यार्थी समझ लेंगे परन्तु कुछ अन्य इसे समझने में असमर्थ रहेंगे। ऐसे विद्यार्थियों की कमी कुछ समय तक चलती रहेगी जिसको तत्काल उपचार की आवश्यकता है।

(7) विद्यार्थियों द्वारा सीखने की क्रिया लगभग शैक्षणिक वातावरण में होती हैं। इसलिए हो सकता है कि उनका सीखना यथोचित न हो।

(8) विद्यार्थियों को सुनने एवं बोलने का अभ्यास बहुत कम करवाया जाता है। पढ़ने तथा लिखने की कला के लिए ये दोनों निपुणताएं स्तम्भ होती हैं। इस प्रकार विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त की गई शिक्षा

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

की नींव कमजोर रह जाती है।

निष्कर्ष में कहा जा सकता है कि दूरस्थ शिक्षा बुद्धिमत्तापूर्ण ढंग से सुनियोजित की गई अध्यापन तकनीक है। यह लोगों के लाभ के लिए चाल की गई है। इसे भारत जैसे देश में आश्चर्यजनक प्रगति करनी है। जहाँ निर्धनता एवं निरक्षरता लोगों की मुख्य समस्याएं हैं। इस प्रविधि के उच्च आदर्शों को मन में रखते हुए एवं फिर इस प्रविधि को बिना किसी स्वार्थपूर्ण उद्देश्य के लागू करना निश्चय ही लाभकारी होगा। इस प्रकार यह देश की बहुत सी समस्याओं को समाप्त कर देगी तथा समुदाय की ख्याति ऊंचे शिखर पर पहुँचा देगी।

गणित क्लब
(Mathematics Club)

☛ **गणित क्लब क्या है? संक्षेप में स्पष्ट करें।**

अथवा

☛ **गणित क्लब तथा इसकी क्रियाओं का वर्णन कीजिए।** **[MDU, 2018]**

अथवा

☛ **गणित परिषद् से आप क्या समझते हैं? विद्यालयों में गणित परिषद् द्वारा आयोजित की जाने वाली विभिन्न मनोरंजनात्मक क्रियाओं की चर्चा कीजिए।** **[CRSU, 2018]**

उत्तर : गणित क्लब एक ऐसा स्थान है जहां शिक्षार्थी अपना समय गणित करते हुए एक साथ गुजारते हैं और गणित का पूर्ण आनन्द उठाते हैं। यहां गणित से संबंधित छोटी-से-छोटी तथा बड़ी-से-बड़ी समस्या को गणित को enjoy करते हुए सुलझा लिया जाता है। ये क्लब छात्रों में गणित का महत्त्व तथा गणित के प्रति जागरूकता उत्पन्न करते हैं। यहां गणित पर चर्चा करने के लिए मित्रतापूर्ण वातावरण तैयार किया जाता है। गणित हल करने के लिए अनौपचारिक व्यवस्था करते हैं। इन क्लबों में जब आप गणित नहीं भी कर रहे होते हैं तो भी सामाजिक होना अवश्य सीख रहे होते हैं। इन क्लबों में गणित की समस्या तथा सिद्धांतों को हल करने में प्रयुक्त समस्त साधनों की उपलब्धता होती है। गणित क्लबों में जाकर छात्र गणित के प्रयोग करने के विभिन्न तरीके सीख व खोज सकते हैं। क्लबों से छात्रों को गणित का महत्त्व ज्ञात होता है तथा खेलों व मानसिक गणित द्वारा दिमाग तेज होता है। इन क्लबों के माध्यम से शिक्षार्थी गणितीय सुन्दरता के प्रति अपने प्रेम को व्यक्त करते हैं।

गणित क्लब बच्चों में गणित को हल करने के प्रति जागरूकता उत्पन्न करते हैं, साथ ही उन्हें सभ्यता के विकास में गणित के महत्त्वपूर्ण योगदान से भी अवगत कराते हैं। गणित क्लब गणित के प्रति जागरूकता तथा जोश उत्पन्न करने में समर्पित रहते हैं। इन क्लबों में Campus discussion, यात्राओं तथा विभिन्न प्रतियोगिताओं और प्रस्तुतीकरण के माध्यम से गणित में रुचि उत्पन्न की जाती है।

गणित क्लबों के माध्यम से विद्यार्थियों में गणित के प्रति रुचि उत्पन्न होती है तथा वे सफलता की ऊँचाइयों पर पहुंचते हैं। यहां पर छात्र कक्षा-कक्ष के निर्देशों से अलग गणित को अपने जीवन का अभिन्न अंग समझते हुए सीखते हैं। इन क्लबों के माध्यम से विद्यार्थी गणित के प्रति समर्पित व्यक्तियों से जुड़ सकते हैं। गणित क्लबों के मुख्य उद्देश्य निम्नलिखित हैं :

1. छात्रों की गणित में रुचि उत्पन्न करने में मदद करना।
2. छात्रों को गणित करने के लिए प्रोत्साहित करना।
3. गणित में होशियार छात्रों की संख्या में वृद्धि करने का प्रयास करना।
4. निराश युवकों व छात्रों को गणित में अपना भविष्य बनाने के लिए सलाह व उत्साह प्रदान करना।

गणित क्लब का संगठन करना आज एक महत्त्वपूर्ण आवश्यकता बन गई है। मुख्यतः यह स्नातक अथवा उससे निचले स्तर पर तो अत्यंत आवश्यक है। जो छात्र गणित अध्ययन, अन्वेषण, सिद्धांतों और विश्लेषण में रुचि रखते हैं, उनके लिए अत्यंत उपयोगी है। इन क्लबों के माध्यम से छात्र गणित के प्रति उत्साहित होते हैं तथा राष्ट्रीय और अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर विभिन्न खोजों, प्रतियोगिताओं और सेमिनार के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकते हैं। ये क्लब अपने सदस्यों से अपेक्षा करते हैं कि वे अन्वेषण कार्यों में अपनी मदद प्रदान करेंगे।

गणित क्लब (Mathematics Club) : आजकल शिक्षा जगत में प्रत्येक विषय के समुचित विकास के लिए विषय संबंधी परिषदें बना दी गई हैं। परिषदों में छात्र तथा अध्यापक आपसी सहयोग के द्वारा विषय के विकास के लिए प्रयास करते हैं। परिषदों की सभाओं द्वारा अध्यापक तथा छात्र अधिक सम्पर्क में आते हैं, जिससे बालक और अध्यापक एक-दूसरे को समझ लेते हैं।

गणित के विकास के लिए भी गणित परिषद् का होना अनिवार्य है। परिषद् में सभापति, सचिव, कोषाध्यक्ष, पुस्तकालयाध्यक्ष आदि छात्रों में से चुन लिये जाते हैं। परिषद् को अपना वर्ष भर का कार्यक्रम अध्यापक के सहयोग से बना लेना चाहिये। उसी योजना के अन्तर्गत गणित में व्याख्यानमाला, गणित सम्बन्धी उपकरणों का ज्ञान, चित्र, रेखाचित्र, मॉडल आदि बनाने का समावेश होना चाहिये।

व्याख्यान माला में गणितज्ञों के जीवन चरित्र, इतिहास सम्बन्धी विकास, मनोरंजन सम्बन्धी तथा नवीन खोजों सम्बन्धी व्याख्यान, शाला के अध्यापक, छात्र तथा अन्य विद्यालयों के अध्यापक अथवा कॉलेज के प्रोफेसर आदि के होने चाहिए। मॉडल, उपकरण तथा चित्र बनाने सम्बन्धी ज्ञान व्याख्यानों द्वारा तथा उनको शाला में ही बनाने का प्रबन्ध होना चाहिये। ऐसा करने से बालकों में उत्साह बढ़ेगा तथा कार्य के प्रति रुचि भी उत्पन्न होगी। वर्ष में एक बार गणित सम्बन्धी प्रदर्शनी भी गणित-परिषद् के तत्त्वावधान में आयोजित करनी चाहिये। इस प्रदर्शनी में छात्रों द्वारा तैयार किये गये मॉडल, चित्र, चार्ट, गणित-सम्बन्धी साहित्य आदि रखना चाहिये। इस प्रदर्शनी से शाला के छात्र तथा अन्य छात्र, अध्यापक तथा अन्य लोग भी लाभ उठा सकेंगे। इस प्रकार गणित-परिषद् गणित के विकास में सहायक सिद्ध होगी।

वर्तमान औपचारिक शिक्षा द्वारा गणित शिक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति करना नितांत असंभव है। इसके लिए हमें कुछ अनौपचारिक शिक्षा का सहारा लेना पड़ता है। जिसके लिए हम एक गणित परिषद् की स्थापना कर सकते हैं। गणित परिषद् की स्थापना करने की पहल शिक्षक व छात्र दोनों में से कोई भी कर सकता है। परन्तु अधिकांश शिक्षक ही इसकी पहल करता है। इसके बाद वह संस्था प्रधान से इसकी अनुमति प्राप्त करता है। तत्पश्चात् वह गणित में तीव्र बुद्धि वाले छात्रों को उसकी उपयोगिता बताता है। इसके बाद वह एक आम सभा कर परिषद् का औपचारिक गठन करता है। इसमें एक प्रेसीडेंट, एक वाइस प्रेसीडेंट, सचिव, कोषाध्यक्ष होता है। ये सभी एक शिक्षा सत्र के लिए होना चाहिए। शिक्षक स्वयं निर्देशक के रूप में कार्य करता है। गणित परिषद् का नाम इस प्रकार रखा जाना चाहिए कि उसमें गणितीय कार्यक्रमों से संबद्धता जाहिर हो सके।

संचालन–गणित परिषद् की सभा प्रत्येक शनिवार को इसके लिए निर्धारित कार्यक्रमों में अथवा छुट्टी के बाद की जानी चाहिए। यदि प्रत्येक सप्ताह संभव न हो सके तो 15 दिन में एक बार अवश्य ही सभा का आयोजन होना चाहिए। गणित परिषद् के सफल संचालन में जहाँ सदस्यों व आयोजकों के उत्साह व क्षमताओं की बात उठती है, वहाँ उचित कार्यक्रमों का चुनाव भी एक महत्त्वपूर्ण पहलू बनकर सामने आता है। अतः इसके सफल संचालन के लिए उचित कार्यक्रम भी होने चाहिए।

गणित क्लब द्वारा संचालित गतिविधियाँ (Activities) :

1. अनुभवी गणितज्ञों को आमन्त्रित कर उनके विचार सुनना।
2. गणित परिषद् की पत्रिका या बुलेटिन प्रकाशित करना।
3. गणित संबंधी विभिन्न उपविषयों के बारे में चर्चा करना।
4. गणित पुस्तकालय व संगठन के संचालन में सभी तरह सहायता पहुँचाना।
5. गणित संबंधी सभी कार्यक्रम जो रेडियो, टेलीविजन आदि पर आते हैं, को छात्रों को दिखाने की व्यवस्था करना।
6. गणित संबंधी प्रदर्शनी, मेलों आदि का आयोजन करना।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

7. गणित संबंधी विचार गोष्ठियों, कार्यशालाओं का आयोजन करना।
8. गणित संबंधी भित्ति पत्रिका का संचालन करना।
9. गणित के इतिहास से संबंधित विभिन्न गणितज्ञों की स्मृति व संबंधित घटनाओं के दिवस व उत्सव आयोजित करना।
10. गणित के विभिन्न विषयों में वाद-विवाद, अन्तःविद्यालय, कक्षा प्रतियोगिताओं का आयोजन करना।
11. गणितीय पहेलियों, समस्या, समाधान, खेलों आदि की प्रतियोगिता का आयोजन करना।
12. गणित संबंधी रुचिकर व मनोरंजक स्थानों की यात्राएँ व भ्रमण का आयोजन करना।
13. विभिन्न चार्ट, मॉडल, उपकरणों द्वारा प्रयोगशाला का निर्माण करना।

इस प्रकार गणित परिषद् की विभिन्न गतिविधियाँ, गणित शिक्षण के औपचारिक पक्षों का विशद विवेचन करती हुई गणित शिक्षण के उद्देश्यों को पूरा करने की कोशिश करती हैं।

गणित परिषद् की उपयोगिता
(Utility of Mathematics Council/Club)

किसी भी राष्ट्र की प्रगति और सम्पन्नता आवश्यक रूप से उसकी वैज्ञानिक एवं तकनीकी उन्नति पर आधारित होती है, जिसका मार्ग गणित एवं विज्ञान के विद्यालयों में की जाने वाली पढ़ाई द्वारा तय किया जाता है। कक्षा अध्यापन का जो वर्तमान ढांचा है, उससे इस प्रगति और सम्पन्नता के लिए आवश्यक गणित की शिक्षा बालकों को प्रदान नहीं की जा सकती। दूसरे शब्दों में वर्तमान औपचारिक शिक्षा द्वारा गणित शिक्षण के उद्देश्यों को पूरा करना नितान्त असम्भव है। प्रश्न उठता है कि फिर क्या किया जाये? समाधान गणित के कक्षा अध्यापन को किन्हीं अन्य उपायों द्वारा कुछ अधिक विस्तृत, सजीव एवं व्यावहारिक बनाने में ढूंढ़ा जा सकता है। कुछ अनौपचारिकता का सहारा अवश्य चाहिये। जिसके लिए विद्यालय में स्थापित विज्ञान परिषद् का आयोजन पथ-प्रदर्शन का कार्य कर सकता है। उसी रास्ते पर चलकर हर विद्यालय में एक गणित परिषद् की स्थापना की जा सकती है।

1. गणित परिषद् गणित के अध्ययन के प्रति पर्याप्त रुचि जाग्रत करने में सहायता प्रदान करती है।
2. इसके द्वारा विद्यार्थियों में अनुसंधानात्मक एवं समस्या समाधान दृष्टिकोण विकसित करने में सहायता मिलती है।
3. खाली समय का सदुपयोग भली-भाँति कर सकने का अवसर इसके द्वारा प्राप्त हो सकता है।
4. स्वाध्याय की आदत डालने और उसके लिए उपयुक्त अवसरों को प्रदान करने का कार्य गणित परिषद् कर सकती है।
5. यह विद्यार्थियों को गणित विषय से संबंधित नवीनतम ज्ञान, कौशल, शिक्षण और अध्ययन विधियों, तकनीकों एवं अनुसंधानों से परिचित करा सकती है।
6. गणित की सैद्धान्तिक पढ़ाई को क्रियात्मक रूप प्रदान करने में गणित परिषद् सहायता प्रदान कर सकती है।
7. गणित परिषद् के द्वारा विद्यार्थियों को मौलिक चिन्तन, सृजनशीलता और अन्वेषण क्षमता को विकसित करने का पर्याप्त अवसर मिल जाता है और इस तरह गणित परिषद् भावी गणितज्ञों की जन्म-भूमि सिद्ध हो सकती है।
8. परिषद् अपने विभिन्न कार्यक्रमों द्वारा बालकों के माता-पिता, अभिभावकों और समाज के अन्य सदस्यों को विद्यालय से जुड़े रहने और उनका आवश्यक सहयोग लेने में सही भूमिका निभा सकती है।
9. गणित परिषद् सदस्य के रूप में विद्यार्थी मिल-जुलकर परिषद् के कार्य का संचालन करते हैं। इससे उनमें सहकारिता, सहयोग, समूह भावना एवं अन्य सामाजिक गुणों को अंगीकृत करने में सहायता मिलती है।

10. कक्षाओं में जो कुछ पढ़ाया जाता रहा है, उस पर विस्तार से विचार करने का कार्य भी गणित परिषद् कर सकती है।
11. विषय संबंधी गहन अध्ययन के कार्य को भी गणित परिषद् हाथ में ले सकती है। पाठ्यक्रम से हटकर विद्यार्थियों की रुचि के उपविषयों और प्रकरणों को जानने और समझने का कार्य गणित परिषद् में हो सकता है।
12. गणित परिषद् जाने माने गणितज्ञों, गणित अध्यापकों और शिक्षाविदों के विचारों को सुनने, समझने का सशक्त माध्यम बन सकती है।
13. गणित परिषद् प्रतिभाशाली छात्रों को गणित परिषद् द्वारा संचालित कार्यक्रम और वातावरण अनौपचारिक शिक्षा का एक सशक्त साधन बनकर गणित के नियमित अध्ययन और अध्यापन में आवश्यक सहायता प्रदान कर सकता है ताकि गणित शिक्षण के उद्देश्यों की प्राप्ति में भरसक सहायता मिल सके।

प्रतियोगिता अथवा क्विज
(Contest Or Quiz)

☛ प्रतियोगिता अथवा क्विज क्या है?
(What are contest or quiz competition?)

विद्यार्थियों के दो या दो से अधिक दलों (teams) को मंच पर एक साथ बिठाकर पूछे गये प्रश्नों के अपनी स्मरण शक्ति, चिन्तन तथा विचार शक्ति, कल्पना शक्ति तथा निर्णय शक्ति आदि मानसिक क्षमताओं के आधार पर तत्काल उत्तर देने संबंधी क्रिया या प्रतियोगिता को क्विज या प्रश्नमंच प्रतियोगिता (Quiz competition) का नाम दिया जाता है।

क्विज या प्रतियोगिता का आयोजन
(Organization of Quiz Competition)

प्रश्न उठता है कि क्विज या प्रश्न-मंच क्रियाओं तथा प्रतियोगिताओं का आयोजन किस रूप में किया जाये ताकि ये एक सशक्त मनोरंजक और सहपाठ्य क्रियाओं के रूप में गणित शिक्षण उद्देश्यों की पूर्ति में सर्वोत्तम योगदान दे सकें। इनके संगठन एवं संचालन हेतु यद्यपि बहुत से रूप प्रचलित हैं परंतु यहाँ अब हम गणित शिक्षण के संदर्भ में इनके आयोजन का एक व्यावहारिक प्रारूप प्रस्तुत करना चाहेंगे।

किसी एक बड़े कमरे या हॉल में एक मंच का निर्माण किया जा सकता है। विद्यालयों के सम्मेलन कक्ष या ओडीटोरियम (Auditorium) में पृथक रूप से इस प्रकार के मंच भी व्यवस्था सामान्य रूप से स्वतः ही देखने को मिल सकती है। इस मंच पर बैठने हेतु अब इस तरह का प्रबंध किया जा सकता है कि जो प्रतिभागी विद्यार्थी या टीमें प्रतियोगिता में भाग लें उनके बैठने की उचित व्यवस्था हो। निर्णायक मंडल के सदस्य नीचे हॉल में आगे इस तरह बैठें कि उन्हें मंच पर संपादित सभी क्रियाकलापों को देखने-सुनने में पर्याप्त सुविधा रहे। दर्शक विद्यार्थियों, अध्यापकगण तथा आमंत्रित सज्जनों के लिए भी यथानुसार उपयुक्त बैठने का प्रबंध रहे। मंच संचालन जिसके हाथ में दिया जाये वही इस प्रतियोगिता को संचालित करता रहे, इसमें कोई बुराई नहीं है। हाँ सुविधा हो तो यह कार्य कोई अन्य अध्यापक या विद्यार्थी भी कर सकता है। प्रतियोगिता संचालक या क्विज मास्टर (Quiz master) द्वारा अब निम्न प्रकार आगे बढ़ा जा सकता है :

1. सबसे पहले प्रतियोगिता संबंधी कार्यप्रणाली और नियमों को प्रतिभागियों को अच्छी तरह से समझा देना चाहिए जैसे : प्रतियोगिता में आपको गणित विषय के विभिन्न पहलुओं के ज्ञान, अबबोध, कौशल तथा अनुप्रयोग को लेकर कितनी जानकारी है, इसके परीक्षण हेतु विशेष प्रश्न पूछे जायेंगे। आपके सामने एक प्रश्न रखा जायेगा, जिसके उत्तर हेतु चार विकल्प (a) (b) (c) तथा (d) दिये जायेंगे। इसे आप स्क्रीन पर अच्छी तरह पढ़ सकते हैं।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

साथ ही इसे मौखिक रूप से भी आपके सामने दोहराया जायेगा। आपको अपना उत्तर इन्हीं विकल्पों में से किसी एक के रूप में चुनना होगा। यहां यह जरूरी नहीं कि प्रश्नों का निर्माण बहु-विकल्पीय प्रारूप (Multiple choice format) में ही हो। बिना कोई विकल्प दिये हुये भी प्रश्न पूछे जा सकते हैं जिनका उत्तर लघु रूप (Short form) में विद्यार्थी दे सकते हैं। इस तरह प्रश्नों के निर्माण हेतु किसी एक विशेष प्रकार के प्रारूप को चुनने का निर्णय लिया जा सकता है। इन प्रारूपों को उदाहरण रूप में निम्न प्रकार समझा जा सकता है—

प्रथम प्रारूप (Format-I)

(i) प्रसिद्ध गणितज्ञ आर्यभट्ट किस देश का निवासी था?
   (a) भारत   (b) इटली
   (c) बेबीलोनिया   (d) मिस्र

(ii) शून्य के आविष्कार का श्रेय किस देश को जाता है?
   (a) ग्रीस   (b) भारत
   (c) मिस्र   (d) अमेरिका

(iii) 30° का कोण कहलाता है—
   (a) सरल कोण (Straight angle)   (b) प्रतिवर्ति कोण (Reflex angle)
   (c) अधिक कोण (Obtuse angle)   (d) न्यूनकोण (Acute angle)

द्वितीय प्रारूप (Format II)

(i) गोले के आयतन निकालने का क्या सूत्र है?
(ii) त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालने का क्या सूत्र है?
(iii) टैंजेंट 45° (tan 45°) का क्या मान है?
(iv) 1 और 10 के बीच सबसे बड़ी अभाज्य संख्या (prime number) क्या है?

तृतीय प्रारूप (Format III)

(i) त्रिभुज के तीन कोणों का योग .... समकोण के बराबर होता है।
(ii) प्रतिवर्ती कोण .... अंश का होता है।
(iii) समबाहु त्रिभुज के परिमाप का सूत्र .... है।

2. जैसे ही कोई प्रश्न प्रतियोगियों के सामने रखा जाता है उनसे तुरंत ही उसके उत्तर की अपेक्षा की जाती है। अब विद्यार्थी यह उत्तर कैसे दें, इसके भी कई तरीके हो सकते हैं जिनका निर्धारण और घोषणा प्रतियोगिता शुरू होने से पहले ही की जानी चाहिए जैसे—

(i) पहले एक टीम से (जिसमें एक या दो विद्यार्थी हो सकते हैं) पूछा जायेगा, उसके उत्तर न देने पर दूसरी, फिर तीसरी, इस तरह अन्य की बारी आती जायेगी। किसी के भी उत्तर न देने पर प्रश्न श्रोताओं के सामने उत्तर के लिए रखा जायेगा। सही उत्तर हेतु पहले जिससे प्रश्न पूछा गया है उसको 10 अंक तथा जो ठीक से सही उत्तर देता है, उसे बोनस के 5 अंक मिलेंगे।

(ii) प्रश्न सभी प्रतियोगितयों/टीमों के लिए खुला रहेगा। सबके सामने घंटी/लालबत्ती का बल्ब होगा। जिसे जो भी टीम पहले बजा देगी उसे ही पहले उत्तर देने का मौका मिलेगा। सही उत्तर के 10 अंक होंगे परंतु गलत होने पर 5 अंकों को पेनल्टी लगेगी और फिर यह प्रश्न आगे क्रमानुसार बैठी हुई टीमों से पूछा जायेगा। जो उत्तर सही देगा उसे 10 अंक मिलेंगे। हां, उत्तर गलत होने पर इनके ऊपर 5 अंकों की पेनल्टी नहीं लगेगी।

(iii) जितनी टीमें होंगी उसके हिसाब से प्रतियोगिता में पूछे जाने वाले प्रश्नों के उतने ही सेट बनाये जायेंगे। बारी-बारी से अब प्रत्येक टीम के समाने इस सेटों को लाटरी परची खोली जायेगी। जो सेट जिसके नाम खुलेगा उस टीम को सेट में शामिल सभी प्रश्नों के जवाब देने होंगे। प्रत्येक सही उत्तर के लिए 10 अंक दिये जायेंगे। सही उत्तर न होने पर इसे आगे की टीम को स्थानान्तरित कर दिया जायेगा, सही उत्तर देने पर उस टीम को इस प्रश्न के लिए 5 बोनस अंक मिलेंगे।

3. प्रश्न को एक बार ही मौखिक रूप से प्रस्तुत किया जायेगा, शेष समय में वह स्क्रीन पर तब तक उपस्थित रहेगा जब तक कि उसका सही उत्तर प्राप्त नहीं हो जाता। जिन नियमों या प्रारूप के तहत प्रश्नों को प्रस्तुत किया जाना है तथा उत्तर को प्राप्त करना है, उनका कड़ाई से पालन होगा। अवहेलना करने वाली टीम प्रतियोगिता से बाहर की जा सकती है, यह चेतावनी भी स्पष्ट रूप से दे दी जायेगी।

4. जिस टीम के प्राप्तांकों (Scores) के जो भी नवीनतम आंकड़े होंगे उन्हें स्वचालित रूप में या तो स्क्रीन पर साथ-साथ दिखाया जाता रहेगा अथवा यह निर्णय निर्णायक मंडल के पास तब तक सुरक्षित रहेगा जब तक प्रतियोगिता पूरी तरह समाप्त नहीं हो जाती। उस अवस्था में यह निर्णय, निर्णायक मंडल के ही किसी सदस्य द्वारा सुनाया जाएगा तथा प्रतिभागियों को उनके परिणामों के आधार पर पुरस्कृत करने की बात फिर प्रतियोगिता संचालक के द्वारा सुनाकर मुख्य अतिथि/विद्यालय प्राचर्य द्वारा पारितोषिक प्रदान किए जाएंगे।

क्विज प्रतियोगिता के आयोजन के लाभ
(Advantages of the Organization of quiz competition)

गणित शिक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति की दृष्टि से इस प्रकार की मनोरंजनात्मक क्रियाओं में निम्न लाभों की प्राप्ति संभव है :

1. गणित विषय के विभिन्न प्रकरणों, विषय-वस्तु तथा अधिगम अनुभवों संबंधी ज्ञान, अवबोध, कौशलों के अर्जन में इनसे उचित सहायता मिल सकती है।
2. विद्यार्थियों में गणित के पुस्तकालय, प्रयोगशाला तथा अन्य स्रोतों से स्वयं ज्ञान एवं सूचना प्राप्ति के लिए विद्यार्थियों को आवश्यक अभिप्रेरणा प्राप्त होती है।
3. प्रतियोगिता में भाग लेने के अवसर पाने के लिए बालकों के विषय विशेष का गंभीर और गहन अध्ययन करने की प्रवृत्ति को बढ़ावा मिलता है।
4. खेल-खेल ही में गणित संबंधी विभिन्न प्रकार का ज्ञान प्राप्त करने का यह सर्वोत्तम साधन है।
5. बालकों की गणित विषय को जानने और समझने हेतु उचित रुचियों, अभिवृत्तियों तथा अभिरुचियों के विकास में भी सहायता मिलती है।
6. बालकों में समूह भावना, सहकारिता तथा अन्य सामाजिक एवं नागरिकता संबंधी गुणों के विकास में इससे सहयोग मिलता है।

इस तरह अगर गणित के पाठ्यक्रम को उचित खंडों और इकाइयों में विभक्त कर क्विज या प्रश्नमंच प्रतियोगिताओं एवं समूह क्रियाओं का आयोजन औपचारिक और व्यवस्थित ढंग से होता रहे तथा शिक्षकों के मार्गदर्शन तैयारी हेतु और अनुवर्ती कार्य के रूप में बराबर मिलता रहे तो ये क्रियाएं कक्षाकक्ष के अनुदेशन कार्य की सफलता से बहुत कुछ रचनात्मक योगदान दे सकती हैं।

बालक कितना कुछ विषय को समझ पाए हैं तथा अपने व्यक्तिगत प्रयासों से वे कितनी गहराई में जा सकते हैं इस सबका उचित अभ्यास एवं मूल्यांकन कर गणित के ज्ञान एवं अनुभवों का स्थायित्व एवं स्थिरता प्रदान करने में इनके योगदान का सचमुच में कोई मुकाबला नहीं किया जा सकता और इसलिए इस प्रकार की मनोरंजनात्मक तथा पाठ्यक्रम सहगामी क्रियाओं का आयोजन सही ढंग से गणित के अध्यापकों द्वारा विद्यालयों में अवश्य ही किया जाना चाहिए।

गणित मेले
(Mathematics Fairs)

☛ गणित मेले पर टिप्पणी लिखो। (M.D.U. 2018, 2013, 2011)

अथवा

☛ "अधिगम स्रोत के रूप में गणित मेला" पर टिप्पणी लिखो।

उत्तर : गणित मेले एक अप्रयोगितात्मक (Non-competitive) समस्या समाधान घटना है जिसके

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

माध्यम से अध्यापक अपने विद्यार्थियों को किसी भी समस्या का समाधान करने के लिए प्रोत्साहित कर सकता है। गणित मेलों को किसी भी पाठ्यक्रम अथवा कक्षा में प्रयोग करके अपनाया जा सकता है। गणित क्लब में किये गये कार्यों व उपलब्धियों को गणित मेलों के माध्यम से प्रस्तुत किया जा सकता है। गणित मेलों के माध्यम से गणित के क्षेत्र में हुए परिवर्तनों से छात्रों, अभिभावक तथा जनता को परिचित कराया जा सकता है।

इसके अतिरिक्त इन मेलों के माध्यम से दूसरे स्कूलों को भी अपनी उपलब्धियों तथा कार्यक्रमों को दर्शाने का अवसर प्राप्त होता है। इन मेलों में मुख्य रूप से प्रदर्शनियों का प्रस्तुतीकरण होता है। इन प्रदर्शनियों में निम्न वस्तुओं का प्रस्तुतीकरण किया जा सकता है।

1. गणितज्ञों की प्रेरक जीवनियां तथा मुख्य-मुख्य घटनाचक्रों का प्रस्तुतीकरण।
2. गणित के क्षेत्र में हुए विभिन्न खोजों व आविष्कारों का प्रस्तुतीकरण।
3. विद्यार्थियों द्वारा बनाये गये गणित के चार्ट, चित्र तथा रेखाचित्रों का प्रस्तुतीकरण।
4. विद्यार्थियों द्वारा संग्रहित किये गये विभिन्न पदार्थों एवं संसाधनों का प्रस्तुतीकरण।
5. विद्यार्थियों द्वारा निर्मित विभिन्न मॉडलों का प्रस्तुतीकरण।
6. अध्यापकों द्वारा स्वयं निर्मित गणितीय उपकरण तथा सामग्री का प्रस्तुतीकरण।
7. गणितीय सिद्धांतों पर आधारित गणितीय खेल व खिलौनों का प्रस्तुतीकरण।
8. पुराने व वर्तमान उपकरणों में आवश्यक सुधार करके बनाए गए उन्नत उपकरणों का प्रस्तुतीकरण।
9. विद्यार्थियों द्वारा निर्मित दैनिक जीवन संबंधी विभिन्न वस्तुओं का प्रदर्शन।
10. व्यक्तिगत तथा सामूहिक रूप से किए गये गणित संबंधी विभिन्न प्रयोगों तथा उपयोगों का प्रस्तुतीकरण।
11. उन क्रियाकलापों तथा तथ्यों का प्रस्तुतीकरण जिनके माध्यम से गणित के कलात्मक, सौन्दर्यात्मक तथा कलात्मक पक्ष उजागर हो।
12. विद्यालय द्वारा प्रयोग की जाने वाली अन्वेषणात्मक एवं अनुसंधानात्मक योजनाओं का प्रस्तुतीकरण।

गणित मेले में उपरोक्त कार्यों के प्रस्तुतीकरण के साथ ही गणित संबंधी और भी बहुत से कार्यक्रम रखे जा सकते हैं जोकि निम्नलिखित हैं–

1. अनुभवी व्यक्तियों के गणित आधारित व्याख्यान।
2. गणित के रोचक एवं महत्त्वपूर्ण विषयों पर वाद-विवाद प्रतियोगिताओं का आयोजन।
3. गणित विषय पर आधारित निबंध प्रतियोगिता का आयोजन।
4. गणितीय पहेलियों तथा दिमागी कसरतों का आयोजन।
5. महत्त्वपूर्ण गणितीय विषयों पर सामूहिक विचार गोष्ठी का आयोजन।
6. गणित तथा गणित से संबंधित विषयों की अच्छी पुस्तकों का प्रदर्शन।
7. गणित से संबंधित विभिन्न दृश्य-श्रव्य साधनों का प्रदर्शन।
8. गणितीय फिल्मों का प्रदर्शन।
9. गणित शिक्षा अधिगम में सहायक कम्प्यूटर तकनीकों का प्रदर्शन।

चूंकि गणित मेलों का शैक्षणिक और प्रायोगिक महत्त्व है अतः आज इन्हें सभी के द्वारा प्रोत्साहित करने का प्रयत्न किया जा रहा है। राष्ट्रीय शैक्षणिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् (NCERT), शिक्षण महाविद्यालयों के सेवा विस्तार विभागों के सहयोग से जिला, प्रदेश और राष्ट्रीय स्तर पर गणित मेलों का आयोजन किया जाता है तथा इनके द्वारा उचित परामर्श एवं आर्थिक अनुदान भी प्रदान किया जाता है।

गणित मेलों को आयोजित करने के उद्देश्य

NCERT के अनुसार गणित एवं विज्ञान मेलों को आयोजित करने के निम्न उद्देश्य होने चाहिए–

1. युवाओं में वैज्ञानिक दृष्टिकोण पैदा करके उनमें गणित विज्ञान तथा तकनीक की परस्पर आत्मनिर्भरता की समझ उत्पन्न करना।
2. अपने विचारों को क्रियान्वित करने के लिए विद्यार्थियों को उपयुक्त अवसर और प्रोत्साहन प्रदान करना।
3. विद्यार्थियों का विज्ञान संबंधी कामों के प्रति आकर्षण उत्पन्न कर उन्हें आगे भी इसमें सहयोग देने के लिए तैयार करना।
4. भारत के भावी गणितज्ञों को पहचानने तथा उन्हें अपने पथ पर बढ़ते रहने का अवसर प्रदान करना।
5. गणित के विशेष मेधावी तथा प्रतिभावान छात्रों को प्रकाश में आने का अवसर प्रदान कर उनके उत्साह हमें वृद्धि करना।
6. विभिन्न क्लबों द्वारा किये जाने वाले कार्यक्रमों तथा उपलब्धियों के तुलनात्मक अध्ययन के लिए उपयुक्त अवसर प्रदान करना।
7. जनसाधारण तथा विद्यार्थियों के अभिभावकों को स्कूल द्वारा आयोजित विभिन्न गणितीय मेलों से परिचित कराना।

गणित मेलों का आयोजन
(Organisation of Mathematics Fair)

गणित मेलों का आयोजन करते समय निम्नलिखित सुझावों को ध्यान में रखना चाहिए–

1. गणित मेलों का आयोजन तथा उसकी व्यवस्था देखने के लिए बहुत पैसा खर्च करना पड़ता है। इसके लिए गणित अध्यापक को अपने मुख्याध्यापक तथा शिक्षा अधिकारियों से विचार-विमर्श करके मेले में भाग लेने वाली टीमों से प्रवेश शुल्क तथा दर्शकों से टिकट शुल्क लेकर आर्थिक समस्या को सुलझाना चाहिए।
2. आने वाली टीमों के ठहरने तथा मेले में किये जाने वाले विभिन्न कार्यक्रमों की रूपरेखा पहले ही तैयार कर लेनी चाहिए।
3. मेला स्थल का चयन करते समय स्थान का ध्यान रखना चाहिए। मेले में आवागमन की व्यवस्था सुविधाजनक होनी चाहिए और दर्शकों तथा विभिन्न टीमों को स्थानाभाव के कारण कोई परेशानी नहीं होनी चाहिए।
4. मेरा स्थल पर सफाई और सुव्यवस्था होनी चाहिए। आवश्यकतानुसार प्रकाश और वायु की उचित व्यवस्था की जानी चाहिए।
5. कार्यक्रम संबंधी सभी विवरण तथा भाग लेने के नियम तथा शर्तें आमंत्रण पत्रों में ही छपवा देने चाहिए तथा इन आमंत्रण पत्रों को उचित समय पर ही विभिन्न स्कूलों तथा संस्थाओं को प्रेषित कर देना चाहिए।
6. अध्यापक को अपने विद्यालय से भी छात्रों को अन्य विद्यालय में आयोजित मेलों में भाग लेने के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए।
7. मेले में आमंत्रित प्रत्येक टीम को अच्छी तरह स्थान मिला है या नहीं इस बात का विशेष ध्यान रखा जाना चाहिए। उनके लिए आवश्यक फर्नीचर तथा प्रयोगशाला संबंधी सुविधाओं का उचित प्रबंध किया जाना चाहिए।
8. पीने के पानी की उचित व्यवस्था की जानी चाहिए। धोने एवं स्वच्छता संबंध कमरे जैसे बाथरूम, वॉशरूम आदि की भी उचित व्यवस्था की जानी चाहिए।
9. मेले में प्रदर्शित वस्तुओं को छुए बिना, सुविधानुसार देखने तथा बिना किसी असुविधा के दर्शकों को भीतर और बाहर ले जाने का उचित प्रबंध होना चाहिए।
10. गणित संबंधी व्याख्यानों, समूह वार्ताओं तथा चर्चा के लिए उचित विषयों का चयन किया जाना चाहिए।
11. दर्शकों को प्रदर्शित वस्तुओं के विषय में उचित प्रकार से समझाने के लिए अच्छी तरह प्रशिक्षित

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

एवं योग्य विद्यार्थियों को नियुक्त किया जाना चाहिए।

12. अनुभवी गणित अध्यापकों, शिक्षाविदों तथा गणित प्रेमियों को ठीक समय पर व्यक्तिगत रूप से मिलकर आमंत्रित किया जाना चाहिए तथा जिस प्रकरण पर उन्हें विचार व्यक्त करने हों वो भी विचार-विमर्श करके पहले ही तय कर लेना चाहिए।
13. यदि मेले में कोई विषय आधारित फिल्म दिखाने का कार्यक्रम है तो सूचना एवं प्रसारण मंत्रालय को समय से पूर्व ही लिखकर गणित संबंधी उचित फिल्में मंगा लेनी चाहिए तथा फिल्म प्रदर्शित करने के बारे में सभी आवश्यक तैयारी कर लेनी चाहिए।
14. कार्यक्रम के समापन पर श्रेष्ठ प्रदर्शन करने वाली टीमों को पुरस्कार वितरित किये जाने चाहिए।
15. मेले के मूल्यांकन के लिए ज्ञाता, योग्य और निष्पक्ष जजों की नियुक्ति की जानी चाहिए जिससे टीमों द्वारा प्रदर्शित कार्यक्रमों का मूल्यांकन बिना किसी पक्षपात तथा भेदभाव के बिल्कुल न्याय संगत हो।

गणित प्रयोगशाला
(Mathematics Laborator)

☛ **गणित प्रयोगशाला पर निबन्ध लिखिए।** **[CBLU, 2018]**

अथवा

☛ **गणित प्रयोगशाला क्या है? माध्यमिक स्तर पर अपने स्कूल में गणित प्रयोगशाला कैसे स्थापित करेंगे?**

गणित एक तकनीकी विषय है जिसमें शिक्षा का उद्देश्य ज्ञान प्राप्त करना ही नहीं होता, बल्कि प्राप्त ज्ञान का उपयोग कैसे किया जाए, यह ज्ञान प्राप्त करने से अधिक महत्त्वपूर्ण होता है। इसके लिए ज्ञान को क्रियात्मक रूप से प्राप्त करने तथा व्यवहारात्मक अनुभव प्राप्त कराने की अत्यन्त आवश्यकता होती हैं। अतः विज्ञान की तरह गणित की भी एक सुसज्जित प्रयोगशाला होनी चाहिए जहां कि विद्यार्थी गणित संबंधी प्रयोग तथा अनुभव प्राप्त करके गणित के तथ्यों, सिद्धान्तों एवं प्रत्ययों को ग्रहण कर सकने में समर्थ हो पाएं। प्रत्यक्ष तथा स्थूल सामग्री की सहायता से सूक्ष्म बातों को सीखने में बहुत सहायता मिलती है। क्षेत्रफल, ब्याज और बीजगणित तथा रेखागणित के विभिन्न सिद्धान्तों का निर्माण करने में आगमन तथा प्रयोगशाला विधि की सहायता लेनी पड़ती हैं। इन विधियों का ठीक प्रयोग प्रयोगशाला द्वारा ही संभव हैं।

प्रगतिशील गणितज्ञों का विचार है कि प्रत्येक स्कूल में दूसरी प्रयोगशालाओं के समान गणित विषय में भी प्रयोगशाला की स्थापना आवश्यक है। प्रयोगशाला में प्रत्यक्ष अनुभवों तथा उपकरणों द्वारा छात्रों को जटिल प्रत्ययों, सिद्धान्तों एवं अमूर्त सम्बन्धों का प्रत्यक्ष ज्ञान दिया जा सकता है। गणित में मापन एवं गणनाओं सम्बन्धी क्रियाओं को करने के लिये उपकरणों का प्रयोग किया जाता है। इन उपकरणों के प्रयोग में दक्षता का विकास प्रयोगशाला में किये गये प्रयोगों द्वारा ही सम्पन्न होता है। गणना मशीन (Calculating Machine) की सहायता से छात्रों को गणना करने का प्रशिक्षण दिया जा सकता है। इसके अतिरिक्त छात्रों को कक्षा के बाहर के कार्य (Field Work) करने के अवसर उपलब्ध कराना भी आवश्यक होता है। इसके अन्तर्गत इमारतों तथा स्तम्भों की ऊँचाइयाँ ज्ञात करने, खेतों को नापने, दौड़ने के ट्रैक बनाने, फुटबॉल, बास्केटबॉल के फील्ड बनाने, क्षेत्रफल तथा आयतन निकालने, पर्यवेक्षण (Survey) करने, नक्शा खींचने तथा उन्हें छोटा-बड़ा करने आदि कार्य कक्षा के बाहर कराये जाने चाहिये।

इन कार्यों को कराने के लिए सेक्स्टैन्ट (Sextant), कोण-दर्पण (Angle Mirror), फीते (Tapes), प्रपोर्शनल डिवाइडर (Proportional Divider), क्लीनोमीटर (Clinometer), समतल-मापक (The Level) आदि प्रयोगशाला में उपलब्ध होने चाहिये। इसके अतिरिक्त स्लाइड रूल (Slide Rule), गोलक पटल (Spherical Blackboard), ड्राइंग बोर्ड, चाँदे, पैमाने और परकार, टी-स्क्वायर, ड्राफ्टमैन्स त्रिभुज, स्लाइडें (Slides), फिल्म, फिल्मस्ट्रिप आदि भी गणित की प्रयोगशाला के महत्त्वपूर्ण उपकरण हैं। प्रयोगशाला में महान्

गणितज्ञों के चित्र भी लगाये जाने चाहिये। साथ ही, गणित की मनोरंजक पहेलियाँ, गणित के खेल आदि भी गणित की प्रयोगशाला में संकलित कर रखे जा सकते हैं। गणित में प्रयोगशाला का प्रत्यय नवीन नहीं है। शिकागो (Chicago) विश्वविद्यालय के **प्रो. ई.एच. मुरे** ने 1902 में अमेरिकन मैथेमेटिक्स सोसाइटी को सम्बोधित करते हुए कहा था–

"छात्रों की अवलोकन शक्ति, प्रयोग एवं अभिव्यक्ति तथा निगमन शक्ति में प्रशिक्षित करना तब तक सम्भव नहीं होगा जब तक कि गणित को सीधे ठोस स्वरूप से न जोड़ा जाये...तथा सुधार के इस कार्य को गणित व भौतिकी में सम्पूर्ण रूप से अनुदेशन की प्रयोगशाला विधि का विकास कहा जाता है।"

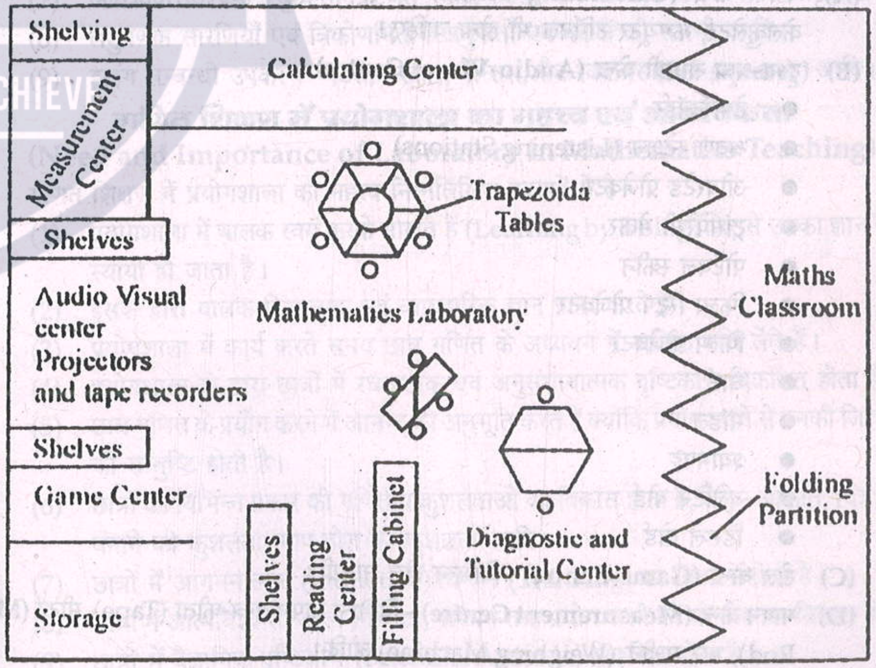
इसी प्रकार, 'A Handbook for Teachers of Basic School' में कहा गया है कि–"Nothing can impress pupils in the formative age as the actual visualising of these experiments in a graphic manner."

आदर्श गणित प्रयोगशाला का स्वरूप
(Components for an Ideal Mathematics Laboratory)

एक अच्छी आदर्श गणित प्रयोगशाला के मुख्य तत्त्व इस प्रकार हैं–

1. विभागीय सदस्य (Staffing)–गणित अध्यापक या विभागाध्यक्ष और उसके विभागीय सदस्य विद्यालय कार्यक्रम के अन्तर्गत गणित प्रयोगशाला की स्थापना में सहायता करने हेतु इच्छुक एवं तैयार हों। प्रारम्भ में प्रयोगशाला स्थापना के समय विभाग के केवल एक या दो सदस्यों की आवश्यकता होती है, परन्तु प्रयोगशाला को गणित अधिगम केन्द्र के रूप में परिवर्तित करना सम्पूर्ण विभागीय सदस्यों के सहयोग के ऊपर निर्भर करता है।

2. भौतिक सुविधाएँ (Physical Facilities)–नवीन विद्यालयों में गणित प्रयोगशाला हेतु एक विशिष्ट स्थान होना चाहिये तथा उसकी योजना में समस्त सुविधाओं एवं दशाओं को स्थान प्रदान करना चाहिये। प्रयोगशाला कक्षा-कक्ष से जुड़ी हुई होनी चाहिए तथा परिवर्तनशील भाग के द्वारा उससे अलग की गई होनी चाहिए। इससे जब भी आवश्यकता पड़ेगी तो विस्तृत समूह अनुदेशन हेतु एक बड़ा भाग प्राप्त हो जाएगा। प्रयोगशाला 800 वर्गफुट की बड़ी कक्षा के रूप में होनी चाहिए।



Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

3. **फर्नीचर (Furniture)**–

(A) **गणना केन्द्र (Calculating Centre)**–दीवार के साथ दस इलैक्ट्रिक कैलकुलेटर के लिए मेज की ऊँचाई तक स्थायी, सुरक्षित स्थान होना चाहिए, जिससे छात्र व्यक्तिगत रूप से भी इनका प्रयोग कर सकें।

(B) **मापन केन्द्र (Measurement Centre)**–मापन केन्द्र में एक 30" × 70" माप की बहुउद्देशीय मेज होनी चाहिए।

(C) **खेल केन्द्र (Game Centre)**–खेल केन्द्र पर एक 30"× 70" माप की बहुउद्देशीय मेज रखी जाये।

(D) **पाठन केन्द्र (Reading Centre)**–पाठन केन्द्र पर नीचे कारपेट बिछा हो तथा एक आरामदायक सोफा या कुछ आराम कुर्सियाँ, एक छोटी व नीची मेज रखी जाये।

(E) **नैदानिक एवं ट्यूटोरियल केन्द्र (Diagnostic and Tutorial Centre)**–केन्द्र में तीन बड़ी मेजें पड़ी हों।

(F) कुल 30 कुर्सियाँ हों।

(G) कुल 15 बड़ी मेजें हों।

(H) **फाइल रखने की अलमारी**–कम से कम दो अलमारी हों तथा संसाधनों की आवश्यकतानुसार इनकी संख्या बढ़ायी जा सकती है।

(I) **अलमारियाँ**–गणित प्रयोगशाला में पाठन-सामग्री, कार्य-पुस्तिकाओं, किट्स, खेलों तथा अन्य सामान रखने हेतु उचित स्थान होना चाहिये।

(J) **स्टोर (Storage)**–यह या तो प्रयोगशाला का हिस्सा या उससे जुड़ा हुआ अलग कक्ष हो सकता है, परन्तु यह अति आवश्यक है।

(K) प्रयोगशाला में एक विशाल, स्थायी स्क्रीन (पदा) कक्षा के ऐसे भाग में होना आवश्यक है जहाँ विशाल समूह हेतु इसका प्रयोग किया जा सके।

उपकरण (Equipments):

(A) **गणना केन्द्र (Calculating Centre)**–विद्युत केलकुलेटर। इसके अतिरिक्त इलैक्ट्रॉनिक केलकुलेटर, कम्प्यूटर टर्मिनल भी होना चाहिए।

(B) **दृश्य-श्रव्य सामग्री केन्द्र (Audio-Visual Centre)**–

- टेपरिकॉर्डर
- श्रवण स्टेशन (Listening Stations)
- ओवरटैड प्रोजेक्टर
- ट्रांसपेरेंसी मेकर
- पोर्टेबल स्क्रीन
- फिल्म स्ट्रिप प्रोजेक्टर
- फिल्म प्रोजेक्टर
- चार्ट
- मॉडल
- श्यामपट्ट
- बुलेटिन बोर्ड
- डिस्प्ले बोर्ड

(C) **खेल केन्द्र (Game Centre)**–विभिन्न खेल सामग्री।

(D) **मापन केन्द्र (Measurement Centre)**–विभिन्न मापन यन्त्र-फीता (Tape), मीटर (Metre Rod), भार मशीन (Weighing Machine) आदि।

(E) **सर्वे यन्त्र (Survey Instrument)**–गणित प्रयोगशाला में सर्वे सम्बन्धी बहुत से यन्त्र भी रखे जाने चाहिये। कुछ प्रमुख सर्वे सम्बन्धी यन्त्र इस प्रकार हैं–

(1) **कोण दर्पण (Angle Mirror)**–इस यन्त्र का उपयोग खेतों या मैदानों में समकोण का पता लगाने के लिये किया जाता है।

(2) **समतल मेज एवं एलीडेट (Plane Table and Alidate)**–इनका प्रयोग प्रारम्भिक नाम तथा सर्वे सम्बन्धी कार्य में किया जाता है।

(3) **हिप्सोमीटर तथा क्लीनोमीटर (Hypsometer and Clinometer)**–इन दोनों यन्त्रों का प्रयोग उन्नयन व अवनमन कोणों (Angle of elevation and depression) का माप करने के लिये किया जाता है। इन यन्त्रों का प्रयोग अप्रत्यक्ष रूप से वस्तुओं की ऊँचाई व दूरी नापने के लिये भी किया जा सकता है।

(4) **लेवल (Level)**–इस यन्त्र की सहायता से झुकाव के अन्तर को ज्ञात किया जा सकता है।

(5) **ट्रांसिट (Transit)**–यह समकोण मापक तथा समतल करने वाला यन्त्र है।

(F) **अनुदेशनात्मक सामग्री (Instructional Material):** गणित प्रयोगशाला हेतु अनुदेशन सामग्री के चयन के समय निम्न सामग्री प्रत्येक छात्र हेतु उपलब्ध होनी चाहिये–

(1) छात्र के व्यक्तिगत अभिलेख, प्रमुख रूप से निदान एवं प्रगति सम्बन्धी अभिलेखों को रखने की व्यवस्था।

(2) गणित में प्रगति के मापन हेतु उपलब्धि परीक्षण।

(3) गणना कौशल विकास सामग्री, जैसे–कार्यपुस्तक (Work Book), कैलकुलेटर आदि।

(4) समस्या-समाधान सामग्री, जैसे–वास्तविक जीवन से सम्बन्धित समस्याओं का संकलन एवं अन्य व्यावसायिक सामग्री।

(5) छात्रों की कमजोरियों को दूर करने के लिए निदानात्मक परीक्षणों की व्यवस्था।

(6) प्रत्येक छात्र से सम्बन्धित अभिलेख तैयार करना, जैसे–पढ़ाई का स्तर, समस्या समाधान में उपलब्धि का स्तर, गणना सम्बन्धी कुशलताओं का स्तर तथा मापन सम्बन्धी उपलब्धियों का स्तर।

(7) आवश्यक तथा प्रभावी दृश्य सामग्री, जैसे–चार्ट, मॉडल, विभिन्न प्रकार की ज्यामितीय आकृतियाँ आदि।

(8) लघुगणक सारणियाँ एवं त्रिकोणमितीय अनुपातों एवं कोणों की सारणी आदि।

(9) ड्राइंग सम्बन्धी उपकरण–पटरी, परकार, पैन्सिल, सैट-स्क्वायर (Set-squares) आदि।

गणित शिक्षण में प्रयोगशाला का महत्त्व एवं आवश्यकता

(Need and Importance of Laboratory in Mathematics Teaching)

गणित शिक्षण में प्रयोगशाला का महत्त्व निम्नलिखित कारणों से है–

(1) प्रयोगशाला में बालक स्वयं करके सीखते हैं (Learning by Doing) जिससे उनका ज्ञान अधिक स्थायी हो जाता है।

(2) इसके द्वारा बालक क्रियात्मक एवं व्यावहारिक ज्ञान प्राप्त करते हैं।

(3) प्रयोगशाला में कार्य करते समय छात्र गणित के अध्ययन में अधिक रुचि लेते हैं।

(4) प्रयोगशाला के द्वारा छात्रों में रचनात्मक एवं अनुसंधानात्मक दृष्टिकोण विकसित होता है।

(5) छात्र गणित के प्रयोग करने में आनन्द की अनुभूति करते हैं क्योंकि प्रयोग करने से उनकी जिज्ञासाओं की सन्तुष्टि होती है।

(6) छात्रों की विभिन्न प्रकार की गणितीय कुशलताओं का विकास होता है, जैसे–आकृति, चित्र, मॉडल बनाने की कुशलता, माप-तोल की कुशलता आदि।

(7) छात्रों में आगमनात्मक (Inductive) चिन्तन (Thinking) का विकास होता है।

(8) छात्रों में आत्मविश्वास; आत्म-निर्भरता, परिश्रम तथा प्रयोग करने की योग्यता का विकास होता है।

(9) छात्रों में वैज्ञानिक दृष्टिकोण (Scientific Attitude) विकसित होता है।

BMD COLLEGE OF EDUCATION LEARN. BELIEVE. ACHIEVE EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

गणित प्रयोगशाला में कार्य करते समय सावधानियाँ
(Precautions to be Taken)

गणित प्रयोगशाला में कार्य करते समय निम्नलिखित सावधानियाँ बरतनी चाहिये–

(1) प्रयोग में लाये जाने वाले उपकरण या सामग्री के सम्बन्ध में अच्छी जानकारी होनी चाहिये।
(2) उपकरणों को सावधानीपूर्वक काम में लाना चाहिए। लापरवाही नहीं बरतनी चाहिए।
(3) प्रदर्शन-मेज की व्यवस्था उचित ढंग से करनी चाहिए जिससे छात्रों को परेशानी न हो।
(4) अमुक उपकरण का प्रयोग किस प्रकार करना है यह अध्यापक को पूर्व में ही स्पष्ट कर देना चाहिए।
(5) प्रयोग करने में समय का भी ध्यान रखना चाहिए।
(6) प्रयोग करने के पश्चात् सभी उपकरणों को यथास्थान, साफ करके रखना चाहिए।
(7) सभी छात्रों को प्रयोगशाला में कार्य करने का अवसर मिलना चाहिए।

मनोरंजनात्मक क्रियाओं का महत्त्व
(Importance of Recreational Activities)

☛ **गणित में मनोरंजक क्रियाओं से क्या तात्पर्य है? मनोरंजक क्रियाओं का महत्त्व तथा मनोरंजक क्रियाओं के आयोजन में प्रयुक्त सावधानियों का वर्णन कीजिए।**

उत्तर : गणित में मनोरंजक क्रियाओं से तात्पर्य गणित का मनोरंजन के रूप में प्रयोग, जादू वर्ग, पहेलियाँ, शब्द खोज, शीघ्र गणनाएँ, विस्तार एवं पेचीदगी, किसी संख्या का वर्ग ज्ञात करने की सामान्य विधि, रोचक गणित, मिथ्याबोध आदि क्रियाओं की व्यवस्था करना है।

गणित में मनोरंजक क्रियाएँ

गणित को एक शुष्क विषय के रूप में जाना जाता है तथा छात्र इसमें किसी भी प्रकार की रुचि का अनुभव नहीं करते। गणित के प्रति इस प्रकार की धारणा को गणित विषय में मनोरंजक क्रियाओं को स्थान देकर किसी सीमा तक कम किया जा सकता है। मनोरंजक क्रियाएँ गणित विषय में विविधता तथा रुचि का विकास करती हैं। छात्र संख्याओं से खेलना एवं दूसरी गणितीय व्यावहारिक समस्याओं को हल करना आदि क्रियाओं में रुचि एवं आनन्द की अनुभूति करते हैं। गणित की पहेलियाँ मनोरंजन, हास-परिहास, व्यंग्य, ठिठोली तथा रस से परिपूर्ण होती हैं।

मनोरंजक क्रियाओं का महत्त्व
(Importance of Recreational Activities)

गणित में मनोरंजक क्रियाओं का महत्त्व निम्न प्रकार से है :

1. मनोरंजक क्रियाएँ गणित में रुचि उत्पन्न करती हैं।
   (Recreational activities develop taste for Mathematics.)
2. मनोरंजक क्रियाएँ कक्षा वातावरण में स्वस्थ परिवर्तन लाती हैं।
   (Recreational activities bring a healthy change in the class atmosphere.)
3. मनोरंजक क्रियाओं के आयोजन से छात्र गणित के महत्त्व एवं उसकी सुन्दरता को पहचानते हैं।
   (The students learn to appreciate the power and beauty of Mathematics.)
4. मनोरंजक क्रियाएँ छात्रों के अवकाश के क्षणों को सदुपयोग के लिए तैयार करती हैं। इस दृष्टि से पहेलियों का महत्त्व स्पष्ट झलकता है।
   (Recreational activities prepare the students for leisure time. They can put riddles etc. and enjoy their leisure time.)
5. मनोरंजक क्रियाएँ बुद्धि को तीव्र करती हैं तथा सोचने को बढ़ावा देती हैं।
   (They sharpen wit and stimulate quick thinking.)

6. ये क्रियाएँ खेल भावना विकसित करती हैं तथा पारस्परिक सहयोग एवं स्वस्थ प्रतिस्पर्धा को प्रोत्साहित करती हैं।
   (They develop sportsman spirit and promote mutual co-operation and healthy competitive feeling.)

मनोरंजक क्रियाओं के आयोजन में प्रयुक्त सावधानियाँ
(Precautions Regarding Organisation of Recreational Activities)

मनोरंजक क्रियाएँ करते समय निम्नलिखित सावधानियों का ध्यान रखना चाहिए :

1. इन क्रियाओं के आयोजन हेतु समय-चक्र में एक कालांश नियत करना चाहिए तथा अध्यापक को चाहिए कि वह अपने छात्रों को इस व्यवस्था से ठीक से अवगत करा दे।
2. अध्यापक किसी बुद्धिमान तथा तेज (Intelligent and Active) छात्र को इन क्रियाओं के आयोजन का इंचार्ज नियुक्त कर दे तथा उसे सचिव आदि का नाम दे दे।
3. जो छात्र इन क्रियाओं में भाग लेना चाहें, उन्हें अपने नाम छात्र इंचार्ज को समय से पूर्व देने को कहा जाए।
4. अध्यापक सभी छात्रों को निर्देश दे कि वे नियत तिथि पर इन क्रियाओं में भाग लेने के लिए पहेलियों या अन्य क्रियाओं के साथ तैयार होकर आएं।
5. इन क्रियाओं में भाग लेने वाले छात्रों को स्टेज पर अपनी प्रस्तुति व प्रदर्शन के लिए एक-एक करके बुलाया जाना चाहिए।
6. एक समय पर केवल एक ही छात्र को अपने आइटम की प्रस्तुति के लिए कहा जाए।
7. अध्यापक या प्रतिभागी को किसी पहेली में निहित सिद्धान्त या सूत्र को पूर्णतया स्पष्ट कर देना चाहिए।
8. पहेलियों के अत्यधिक प्रयोग को निरुत्साहित करना चाहिए।
9. अध्यापक को कुछ रुचिकर पहेलियों का चयन करना चाहिए जो उसके विषय के किसी प्रकरण से सम्बन्धित हों जिसका वह शिक्षण कर रहा है। इस प्रकार की पहेलियों का बहुत अधिक प्रेरणात्मक मूल्य होता है।

निर्देशन तथा सामग्री विकास
[Instructional and Material Development]

पाठ–योजना
(Lesson Plan)

☛ **पाठ योजना से आप क्या समझते हैं? गणित शिक्षण में पाठ योजना की आवश्यकता तथा महत्त्व को समझाइए।**

उत्तर :

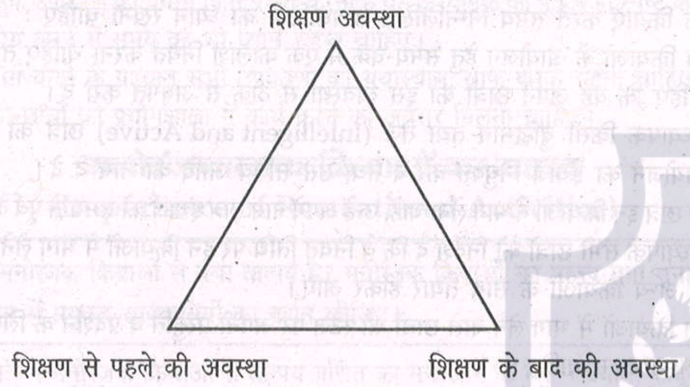
पाठ–योजना क्या है?
(What is a Lesson Plan?)

किसी भी कार्य की सफलता एवं उद्देश्य की प्राप्ति के लिए उस कार्य से संबंधित योजना बनाना अति-आवश्यक है। शिक्षण प्रक्रिया को सुचारु एवं सुव्यवस्थित रूप से चलाने के लिए पाठ-योजना का होना अत्यंत आवश्यक है। पाठ-योजना शिक्षण प्रक्रिया का व्यावहारिक रूप होता है, क्योंकि पाठ-योजना की तैयारी के पश्चात् शिक्षक को किसी प्रकार की कठिनाई नहीं आती। अध्यापक द्वारा कक्षा में जाने से पूर्व कुछ बातों पर विचार करना होता है, जैसे–कौन-सा पाठ, कितना और कैसे पढ़ाना है? उसमें किस सहायक सामग्री का प्रयोग करना है तथा कौन-से उदाहरण तथा अभ्यास लेने हैं? आदि के विषय में पहले से ही निश्चित कर लेने को "पाठ-योजना" बनाना कहते हैं?

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

अध्यापक अपने शिक्षण कार्य की सार्थकता एवं विद्यार्थियों के हितों को ध्यान में रखकर कक्षा में पढ़ाई जाने वाली विषय-वस्तु को छोटी-छोटी इकाइयों में बांट लेता है। कक्षा में इन इकाइयों को निर्धारित अवधि में पढ़ाना होता है। इस तरह पढ़ाने के लिए वह विषय-वस्तु, जिसकी रूपरेखा तैयार की जाती है, "पाठ-योजना" कहलाती है। भावी अध्यापक (Prospective Teacher) को उसके शिक्षण-प्रशिक्षण के दौरान पाठ-योजना को लिखित रूप में तैयार करने के लिए प्रशिक्षित किया जाता है। शिक्षक को शिक्षण की तीन अवस्थाओं से गुजरना पड़ता है जो नीचे दर्शायी गई हैं—



पाठ-योजना का संबंध शिक्षण से पहले की अवस्था के साथ है, जिसमें शिक्षण अवस्था से पूर्व एक अध्यापक को पाठ अध्यापन से संबंधित विभिन्न क्रियाओं के बारे में नियोजन करना पड़ता है। पाठ-योजना अध्यापक के उन कार्यों का समूह है जो उसे कक्षा में क्रियान्वित करना होता है। एक सफल, आकर्षक एवं प्रभावी अध्यापक के लिए पाठ-योजना का निर्माण अति-आवश्यक है। एक कुशल कारीगर की तरह अध्यापक को भी अपने छात्रों में वांछित सुधार लाने के लिए उपकरणों (अर्थात् शिक्षण विधियों, प्रविधियों, क्रिया-कलापों एवं सामग्री) का चयन बड़ी सावधानी से करना पड़ता है। दूसरे शब्दों में पाठ-योजना अध्यापक के लिए खिड़की की तरह है, जिसमें से झांककर वह अपने विद्यार्थियों की अन्तर्निहित विशेषताओं को पहचानने का प्रयास करता है। किसी ने ठीक लिखा है—Lesson Plan is teacher's mental and emotional visualisation of classroom activities.

विभिन्न विद्वानों ने पाठ-योजना को अलग-अलग तरह से परिभाषित किया है जो निम्नलिखित प्रकार से है—

1. गुड (Goods) की डिक्शनरी के अनुसार, "पाठ-योजना" से तात्पर्य है—**"किसी पाठ की महत्त्वपूर्ण बातों पर खाका या बाहरी रूपरेखा को क्रमवार करना, जिस क्रम में उसे प्रस्तुत किया जाना है। इसमें पाठ के उद्देश्य, शिक्षा सामग्री का प्रयोग, विद्यार्थियों द्वारा पूछे जाने वाले प्रश्न, पाठ की दुहराई तथा घर का काम देना आदि आते हैं।"**
   (A lesson plan is a teaching outline of the important points of lesson arranged in order in which they are to be presented. It may include objectives, points to be made, questions to be asked, references to materials, assignments etc.)
2. **बिनिंग और बिनिंग** के शब्दानुसार, "दैनिक पाठ-योजना में उद्देश्यों को परिभाषित करना, पाठ्यवस्तु का चयन करना एवं उसको क्रमबद्ध रूप से व्यवस्थित करना तथा विधियों एवं प्रक्रिया का निर्धारण करना सम्मिलित है।"
   (Daily lesson planning involves defining the objectives, selecting and arranging the subject-matter and determining the method and procedures.)
3. **एन.एल. बॉसिंग** के अनुसार **"पाठ-योजना उन उद्देश्यों के कथनों और विशिष्ट माध्यमों को प्रदान किया गया एक शीर्षक है जिनके द्वारा क्रियाओं के परिणामस्वरूप उन्हें प्राप्त किया जाता है।"**
   (Lesson plan is the title given to the statements of the achievements to be realized and the specific means by which these are attained as a result of activities engaged during the period.)

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर यह कहा जा सकता है कि "पाठ-योजना" में उन बिंदुओं को दर्शाया जाता है जो अध्यापक को निर्धारित अनुदेशनात्मक उद्देश्यों (Instructional Objectives) की प्राप्ति हेतु कक्षा-कक्ष में विद्यार्थियों को पढ़ाना होता है। इसमें स्पष्ट किया जाता है कि विद्यार्थियों ने पहले क्या सीखा है? अब क्या सीखेंगे? किन क्रिया-कलापों का संचालन करना है? इत्यादि।

पाठ-योजना में पाठ के उद्देश्यों एवं लक्ष्यों और अध्यापक द्वारा प्रयोग की जाने वाली विधियों एवं प्रविधियों का भी उल्लेख होता है। पाठ-योजना शिक्षण कार्य को प्रारंभ करने से पहले शिक्षण कार्यक्रम को व्यक्त करती है।

पाठ-योजना की आवश्यकता एवं महत्त्व (Need & Importance of Lesson Plan)

"पाठ-योजना" प्रभावशाली शिक्षण की आधारशिला है। इसकी आवश्यकता एवं महत्त्व को निम्नलिखित बिंदुओं द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है—

1. **शिक्षण उद्देश्यों की स्पष्टता (Clarity of Teaching Objectives) :** किसी भी कार्य को करने के लिए उद्देश्यों की स्पष्टता अभिप्रेरणा का साधन बनती है। इसी प्रकार कक्षा-कक्ष में पढ़ाई जाने वाली विषय-वस्तु के शिक्षण उद्देश्यों का स्पष्ट होना अति-आवश्यक है। अध्यापक कक्षा-कक्ष में वही क्रिया-कलाप करता है जिनके उद्देश्यों की प्राप्ति हो इसलिए समय व्यर्थ नहीं गंवाता।
2. **आत्म-विश्वास (Self-Confidence) :** पाठ-योजना द्वारा अध्यापक व्यवस्थित ढंग से अपना शिक्षण कार्य करता है। निर्धारित अवधि में की जाने वाली गतिविधियाँ पाठ-योजना द्वारा पूर्व-निर्धारित होती हैं। विषय-वस्तु की स्पष्टता के लिए उदाहरण एवं सामग्री पहले से तैयार की होती है। उपरोक्त सभी बातें अध्यापक में आत्म-विश्वास पैदा करती हैं।
3. **शिक्षण क्रियाओं का चुनाव (Selection of Teaching Activities) :** अध्यापक को अपना कार्य सफलतापूर्वक करने के लिए शिक्षण क्रियाओं एवं सहायक सामग्री की आवश्यकता पड़ती है। पाठ-योजना की तैयारी, उन क्रियाओं को कब और कैसे करना है पहले से ही तय कर देती है, इसलिए पाठ-योजना में अध्यापक क्रियाओं और सामग्री का चुनाव शिक्षण कार्य से पूर्व कर लेता है।
4. **समय का उचित उपयोग (Appropriate Utilization of Time) :** अध्यापक को समय-सारिणी में दिए गए कालांश के अनुसार अपनी गतिविधियाँ करनी पड़ती हैं। 35-40 मिनट के कालांश में विद्यार्थियों के समक्ष विषय-वस्तु प्रस्तुत करनी होती है। पाठ-योजना द्वारा अध्यापक शिक्षण कार्य से संबंधित सभी क्रियाओं को पूर्व-निर्धारित कर लेता है और इसलिए समय का सदुपयोग करता हुआ अपने लक्ष्य को प्राप्त करता है।
5. **शिक्षण विधियों का चयन (Selection of Teaching Methods) :** शिक्षण के उद्देश्य निश्चित करने के पश्चात् अध्यापक को उचित शिक्षण विधियों के चयन की आवश्यकता होती है। कई नई-पुरानी शिक्षण विधियाँ प्रचलित हैं, जैसे—आगमन विधि (Inductive Method), विश्लेषणात्मक विधि (Analysis Method), भाषण विधि (Lecture Methods), वाद-विवाद विधि (Discussion Method), समाधान विधि (Problem Solving Method), प्रोजेक्ट विधि (Project Method) आदि।
   इस बात का निर्णय अध्यापक विद्यार्थियों की योग्यताओं एवं क्षमताओं को ध्यान में रखते हुए

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

पहले से ही कर लेता है। पाठ-योजना शिक्षण विधि की प्रक्रिया के सुचारु रूप से चलने में सहायक सिद्ध होती है।

6. **सहायक सामग्री का चुनाव एवं उपयोग (Selection and Use of A.V. Aids) :** कठिन विषय-वस्तु को सरल एवं विद्यार्थियों के समक्ष स्पष्ट करने के लिए शिक्षक विषय से संबंधित सहायक सामग्री का चुनाव करता है। पाठ-योजना बनाते समय अध्यापक इस बात पर भी विचार करेगा कि पाठ को पढ़ाने के लिए उसे किस प्रकार की सहायक सामग्री का चुनाव करना चाहिए। सामग्री को कब विद्यार्थियों के सामने पेश किया जाए जिससे उसका प्रभाव और भी अच्छा हो, इस बात का निर्धारण भी पाठ-योजना द्वारा किया जाता है।

7. **विद्यार्थियों की मानसिक तैयारी (Mental Preparation of Students) :** प्रभावपूर्ण शिक्षण कार्य हेतु अध्यापक का पहला कर्तव्य है कि कक्षा में उपस्थित विद्यार्थियों को मानसिक तौर पर पाठ को पढ़ने के लिए तैयार करना। इस कार्य हेतु अध्यापक उनके पूर्व ज्ञान को जांचता है। नया ज्ञान देने के लिए प्लेटफॉर्म की तैयारी करता है।

8. **मानसिक शक्तियों का विकास (Development of Mental Power) :** पाठ-योजना द्वारा छात्रों के विचार, तर्क, निर्णय एवं कल्पनाशक्ति का विकास किया जा सकता है। अध्यापक पाठ-योजना में पहले से उन कार्यों का चुनाव कर लेता है जो इन शक्तियों के विकास में सहायक सिद्ध होते हैं।

☛ **एक अच्छी पाठयोजना में क्या-क्या विशेषताएं होनी चाहिए?**

अथवा

☛ **अच्छी पाठ योजना की विशेषताओं का वर्णन कीजिए।**

उत्तर :

पाठ योजना की विशेषताएं (Characteristics of Lesson Plan)

अच्छे शिक्षण के लिए पाठ-योजना की आवश्यकता पड़ती है। **रायबर्न (Ryburn)** के मतानुसार, **"शिक्षण के लिए हमें पूर्व प्राप्त अनुभवों का प्रयोग अपने कार्य को आरंभ करने के लिए करना चाहिए।"** (To teach, we must use experience already gained as starting point of our work.) पाठ-योजना क्रमबद्ध एवं विस्तृत होनी चाहिए। पाठ-योजना द्वारा ही यह बात तय होती है कि कक्षा में क्या हो चुका है और क्या होना बाकी है? राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् के द्वारा प्रकाशित पुस्तक Handbook for Secondary Colleges of Education : Student–Teaching and Evaluation में पाठ-योजना की निम्नलिखित विशेषताओं पर जोर दिया गया है—

1. **पाठ-योजना का भली-भांति नियोजन (Lesson Plan is well Considered) :** पाठ-योजना अच्छी तरह से नियोजित होनी चाहिए जिसमें विशिष्ट विषय के उपविषय से संबंधित शिक्षण के उद्देश्य को प्राप्त करने हेतु विशिष्ट सामग्री, विधियों, प्रविधियों, युक्तियों को अच्छी तरह से सोच-विचार करते हुए चुना हो। कोई भी अध्यापक अपना शिक्षण कार्य किसी एक विधि द्वारा नहीं कर सकता। कक्षा में सभी विद्यार्थी एक ही विधि द्वारा संतुष्ट नहीं हो सकते। पाठ-योजना लचीली होनी चाहिए, जिससे अध्यापक अपने शिक्षण कार्य में कक्षा वातावरण के अनुसार बदलाव ला सके।

2. **पाठ के क्रियान्वयन में विचलन न हो (No Deviation during Execution of the Lesson) :** पाठ-योजना का निर्माण इसीलिए किया जाता है कि अध्यापक अपना शिक्षण कार्य उसी के अनुसार करें। पूर्व नियोजित पाठ-योजना लागू करते समय अध्यापक को वास्तविक पाठ-योजना से विचलित नहीं होना चाहिए। अच्छी पाठ-योजना अध्यापक को पाठ के क्रियान्वयन से विचलित नहीं होने देती। अध्यापक के लिए ये आवश्यक है कि सभी प्रकार के निर्णय कक्षा में जाने से पहले एवं पाठ-योजना को तैयार करते समय ही ले लेने चाहिए ताकि अध्यापक पाठ-योजना से कम-से-कम विचलित हों।

3. **पाठ-योजना कक्षा-कक्ष गतिविधियों की सूचक होनी चाहिए (A Lesson Plan is indicative of What will happen in Classroom) :** अच्छी पाठ-योजना निम्न दिए गए बिंदुओं पर पहले से ही संकेत दे देती है कि कक्षा-कक्ष में क्या कुछ होना है? जैसे—किस पक्ष से संबंधित प्रश्न पूछने हैं, चाक-बोर्ड कब उपयोग करना है, सहायक सामग्री का उपयोग पाठ के दौरान कब एवं कैसे करना है, अध्यापक किस समय तथा कैसे कथन करेगा, और पाठ के विकास हेतु विद्यार्थियों की भागीदारी कब ली जाएगी? इस विशेषता का उपयोग तब देखा जा सकता है जब कोई दूसरा अध्यापक पाठ-योजना को पढ़कर अध्यापन कार्य करता है एवं अध्यापन कार्य उसी स्तर का होता है, जैसा कि पाठ-योजना लिखने वाला अध्यापक चाहता है।

4. **पाठ-योजना सहायक सामग्री की आवश्यकता की सूचक है (A Lesson Plan is Indicative of the Need of Teaching Aids) :** एक अच्छी पाठ-योजना हमें इस ओर भी स्पष्ट संकेत देती है कि कक्षा में शिक्षण कार्य हेतु कौन-सी सहायक सामग्री एवं शाब्दिक सामग्री की आवश्यकता है। सहायक सामग्री में दृश्य, श्रवण एवं श्रव्य-दृश्य सामग्री शामिल होती है। शाब्दिक सामग्री में सार (Summary) एवं अन्य लिखित सामग्री शामिल होती है।

5. **विद्यार्थियों की निरंतर रुचि बनाए (Lesson Plan maintains the Interest of Students Throughout) :** वही अच्छी पाठ-योजना कहलाती है जो पूरी शिक्षण प्रक्रिया के दौरान विद्यार्थियों की रुचि सीखने में सहायता रखती हो। उन विधियों एवं प्रविधियों का प्रयोग करना चाहिए जो शिक्षण अधिगम की प्रक्रिया में विद्यार्थियों की सक्रिय भागीदारी बनाती हो। इस कार्य हेतु पाठ-योजना बनाते समय मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक सिद्धांतों पर ध्यान केंद्रित करना चाहिए।

6. **पाठ-योजना विभिन्न पक्षों में बंटी हो (Lesson Plan has Divided into Various Aspects) :** पाठ-योजना को बनाते समय विभिन्न पक्षों पर ध्यान केंद्रित करना चाहिए, जो निम्नलिखित हैं—
   - उद्देश्यों की विवेकपूर्ण अभिव्यक्ति (अनुदेशनात्मक उद्देश्यों का व्यावहारिक शब्दावली में उल्लेख)।
   - विषय-वस्तु के विवरण और शिक्षण विधि की विस्तृत रूपरेखा।
   - पूर्व ज्ञान की पहचान जो नए ज्ञान को देने में प्रयोग की जाने वाली हो।
   - विद्यार्थियों के लिए उन क्रियाओं की सूची जिसमें उनके अधिगम का मूल्यांकन भी सम्मिलित हो।
   - पाठ को पढ़ाने में प्रयोग की गई सभी पुस्तकें (Reference Books) एवं सामग्री।

   अच्छी पाठ-योजना में इन पक्षों पर विशेष ध्यान दिया जाता है। विद्यार्थियों द्वारा की गई क्रियाओं, विषय-वस्तु के वितरण और शिक्षण विधियों, प्रविधियों इत्यादि का शिक्षण उद्देश्यों के साथ घनिष्ठ संबंध होता है।

7. **शिक्षा मनोविज्ञान एवं अधिगम सिद्धांतों का प्रतिबिंब (Reflects the Knowledge of Educational Psychology and Theories of Learning) :** शिक्षा मनोविज्ञान बाल-केंद्रित शिक्षा पर जोर देता है। उसके अनुसार, शिक्षा बच्चे के लिए है न कि बच्चा शिक्षा के लिए (Education for child, not child for education) इसलिए अध्यापक अपने शिक्षण कार्य हेतु पाठ-योजना तैयार करते समय शिक्षा मनोविज्ञान एवं अधिगम सिद्धांतों को न

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

भूले। पाठ-योजना बनाते समय विद्यार्थियों की आयु, योग्यता, रुचि, अभिरुचि एवं विशेषताओं को ध्यान में रखना चाहिए।

8. **पाठ-योजना अध्यापक की अपनी शिक्षण शैली की खोज में सहायक हो (Lesson Plan Helps a Teacher in Discovering his Own Style) :** पाठ-योजना अध्यापक की अपनी विशेषताओं की ओर भी ध्यान केंद्रित करती है। इससे अध्यापक को अपनी रचनात्मक विलक्षण में सहायता पहुंचती है एवं उसी विशेष शिक्षण शैली की खोज करने का अवसर प्राप्त होता है। पाठ का मूल्यांकन करने वालों को इस बात पर विशेष ध्यान देना चाहिए कि सभी भावी-अध्यापकों (Prospective Teachers) के शिक्षण का एक ही प्रकार से निरीक्षण एवं मूल्यांकन न किया जाए। जैसे–यदि किसी भावी-अध्यापक की लिखावट (Handwriting) सुंदर नहीं है तो वह अधिक बोलकर एवं घर से चार्ट पर आकृतियाँ बनाकर ला सकता है। इस प्रकार वह अपनी कमजोरी को पहचानकर किसी दूसरे ढंग से उसकी पूर्ति करने में सफल हो सकता है।

9. **भविष्य हेतु उत्तम नियोजन (To Plan Better in Future) :** पाठ-योजना कक्षा में पढ़ाने के पश्चात् भावी-अध्यापक को इस बात की पहचान कराती है कि उसकी पाठ-योजना एवं शिक्षण कार्य में क्या-क्या सुधार हो सकते हैं, जिससे भविष्य में उसका शिक्षण प्रभावशाली बन सकें।

उपरोक्त बिंदुओं पर ध्यान केंद्रित करते हुए एक अच्छी पाठ-योजना का निर्माण किया जा सकता है। अच्छी पाठ-योजना वही कहलाएगी जिसके द्वारा विद्यार्थी अच्छी प्रकार से विषय-वस्तु को समझने में समर्थ होते हैं।

पाठ–योजना तैयार करने के विभिन्न तरीके
(Various Styles of Preparing the Lesson Plan)

☛ गणित के किसी भी उपविषय पर पाठयोजना तैयार कीजिए।

उत्तर :

पाठ–योजना–1

छात्र-अध्यापक अनुक्रमांक .... कक्षा–सातवीं
विषय .... गणित अवधि–40 मिनट
उपविषय.......... दिशाएं दिनांक ....

शिक्षण बिंदु अथवा इकाइयाँ– (i) दिशाओं का ज्ञान करना या दिशा बताना।
(ii) दिशाओं संबंधी समस्याएं हल करना।

अनुदेशनात्मक प्राप्य उद्देश्य– (वांछित व्यवहार-परिवर्तन के संदर्भ में)

ज्ञानात्मक प्राप्य उद्देश्य– (i) विद्यार्थी दिशाओं के बारे में ज्ञान प्राप्त करते हैं।
(ii) विद्यार्थी दिशाओं का अर्थ बताते हैं।

प्रयोगात्मक प्राप्य उद्देश्य– (1) दिशा संबंधी ज्ञान का प्रयोग करके व दी गई समस्या के आधार पर दिशा बता सकते हैं।
(2) वे दिशाओं संबंधी समस्याओं को हल कर सकते हैं।

दक्षता या कौशलात्मक प्राप्य उद्देश्य– (1) विद्यार्थी दिशाओं को बताने में दक्षता प्राप्त करते हैं।
(2) दिशा संबंधी समस्याओं को शीघ्रता व शुद्धता से हल करते हैं।

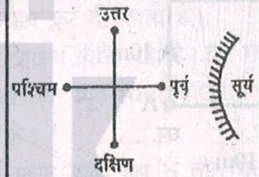
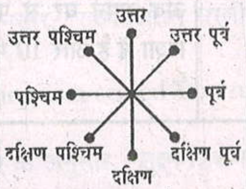
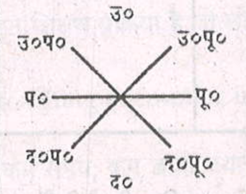
पूर्व-ज्ञान– (1) छात्रों को यह पता है कि सूर्य किस दिशा से निकलता है और किस दिशा में अस्त होता है।
(2) विद्यार्थी जोड़, घटा, गुणा, भाग कर सकते हैं।

पूर्व-ज्ञान परीक्षण– (1) सूर्य किस दिशा में उदय होता है?
(2) दोपहर में सूर्य की स्थिति क्या होती है?

(3) क्या तुम पूर्व, पश्चिम, उत्तर, दक्षिण दिशाओं के अतिरिक्त कोई अन्य दिशा बता सकते हो?

सहायक सामग्री : श्यामपट्ट, चाक, झाड़न, संकेतक, दीवार, घड़ी, चार्ट इत्यादि।

उद्देश्य कथन की घोषणा : अंतिम प्रश्न का उत्तर संतोषजनक न पाकर छात्र-अध्यापक उपविषय की घोषणा करेगा कि आज हम दिशाओं के विषय में अध्ययन करेंगे।

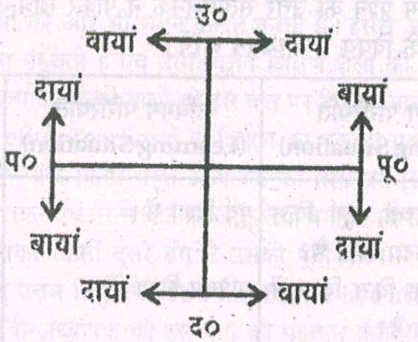
शिक्षण बिंदु (Teaching Points)	शिक्षण परिस्थिति (Teaching Situation)	अधिगम परिस्थिति (Learning Situation)	मूल्यांकन (Evaluation)
दिशाओं का ज्ञान कराना।	बताओ बच्चो, सूर्य किस दिशा में उदय होता है? बताओ यह किस दिशा में अस्त होता है? **अध्यापक कथन**–देखो बच्चो यदि हम पूर्व दिशा की तरफ मुँह करके खड़े होते हैं तो हमारे पीछे पश्चिम दिशा होती है। दाएं हाथ की तरफ दक्षिण तथा बाएं हाथ की ओर उत्तर दिशा होगी।	पूर्व दिशा में। पश्चिम दिशा में।	सूर्य किस दिशा में अस्त होता है?
चित्र की सहायता से कागज पर दिशाओं का ज्ञान कराना।		विद्यार्थी चित्र को अपनी अभ्यास-पुस्तिका में उतारते हैं और उन्हें कागज के ऊपर दिशाएं अंकित करना आ जाता है।	यदि हम पश्चिम दिशा की तरफ मुंह करके खड़े होते हैं तो हमारे दाएं हाथ की तरफ कौन-सी दिशा होगी?
मुख्य चार दिशाओं के अतिरिक्त चार अन्य दिशाओं को बताना।	देखो बच्चों मुख्य चार दिशाएं होती हैं किंतु हम इन्हीं चार दिशाओं की सहायता से अनेक दिशाएं बना सकते हैं। 	विद्यार्थी इस चित्र को अपनी अभ्यास पुस्तिका में नोट करते हैं और सभी दिशाओं के नाम लिखते हैं। 	बताओ बच्चो, उत्तर व दक्षिण दिशा के बीच दाईं तरफ कितनी दिशाएं हैं? उनके नाम भी बताओ।
दिशाओं के अनुसार जाने पर दाईं तथा बाईं तरफ मुड़ने का समाधान	देखो बच्चो कई प्रश्नों में यह कहा जाता है कि उत्तर में चलकर दाईं ओर मुड़ो, फिर बाईं तरफ। इस समस्या का हल इस चित्र से स्पष्ट है।	विद्यार्थियों को दिशाओं की दाईं तरफ व बाईं तरफ का ज्ञान हो गया है। बच्चों ने चित्र को अपनी अभ्यास-पुस्तिका में उतार लिया है।	यदि एक व्यक्ति पूर्व दिशा में जा रहा हो और वह अपनी दाईं ओर मुड़ जाए तो वह अब किस दिशा की तरफ चल रहा है?

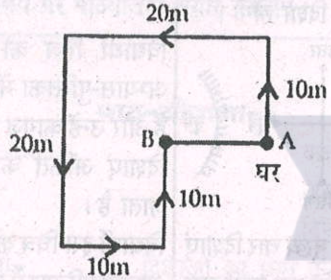
BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

शिक्षण बिंदु (Teaching Points)	शिक्षण परिस्थिति (Teaching Situation)	अधिगम परिस्थिति (Learning Situation)	मूल्यांकन (Evaluation)
अभ्यासात्मक समस्या राजीव अपने घर से उत्तर दिशा में 10 मी. चला, तब बाईं ओर घूमा तथा 20 मी. चलकर पुनः बाईं ओर घूमा तथा 20 मी. दूरी तय की। अब पुनः बाईं ओर घूमा तथा 10 मी. चलकर बाईं तरफ घूम गया। अब यदि वह केवल 10 मी. चले तो वह अपने घर से किस दिशा में है तथा कितनी दूरी पर है?	समस्या में क्या दिया हुआ है? क्या मालूम करना है? इस समस्या में जो दिया गया है उसी के अनुसार चलिए और चित्र बना लीजिए।	राजीव अपने घर से किस दिशा में जाता है और किस दिशा में मुड़ता है? राजीव अपने घर से किस दिशा में है?	राजेश पूर्व की ओर 6 Km. चलता है। तत्पश्चात् अपने दाईं ओर मुड़कर 10 Km. चलता है। वह फिर अपनी दाईं ओर मुड़ कर 6 Km. चलता है। इसके बाद अपने बाईं ओर मुड़ कर 15 Km. चलता है। अब वह अपने प्रारंभिक बिंदु से किस दिशा में तथा कितनी दूर है?





विद्यार्थी चित्र को अपनी अभ्यास पुस्तिका में उतारते हैं और बताते हैं कि राजीव अब अपने घर से पश्चिम दिशा में है और 10 मी. दूर है।

पुनरावृत्ति :

(1) मुख्यतः दिशाएं कितनी होती हैं?

(2) उत्तर व पूर्व दिशा के ठीक बीच में कौन-सी दिशा होती है?

(3) यदि कोई व्यक्ति दक्षिण की तरफ जा रहा है और वह अपनी दाईं तरफ मुड़ जाता है तो अब वह किस दिशा में जा रहा है?

गृहकार्य : बच्चो घर से प्रश्नावली 7.2 के 10 सवाल अपनी अभ्यास-पुस्तिका में करके लाने हैं।

सूक्ष्म-शिक्षण पाठ योजना
(Micro Lesson Plan)

☛ **सूक्ष्म-शिक्षण पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखो।** **(M.D.U. 2011)**

अथवा

☛ **सूक्ष्म-शिक्षण कौशल क्या है?** **[CRSU, 2018]**

उत्तर : सूक्ष्म-शिक्षण की धारणा एवं उसकी विशेषताएं (Concept and Features of Micro Teaching) : "सूक्ष्म-शिक्षण" शब्द सबसे पहले स्टेनफोर्ड विश्वविद्यालय के ड्वाइट एलिन (Dwight Allen) ने 1963 में प्रयोग किया। शुरू में इसका प्रयोग सैकण्डरी स्कूल के शिक्षकों के प्रशिक्षण हेतु किया गया था। सूक्ष्म-शिक्षण का विचार शिक्षकों के शिक्षण कार्य को प्रभावशाली बनाने के लिए ही किया गया था। विद्यालय में सभी विषयों का शिक्षण करते समय कुछ बातें साँझा होती हैं। इन बातों को खोजने के लिए सभी विषयों के अध्यापकों को कक्षा-कक्ष में शिक्षण करते हुए कैमराबद्ध (Video Recording) किया गया। गहन अध्ययन के बाद कुछ विशेष बातें सामान्य पाई गई जैसे—अध्यापक द्वारा प्रश्न पूछना, व्याख्यान देना, वाद-विवाद करना, चॉक पट्ट का प्रयोग करना इत्यादि। सूक्ष्म-शिक्षण के द्वारा शिक्षकों के प्रशिक्षण हेतु सामान्य पाई जाने वाली बातों पर जोर दिया जाता है।

सूक्ष्म-शिक्षण एक प्रशिक्षण धारणा है। पूर्व सेवा-कालिक (In-Service) स्तरों पर शिक्षकों के व्यावसायिक विकास हेतु इसका प्रयोग किया जाता है। सूक्ष्म-शिक्षण शिक्षकों को शिक्षण अभ्यास के लिए ऐसा प्लेटफॉर्म प्रदान करता है जिसमें कक्षा-कक्ष में पाई जाने वाली जटिलताएं बहुत कम होती हैं अथवा शिक्षकों को अपने शिक्षण कार्य का तुरंत पृष्ठ-पोषण (Feed back) मिल जाता है। सूक्ष्म-शिक्षण के अन्तर्गत शिक्षक द्वारा पढ़ाए जाने वाले पाठ की लंबाई कम कर दी जाती है, कालांश का समय कम कर दिया जाता है, कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या कम कर दी जाती है।

सूक्ष्म-शिक्षण कोई शिक्षण विधि नहीं है। यह भावी अध्यापकों (Prospective Teachers) में शिक्षण कौशल विकसित करने की एक व्यूह-रचना कहलाती है। इसी कारण इसे भावी अध्यापकों के प्रशिक्षण कार्य में सम्मिलित किया गया है।

अध्यापकों का प्रशिक्षण मुख्य रूप से तीन घटकों का बना होता है—ज्ञान का विकास, अभिवृत्ति या दृष्टिकोण का विकास तथा कौशल विकसित करना। इस उद्देश्य को अर्जित करने के लिए भावी अध्यापक को एक पाठ-योजना तैयार करने के लिए कहा जाता है। यह शिक्षण 5 से 10 मिनटों की होती है लेकिन इसमें समय अधिक भी लग सकता है। सूक्ष्म-शिक्षण एक नई विधि है।

सूक्ष्म-शिक्षण के अर्थ को समझने के लिए विभिन्न परिभाषाओं का अध्ययन करना अति आवश्यक है जो निम्न प्रकार है—

1. **एलेन** के अनुसार, "सूक्ष्म-शिक्षण सरलीकृत शिक्षण प्रक्रिया है जो छोटे आकार की कक्षा में थोड़े समय में सम्पन्न होती है।"
   ("Micro teaching is a scaled down teaching encounter in class size and class time." —Allen)

2. **बी.एम. शेर** के अनुसार, "सूक्ष्म-शिक्षण कम समय, कम छात्रों तथा कम शिक्षण क्रियाओं वाली प्रविधि है।"
   ("Micro teaching is real teaching, reduced in time, number of students and range of activities." —B.M. Shore)

3. **बी.के. पासी एवं एम.एस. ललिता** के मतानुसार, "सूक्ष्म-शिक्षण वह प्रशिक्षण तकनीक है जिसमें छात्र-अध्यापकों से यह अपेक्षा की जाती है कि उनके द्वारा किसी एक संप्रत्यय को थोड़े से विद्यार्थियों को कम समय में विशिष्ट शिक्षण कौशलों का प्रयोग करके पढ़ाएं।"

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

("Micro teaching is a training technique which requires student teachers to teach each a single concept using specified teaching skill to a small number of pupils in a short duration of time." —**B.K. Passi and M.S. Lalita**)

(Micro teaching is a training technique for pupil teacher where complexities of the normal classroom teaching are reduced in the following ways :

— A single teaching skill is practised at a time.
— The subject matter is limited to a single topic only.
— The number of students in a class in limited to 5-10.
— The duration of time is kept 5-10 minutes.)

4. **एल.सी. सिंह** के मतानुसार, "सूक्ष्म-शिक्षण एक सरलीकृत लघु रूप है जिसमें शिक्षण 5 छात्रों के समूह को 5 से 20 मिनट तक के समय में पाठ्य-वस्तु की एक छोटी-सी इकाई का शिक्षण प्रदान किया जाता है।"

("Micro teaching is a scaled down teaching encounter in which a teacher teaches a small unit of a group of 5 pupils for a small period of 5 to 20 minutes. —**L.C. Singh**)

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर हम इस निष्कर्ष पर पहुंचते हैं कि सूक्ष्म-शिक्षण की प्रक्रिया में किसी परिस्थिति में उस प्रकार का शिक्षण अभ्यास प्रदान किया जाता है जिसमें विद्यार्थियों की संख्या और पाठ की लंबाई में कटौती करते हुए किसी विशिष्ट शिक्षण कौशल पर केन्द्रित होकर कक्षा-कक्ष में पाई जाने वाली जटिलताओं को कम किया जाता है। सूक्ष्म-शिक्षण की विशेषताएं निम्नलिखित हैं—

1. सूक्ष्म-शिक्षण अध्यापक प्रशिक्षण में एक नवीन प्रयोग है।
2. यह शिक्षण का अति लघु और सरलीकृत रूप है जिसमें वास्तविक शिक्षण की जटिलताओं को कम करने के हर संभव प्रयास किये जाते हैं।
3. पाठ की समाप्ति पर तुरन्त प्रतिपुष्टि की जाती है।
4. यह अत्यधिक व्यक्तिगत प्रशिक्षण की तकनीक है।
5. इसमें सिर्फ एक ही कौशल पर एक समय में अभ्यास किया जाता है।
6. यह अध्यापक के प्रशिक्षण की एक तकनीकी है न कि विद्यार्थियों को पढ़ाने की कोई विधि।
7. शिक्षण कार्य में अनेक अति विशिष्ट कौशलों का समावेश होता है। परम्परागत शिक्षण द्वारा इन कौशलों में प्रवीण होना संभव नहीं है। सूक्ष्म-शिक्षण ही ऐसी तकनीक है जो इन कौशलों में कुशल होने का अवसर देती है।
8. विडियो टेप और क्लोज सर्किट टी.वी. के प्रयोग करने से निरीक्षण बहुत ही निष्पक्ष बन जाता है।
9. इसमें कम समय, छोटा कक्षा आकार, एक समय में एक ही कौशल तथा कम से कम विषय-वस्तु होने के कारण शिक्षण की जटिलताओं को कम किया जाता है।
10. शिक्षण-प्रशिक्षण कार्यक्रम नियंत्रण में रहता है। सूक्ष्म-शिक्षण को सूक्ष्म-शिक्षण इसलिए कहा जाता है क्योंकि इसके चारों तत्त्व सूक्ष्म होते हैं—कम से कम विद्यार्थी (5 से 10), कम से कम समय (6 से 10 मिनट), एक समय में एक ही कौशल तथा कम से कम विषय-वस्तु।

सूक्ष्म-शिक्षण की उपरोक्त विशेषताओं के संदर्भ में इसकी परिभाषा अब निम्नलिखित रूप में दी जा सकती है—

"सूक्ष्म-शिक्षण से अभिप्राय एक ऐसी विशिष्ट प्रशिक्षण तकनीक से है जिसके द्वारा कक्षा आकार, समय और विषय सामग्री को अल्प मात्रा में सीमित कर भावी अध्यापकों को कुछ विशिष्ट शिक्षण कौशलों के अभ्यास का समुचित अवसर देकर उनकी शिक्षण कला में निखार लाने का प्रयास किया जाता है।"

☛ **विभिन्न सोपानों और उनमें निहित क्रियाओं का उल्लेख करते हुए सूक्ष्म-शिक्षण प्रक्रिया का विस्तार से वर्णन कीजिए।**

उत्तर : सूक्ष्म-शिक्षण प्रक्रिया (Micro-Teaching Procedure)

सूक्ष्म-शिक्षण प्रक्रिया निम्न तीन अवस्थाओं में सम्पन्न होती है—

(A) सूक्ष्म-शिक्षण पूर्वावस्था व ज्ञानार्जन अवस्थन
(Pre-active Phase or Knowledge Acquisition Phase)

(B) सूक्ष्म-शिक्षण अवस्थन या कौशल-अर्जन अवस्थन
(Interactive Phase or Skill Acquisition Phase)

(C) सूक्ष्म-शिक्षण उत्तरावस्था या कौशल उपयोग अवस्थन
(Post-Active Phase or Transfer Phase)

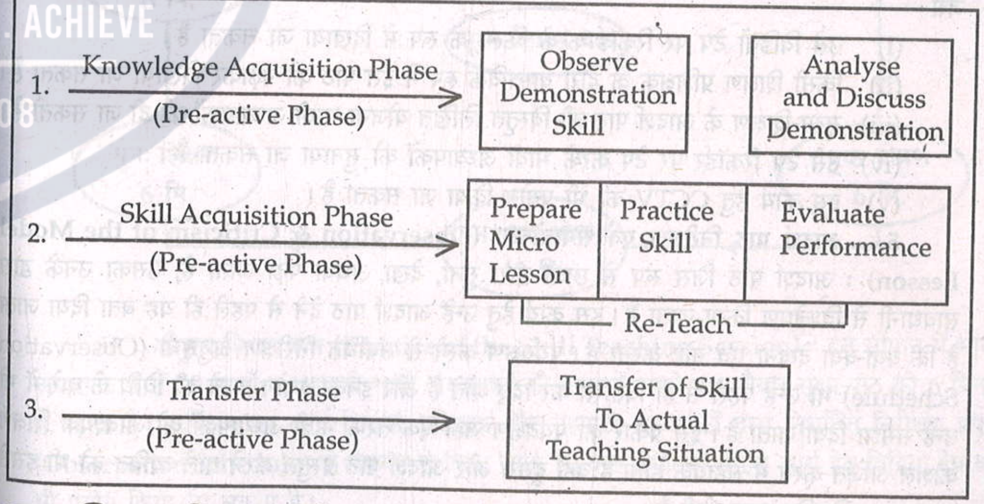
इनका विस्तारपूर्वक वर्णन इस प्रकार है—

(A) सूक्ष्म-शिक्षण पूर्वावस्था व ज्ञानार्जन अवस्थन : इस अवस्था में भावी अध्यापक उस कौशल के बारे में ज्ञान अर्जित करना चाहता है जो उसने प्रयोग में लाना होता है। उस कौशल से संबंधित विषय वस्तु पढ़ता है। भावी अध्यापक को प्रदर्शन पाठ का निरीक्षण भी करवाया जाता है जिसमें उस कौशल का उपयोग किया गया हो। पाठ का निरीक्षण करके प्रशिक्षण लेने वाला भावी अध्यापक उस कौशल का सैद्धांतिक तथा क्रियात्मक ज्ञान भी प्राप्त करता है।

(B) सूक्ष्म-शिक्षण अवस्था या कौशल अर्जन अवस्था : भावी अध्यापक काफी अभ्यास के उपरांत हस्त-कौशल प्राप्त करता है। वह सूक्ष्म-शिक्षण का पाठ तैयार करता है। अभ्यास करने हेतु उसे पढ़ाता है और फिर प्रतिपुष्टि (Feedback) द्वारा अपने पढ़ाए गए पाठ का मूल्यांकन करता है। वह परिवर्तन तथा सुधार के साथ पुनर्योजना (Replan) बनाता है और उसी पाठ को दोबारा पढ़ाता है। उसी कौशल पर निपुणता प्राप्त करने के लिए पढ़ाने के बाद उसे दोबारा प्रतिपुष्टि दी जाती है। इस प्रकार भावी अध्यापक भिन्न-भिन्न कौशलों को एक के बाद एक करते हुए सीखता है।

(C) सूक्ष्म-शिक्षण उत्तरावस्था या कौशल उपयोग अवस्था : इस अवस्था में भावी अध्यापक विविध कौशलों को एकत्रित करता है। कृत्रिम परिस्थितियों को छोड़कर वह वास्तविक कक्षा-कक्ष में जहां छात्रों की पूरी संख्या होती है, पढ़ाता है। उसके पाठ की अवधि 30-35 मिनट होती है और उसमें वह ज्ञानार्जन एवं कौशल अर्जन अवस्थन में बताए हुए तरीकों से प्राप्त सभी कौशलों को एकत्रित करके प्रयोग में लाना।

इन तीनों अवस्थाओं में सम्पन्न विभिन्न कार्यों की जानकारी निम्न चित्र द्वारा दर्शाया जा सकती है—



सूक्ष्म-शिक्षण की अवस्थाएं

उपरोक्त चित्र में दर्शाई गई अवस्थाओं एवं उनसे संबंधित कार्यों के आधार पर यदि अच्छी प्रकार से

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

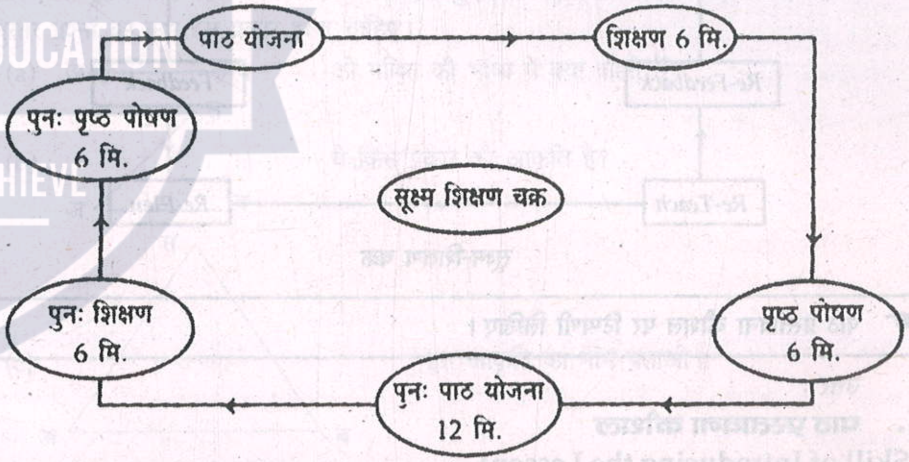
www.bmdeducation.org

सोचा-समझा जाए तो सूक्ष्म-शिक्षण अभ्यास पाठों के लिए अपनाई जाने वाली कार्यपद्धति में हमारे देश की परिस्थितियों के संदर्भ में निम्न सोपानों का समावेश होना आवश्यक है–

1. **सूक्ष्म-शिक्षण के बारे में सैद्धांतिक ज्ञान देना (Orientation About Micro-Teaching) :** प्रारम्भ में भावी अध्यापक को सूक्ष्म-शिक्षण संबंधी आवश्यक सैद्धांतिक जानकारी की दृष्टि से निम्न बातें बताई जानी चाहिए :
   - (i) सूक्ष्म-शिक्षण का संप्रत्यय एवं अर्थ
   - (ii) सूक्ष्म-शिक्षण का उपयोग अथवा महत्त्व
   - (iii) सूक्ष्म-शिक्षण की कार्य-पद्धति
   - (iv) सूक्ष्म-शिक्षण तकनीक को अपनाए जाने के लिए आवश्यक परिस्थितियां एवं साधन।
2. **शिक्षण कौशलों की चर्चा (Discussion of Teaching Skills) :** इस सोपान के अंतर्गत निम्न बातों का ज्ञान कराया जाना चाहिए–
   - (i) शिक्षण कार्य में इन शिक्षण कौशलों के उपयोग अथवा महत्त्व के विषय में चर्चा।
   - (ii) शिक्षण का शिक्षण कौशल घटकों (Component Teaching Skills) के रूप में विश्लेषण।
   - (iii) शिक्षण कौशलों के अंतर्गत शामिल अध्यापक व्यवहार संबंधी घटकों (Component Teaching Behaviour) की चर्चा।
3. **किसी विशिष्ट कौशल का चयन (Selection of a Particular Teaching Skill) :** सूक्ष्म-शिक्षण में किसी एक समय में एक शिक्षण कौशल का अभ्यास कराया जाता है। इसलिए भावी अध्यापकों को अभ्यास हेतु किसी एक कौशल का चुनाव करने के लिए प्रेरित किया जाता है। उन्हें कौशल का अभ्यास करने के लिए आवश्यक जानकारी एवं सामग्री भी प्रदान की जाती है। इस प्रकार की जानकारी प्राप्त करने के लिए राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान परिषद् (NCERT) से पर्याप्त सामग्री मिल सकती है।
4. **आदर्श पाठ (Ideal Lesson) :** इसके अंतर्गत प्रशिक्षणार्थियों के सामने शिक्षण कौशल का अभ्यास कराने से संबंधित एक आदर्श पाठ प्रस्तुत किया जाता है। इस आदर्श पाठ के माध्यम से भावी अध्यापकों से यह आशा की जाती है कि वे शिक्षण कौशल से संबंधित आवश्यक क्रियाओं तथा शिक्षण व्यवहार का अच्छी तरह अनुकरण कर लें। उपलब्ध साधन, परिस्थितियों और अभ्यास कराए जाने वाले शिक्षण-कौशल को ध्यान में रखते हुए एक आदर्श पाठ को विभिन्न विधियों द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है, जैसे–
   - (i) उसे विडियो टेप पर रिकॉर्ड करके फिल्म के रूप में दिखाया जा सकता है।
   - (ii) किसी शिक्षण प्रशिक्षक के द्वारा वास्तविक रूप में इस पाठ को पढ़ाकर दिखाया जा सकता है।
   - (iii) सूक्ष्म-शिक्षण के आदर्श पाठ की विस्तृत लिखित योजना भावी अध्यापकों को दी जा सकती है।
   - (iv) उसे टेप रिकॉर्डर पर टेप करके भावी अध्यापकों को सुनाया जा सकता है।
   - (v) इस कार्य हेतु CCTV का भी प्रयोग किया जा सकता है।
5. **आदर्श पाठ निरीक्षण एवं समालोचना (Observation & Criticism of the Model Lesson) :** आदर्श पाठ जिस रूप से छात्रों द्वारा सुना, देखा अथवा पढ़ा जाता है, उसका उनके द्वारा सावधानी से विश्लेषण किया जाता है। इस कार्य हेतु उन्हें आदर्श पाठ देने से पहले ही यह बता दिया जाता है कि क्या-क्या देखना एवं नोट करना है। पर्यवेक्षण करने से संबंधित निरीक्षण अनुसूची (Observation Schedule) भी उन्हें पहले से ही वितरित कर दिए जाते हैं और इनका प्रयोग करने की विधि के बारे में भी उन्हें समझा दिया जाता है। इस प्रकार का पर्यवेक्षण जहां एक तरफ भावी अध्यापकों को आवश्यक शिक्षण कौशल अर्जित करने में सहायक होता है वहीं दूसरी ओर आदर्श पाठ प्रस्तुत करने वाले व्यक्ति को भी इससे आवश्यक प्रतिपुष्टि प्राप्त होती है।
6. **सूक्ष्म पाठ-योजना की तैयारी (Preparation of Micro Lesson- Plan) :** इसके तहत भावी अध्यापकों से ये उम्मीद की जाती है कि वे संबंधित शिक्षण कौशल का अभ्यास करने हेतु किसी उचित उपविषय का चयन करके एक आदर्श पाठ-योजना तैयार करे। इस कार्य के लिए वह अपने प्राध्यापकों से परामर्श प्राप्त कर सकते हैं। वह शिक्षण-प्रशिक्षण पर उपलब्ध सामग्री एवं साहित्य का भी अध्ययन कर सकते हैं।

7. **सूक्ष्म-शिक्षण संबंधी उचित परिस्थितियों का निर्माण (Creation of Micro-Teaching Setting) :** इस सोपान के अंतर्गत एक शिक्षण कौशल का अभ्यास करने के लिए आवश्यक सुविधाएं जुटाने और उचित परिस्थितियों के निर्माण करने का प्रबंध किया जाता है। राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् (NCERT) में भारतीय परिवेश के संदर्भ में निम्न प्रारूप सुझाया है–
   - (i) विद्यार्थियों की संख्या–5 से 10 तक
   - (ii) विद्यार्थी–वास्तविक या सहपाठी भावी अध्यापक
   - (iii) पर्यवेक्षणकर्ता–प्राध्यापक एवं सहपाठी भावी अध्यापक
   - (iv) सूक्ष्म-पाठ की अवधि-6 मिनट
   - (v) **सूक्ष्म-शिक्षण चक्र (Micro-Teaching Cycle) :** सूक्ष्म-शिक्षण चक्र के एक स्तर की अवधि 36 मिनट है जिसका विभाजन निम्न प्रकार से किया गया है–

शिक्षण सत्र	6 मिनट
प्रतिपुष्टि सत्र	6 मिनट
पुनः योजना सत्र	12 मिनट
पुनः अध्यापक सत्र	6 मिनट
पुनः प्रतिपुष्टि सत्र	6 मिनट
कुल समय	**36 मिनट**



8. **कौशल शिक्षण सत्र (Practice of the Skill Teaching Session) :** इस सोपान में भावी अध्यापक 5 से 10 छात्रों व सहपाठी भावी अध्यापकों की कक्षा में अपने द्वारा तैयार सूक्ष्म-पाठ को 6 मिनट में पढ़ाता है। पर्यवेक्षण का कार्य शिक्षक, प्रशिक्षक और सहपाठी अध्यापकों द्वारा निर्धारित निरीक्षण प्रपत्र (Observation Schedule) के माध्यम से किया जाता है। कुछ स्थितियों में इस कार्य हेतु विडियो टेप का भी प्रयोग किया जा सकता है।
9. **विचार-विमर्श एवं प्रतिपुष्टि देना (Discussion and Providing Feed back) :** सूक्ष्म-शिक्षण की सबसे अधिक उपयोगिता इस बात में है कि भावी अध्यापक को अपने पढ़ाए पाठ की तत्काली प्रतिपुष्टि

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

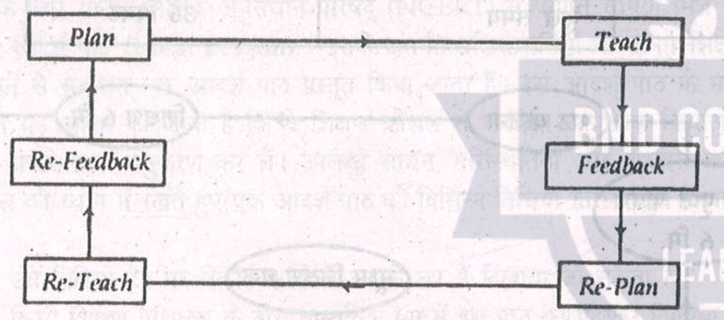
प्राप्त हो जाती है। किसी शिक्षण कौशल से संबंधित शिक्षा व्यवहार घटकों का प्रयोग उसके द्वारा किसी दूसरे रूप में किया गया है, उसका ज्ञान होने पर इन व्यवहारों का उपयुक्त परिमार्जन एवं संशोधन किया जा सकता है। अपने देश में इस प्रकार की प्रतिपुष्टि प्रायः शिक्षक, प्रशिक्षक एवं सहपाठी भावी अध्यापकों से जो एक पर्यवेक्षक के तौर पर कार्य करते हैं, मिलती है। प्रतिपुष्टि सबसे विचार-विमर्श करने के बाद दी जाती है। अगर संभव हो सके तो विडियो टेप, ऑडियो टेप एवं क्लोज सर्किट टेलीविजन आदि की भी सहायता इस कार्य के लिए ली जा सकती है।

10. पुनः पाठ-योजना बनाना (Re-Plan the Lesson) : भिन्न-भिन्न स्रोतों से प्राप्त प्रतिपुष्टि के आधार पर भावी अध्यापक अपने सूक्ष्म-शिक्षण पाठ की योजना पुनः बनाता है। इस कार्य के लिए उसे 12 मिनट का समय दिया जाता है। इस सत्र को पुनर्योजना सत्र कहा जाता है।

11. पुनः अध्यापन (Re-teach Session) : इस सत्र को पुनः शिक्षण सत्र का नाम दिया जाता है क्योंकि इस सत्र में 6 मिनट के समय में पुनर्निर्मित पाठ-योजना के आधार पर पुनर्व्यवस्थित शिक्षण परिस्थितियों में भावी अध्यापक अपने सूक्ष्म-शिक्षण पाठ को एक बार फिर पढ़ाता है।

12. पुनः प्रतिपुष्टि प्रदान करना (Re-Feedback Session) : पुनः बताए गए पाठ शिक्षण का शिक्षण प्रशिक्षक और सहयोगी भावी अध्यापकों द्वारा एक बार फिर पर्यवेक्षण किया जाता है और अंततः इसके द्वारा जरूरी प्रतिपुष्टि बनाई जाती है। यह सत्र 6 मिनट का होता है।

13. सूक्ष्म-शिक्षण चक्र की पुनरावृत्ति (Repitition of the Micro-teaching Cycle) : शिक्षण कौशल का अभ्यास करने के लिए प्रयुक्त सूक्ष्म-शिक्षण चक्र में योजना से लेकर पढ़ाने, प्रतिपुष्टि प्रदान करने, पुनः योजना बनाने, पुनः शिक्षण करने तथा पुनः प्रतिपुष्टि करने आदि से संबंधित विभिन्न कार्यों का समावेश होता है। इनके आपसी संबंध को निम्न चित्र द्वारा दर्शाया गया है—



सूक्ष्म-शिक्षण चक्र

☛ **पाठ प्रस्तावना कौशल पर टिप्पणी लिखिए।**

उत्तर :

1. पाठ प्रस्तावना कौशल
(Skill of Introducing the Lesson)

पाठ का आरम्भ ठीक प्रकार से होना उस पाठ को पढ़ाने में शिक्षक की सफलता को निश्चित करता है। पाठ प्रस्तावना कौशल से तात्पर्य शिक्षक द्वारा शाब्दिक एवं अशाब्दिक व्यवहारों तथा सहायक सामग्री और तकनीकों के प्रयोग संबंधी इस प्रकार की क्षमता अर्जित करने से है जिसके द्वारा छात्रों के साथ मानसिक और भावनात्मक संबंध स्थापित करते हुए उन्हें प्रस्तुत पाठ को पढ़ने की आवश्यकता का अनुभव कराया जाए। इस कौशल का उद्देश्य विद्यार्थियों को पाठ पढ़ने के लिए तैयार करना है, न कि नया ज्ञान देना है। विद्यार्थियों के पूर्व ज्ञान की पहचान की जाती है जो नया ज्ञान अर्जित करने का आधार बनता है। इस कौशल के अंतर्गत निम्न पांच व्यवहार घटकों (Component Behaviours) का समावेश है :

(i) पूर्व अनुभवों का उपयोग (Utilization of Previous Experiences) : पूर्व अनुभव नए ज्ञान का आधार होते हैं। नए पाठ को शुरू करने से पहले विद्यार्थियों को उससे संबंधित ज्ञान की जांच करना अति आवश्यक है। भावी अध्यापक को इस कार्य में दक्षता हासिल होनी चाहिए। जैसे—विद्यार्थियों को त्रिभुज के प्रकार उपकरण पढ़ाने से पहले भावी अध्यापक को इस बात की भलीभांति जांच कर लेनी चाहिए कि विद्यार्थी रेखा, कोण एवं त्रिभुज के विषय में ज्ञान रखते हैं। इस घटक के द्वारा विद्यार्थी नया पाठ पढ़ने के लिए प्रेरित होते हैं।

(ii) उचित प्रविधियों एवं तकनीकों का उपयोग (Use of Appropriate Devices and Techniques) : भावी अध्यापक को अपने पाठ को प्रस्तावित करने हेतु उचित प्रविधियों एवं तकनीकों का ज्ञान होना आवश्यक है। अगर पाठ की प्रस्तावना अच्छी प्रकार से होती है तो मान कर चलिए कि अध्यापक का 50% कार्य संपूर्ण हुआ। इसलिए इस कार्य हेतु अध्यापक निम्न दर्शाई गई प्राविधियों एवं तकनीकों को कार्य में ला सकता है—

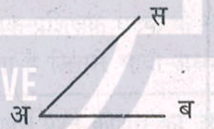
- प्रश्न पूछकर
- कोई कहानी सुनाकर
- व्याख्या एवं वर्णन करते हुए
- दृश्य-श्रव्य सहायक सामग्री का उपयोग करते हुए
- किसी वस्तु का प्रदर्शन करते हुए इत्यादि।

इन सबका उद्देश्य एक ही है कि विद्यार्थियों को नया ज्ञान ग्रहण करने के लिए मानसिक एवं संवेगात्मक रूप से तैयार करना।

(iii) सततृता बनाए रखना (Maintainence of Continuity)— इस घटक के अनुसार प्रस्तावना के संबंध में जो कुछ भी किया या अपनाया जाए उसमें सततृता एवं निरंतरता बनाए रखना अति आवश्यक है। अगर विद्यार्थियों से प्रश्न पूछे जाएँ तो उनका क्रम, तकनीक का प्रयोग करते समय इस बात पर ध्यान देना चाहिए कि दूसरा कार्य पहले कार्य पर आधारित होते हुए आगे बढ़े। जैसे—घटक (1) में दिए गए उदाहरण के अनुसार प्रश्नों का क्रम इस प्रकार होना चाहिए।

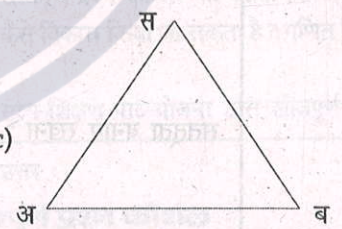
(a) अ ◀——▶ ब को गणित की भाषा में क्या कहते हैं?

(b)



ये किस प्रकार की आकृति है?

(c)



इस आकृति का नाम बताओ।

(iv) अवधि (Duration)—इस कौशल का चौथा घटक (Component) जो ध्यान देने योग्य है वह अवधि है। भावी अध्यापक को चाहिए कि पाठ को उचित अवधि में ही प्रस्तावित करे क्योंकि पाठ की इस अवस्था में विद्यार्थियों को पाठ से संबंधित ज्ञान नहीं दिया जाता, मगर पाठ को पढ़ने के लिए प्रेरित किया जाता है। पाठ की प्रस्तावना का समय 5 मिनट से अधिक नहीं होना चाहिए ताकि अध्यापक शेष समय में संपूर्ण पाठ पढ़ा सके।

(v) रुचि एवं अभिप्रेरणा पैदा करने की क्षमता (Capability of Creating Interest and Motivation) : पाठ प्रस्तावना कौशल का पांचवां घटक विद्यार्थियों की पाठ पढ़ने में रुचि एवं अभिप्रेरणा

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

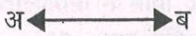
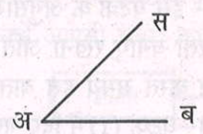
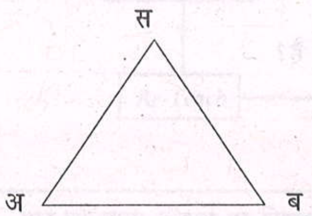
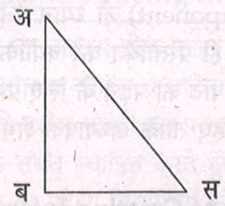
पैदा करना है। भावी अध्यापक उपरोक्त चारों घटकों का उपयोग इस प्रकार से करता है कि वे विद्यार्थियों को मानसिक एवं संवेगात्मक तौर पर नए पाठ को सीखने के लिए तैयार करने में सफल हो सकें।

पाठ प्रस्तावना कौशल के अभ्यास हेतु आदर्श सूक्ष्म पाठ-योजना
(A Model Micro Lesson-plan on the Skill of Introducing the Lesson)

भावी अध्यापक अनुक्रमांक : कक्षा : IX

विषय : गणित अवधि : 5 मिनट

उपविषय : समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल दिनांक : IX

अध्यापक क्रिया	छात्र क्रिया	घटक
छात्राध्यापिका चॉक बोर्ड पर एक सरल रेखा बनाकर पूछती है।  अ ब आकृति को गणित की भाषा में क्या कहते हैं?	सरल रेखा	पूर्व अनुभवों का उपयोग
जब दो सरल रेखाएँ एक बिन्दु पर मिलती हैं तो  गणित की भाषा में बनी ऐसी आकृति क्या कहलाती है?	कोण	उचित प्रविधि एवं तकनीक का उपयोग।
 आकृति Δअ ब स को क्या कहते हैं?	त्रिभुज	सततूता बनाए रखना
कोणों के आधार पर त्रिभुज कितने प्रकार के होते हैं?	तीन प्रकार	
 Δअ ब स किस प्रकार की त्रिभुज है?	समकोण त्रिभुज	

अध्यापक क्रिया	छात्र क्रिया	घटक
त्रिभुज अ ब स में भुजा ब स क्या कहलाती है?	आधार	रुचि एवं अभिप्रेरणा बनाना
त्रिभुज अ ब स में भुजा अ ब को क्या कहते हैं?	लम्ब	
Δअ ब स का क्षेत्रफल कितना होता है?	कोई प्रतिक्रिया नहीं	

अच्छा विद्यार्थियों आज हम समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के सूत्र का अध्ययन करेंगे।

निरीक्षण अनुसूची एवं रेटिंग स्केल
(Observation Scale-cum-Rating Scale)

क्रमांक (S.No.)	कौशल के घटक (Components of Skill)	संतोषजनक नहीं (1)	संतोषजनक (2)	सामान्य (3)	अच्छा (4)	बहुत अच्छा (5)
1.	पूर्व ज्ञान का उपयोग					
2.	उचित प्रविधियों एवं तकनीकों का उपयोग					
3.	सततूता बनाए रखना					
4.	पाठ प्रस्तावना की अवधि					
5.	पाठ में छात्रों की रुचि एवं अभिप्रेरणा पैदा करने की क्षमता					

शिक्षक-प्रशिक्षक घटक के सामने दी गई पाँच बिंदु स्केल में अपनी प्रतिक्रिया (√) का निशान लगाकर व्यक्त करता है जिससे भावी-अध्यापक को प्रतिपुष्टि प्राप्त होती है।

☛ **खोजपूर्ण प्रश्न कौशल का उसके विभिन्न घटकों सहित वर्णन कीजिए। इस कौशल का सूक्ष्म-शिक्षण द्वारा कैसे विकास किया जा सकता है? गणित विषय की एक सूक्ष्म-शिक्षण पाठ-योजना के आधार पर उत्तर दीजिए।**

अथवा

☛ **सूक्ष्म-शिक्षण पाठ-योजना द्वारा खोजपूर्ण प्रश्न कौशल का वर्णन कीजिए।** **[CRSU, 2018]**

उत्तर :

खोजपूर्ण प्रश्न कौशल
(Skill of Probing Questions)

कक्षा में अध्यापक ज्यादातर अपना कार्य प्रश्न-उत्तर विधि द्वारा संपन्न करता है। मगर अनेक बार अध्यापक के समक्ष ऐसी स्थिति आती है कि उसके द्वारा पूछे गए प्रश्न का उत्तर या तो विद्यार्थी नहीं देता या गलत उत्तर देता है। ऐसी स्थिति में अध्यापक को विद्यार्थियों से ठीक उत्तर प्राप्त करने के लिए अनेक प्रश्नों का सहारा लेना पड़ता है जो विद्यार्थी द्वारा दिए गए गलत उत्तर को ठीक उत्तर की ओर अग्रसर करते हैं। इस प्रकार के प्रश्न धीरे-धीरे ज्ञान की गहराई को नापते हैं एवं खोजपूर्ण स्वभाव के होते हैं। विद्यार्थियों द्वारा दिए गए सही उत्तर को भी अध्यापक उनकी बौद्धिक क्षमता मापने हेतु खोजपूर्ण प्रश्न पूछता है। इस कौशल का

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

उद्देश्य विद्यार्थियों को सोचने के लिए मजबूर करना है। इस कौशल के घटक निम्न प्रकार दर्शाए गए हैं—

(i) **अनुबोधन (Prompting) :** अनुबोधन का उपयोग उस अवस्था में किया जाता है जब अध्यापक द्वारा पूछे गए प्रश्न का उत्तर या तो विद्यार्थी नहीं देता या अपूर्ण, गलत एवं आंशिक उत्तर देता है, को सही करने के लिए किया जाता है। अनुबोधन के लिए भावी अध्यापक अनेक प्रकार की तकनीकों को काम में ला सकता है। जैसे—सुझाव देना, संकेत करना, पूछे गए प्रश्न की भाषा में परिवर्तन करते हुए या प्रश्न की लंबाई को कम करते हुए। भावी अध्यापक सही उत्तर निकलवाने के लिए थोड़ा उत्तर स्वयं भी दे सकता है या सरल प्रश्न पूछकर उसे आगे बढ़ाने के लिए प्रोत्साहित कर सकता है।

(ii) **अधिक सूचना प्राप्त करना (Seeking Further Information) :** यदि विद्यार्थी द्वारा बताए गए प्रश्न का उत्तर अधूरा अथवा आंशिक रूप से सही नहीं है तब भावी अध्यापक स्पष्टीकरण एवं विस्तारपूर्वक विचार करने की प्रक्रिया की सहायता लेकर उसका उत्तर पूर्ण करवाता है। भावी अध्यापक को विद्यार्थियों से अधिक स्पष्टीकरण हेतु कुरेदना पड़ता है। अधिक सूचना प्राप्त करने के लिए खोजपूर्ण प्रश्न कई रूपों में पूछे जा सकते हैं। जैसे—अपने उत्तर के स्पष्टीकरण हेतु कोई उदाहरण, परिभाषा एवं तर्क दीजिए, इसके बारे में तुम और क्या बता सकते हो? इसको और स्पष्ट करने के लिए क्या करेंगे? इत्यादि। इस प्रकार के प्रश्न विद्यार्थी को सोचने के लिए मजबूर करते हैं।

(iii) **पुनः केन्द्रण (Re-Focusing) :** भावी अध्यापक इसका सहारा तब लेता है जब विद्यार्थी द्वारा सही उत्तर दिया जाता है। एक तो विद्यार्थी द्वारा दिया गया उत्तर भावी अध्यापक कक्षा के सभी विद्यार्थियों को बताने हेतु प्रस्तुत करता है, दूसरा यह देखने के लिए कि विद्यार्थी ने पूर्ण समझदारी से उत्तर दिया, वही रटा-रटाया अथवा संयोगवश उत्तर तो नहीं। इस कार्य हेतु अध्यापक सही उत्तर देने वाले विद्यार्थी से कुछ इस प्रकार प्रश्न पूछता है जैसे—"क्या आप अपने उत्तर की पुष्टि में कोई उदाहरण पेश कर सकते हो या अपने वातावरण से संबंधित इसका क्या उपयोग हो सकता है? इत्यादि।"

(iv) **पुनः निर्देशन (Re-Direction) :** इस घटक का उपयोग भावी अध्यापक उस स्थिति में करता है जब उसके द्वारा प्रश्न का उत्तर देने में विद्यार्थी असमर्थ होता है। विद्यार्थी से ठीक उत्तर निकालने के लिए भावी अध्यापक उपरोक्त तीनों घटकों का उपयोग करने के उपरांत भी विद्यार्थी से ठीक उत्तर प्राप्त करने में असफल रहता है। उस स्थिति में भावी अध्यापक वही प्रश्न किसी दूसरे विद्यार्थी से पूछता है, दूसरे शब्दों में हम कह सकते हैं कि यदि अनुबोधन के बाद भी कोई विद्यार्थी प्रश्न का उत्तर न दे सके तो वह प्रश्न अन्य दूसरे विद्यार्थी से पूछा जाना पुनः निर्देशन कहलाता है।

(v) **समीक्षात्मक अभिज्ञता वृद्धि (Increasing Critical Awareness) :** ये घटक भावी अध्यापक उस समय प्रयोग करता है जब पूछे गए प्रश्न का उत्तर विद्यार्थी सही देता है। इसके द्वारा विद्यार्थी के समीक्षात्मक अभिज्ञता में वृद्धि की जा सकती है। विद्यार्थी द्वारा किए गए सही उत्तर पर जब भावी अध्यापक क्यों और कैसे जैसे प्रश्न पूछता है तो इस घटक को छूता है। भावी अध्यापक सही उत्तर देने वाले विद्यार्थियों से खोजपूर्ण प्रश्न पूछने का प्रयत्न करता है। वह जानना चाहता है कि विद्यार्थी किस गहराई तक जा सकता है ताकि इस कौशल के उद्देश्य की पूर्ति हो सके।

खोजपूर्ण प्रश्न कौशल के अभ्यास हेतु आदर्श सूक्ष्म पाठ-योजना
(A Model Micro-Lesson Plan on the Skill of Probing Questions)

भावी अध्यापक अनुक्रमांक :   कक्षा : सातवीं

विषय : गणित   अवधि : 6 मिनट

उपविषय : वर्ग के चारों ओर बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात करना

भावी अध्यापक क्रियाएँ	छात्र क्रियाएँ	घटक
अध्यापक चॉकपट्ट पर वर्गाकार आकृति बनाकर विद्यार्थियों से पूछता है कि ये कौन-सी आकृति है?	वर्गाकार	अनुबोधन
वर्ग के चारों ओर बाड़ लगाने का खर्च कैसे ज्ञात किया जा सकता है?	मौन	अधिक सूचना प्राप्त करना
अच्छा! विद्यार्थियों ये बताएँ कि बाड़ लगाने का खर्चा निकालने हेतु कौन-कौन सी बातों की आवश्यकता पड़ेगी?	बाड़ लगाने के लिए तय दूरी	अनुबोधन
इसके अतिरिक्त और कोई बात?	बाड़ लगाने की दर	अधिक सूचना प्राप्त करना
वर्गाकार क्षेत्र में बाड़ कहाँ-कहाँ लगाई जाएगी?	चारों भुजाओं पर	पुनः केन्द्रण
वर्ग में चारों भुजाओं का योग क्या कहलाता है?	परिमाप	समीक्षात्मक अभिज्ञता वृद्धि
परिमाप (बाड़ लगाने की दूरी) ज्ञात करने के उपरांत हम बाड़ लगाने का खर्चा कैसे ज्ञात करेंगे?	कुल दूरी को दी गई बाड़ लगाने की दर से गुणा करके।	अधिक सूचना प्राप्त करना
वर्गाकार क्षेत्र में बाड़ लगाने का खर्च ज्ञात करने का सूत्र क्या होता है?	वर्ग का परिमाप × प्रति इकाई बाड़ लगाने का खर्च	समीक्षात्मक अभिज्ञता वृद्धि

निरीक्षण अनुसूची एवं रेटिंग स्केल
(Observation Schedule-cum-Rating Scale)

क्रमांक (S.No.)	कौशल के घटक (Components of Skill)	रेटिंग स्केल (Rating Scale) (1) (N.S.)	(2) (S)	(3) (A)	(4) (G)	(5) (VG)
1.	अनुबोधन (Prompting)					
2.	अधिक सूचना प्राप्त करना (Seeking Further Information)					
3.	पुनः केन्द्रण (Re-focusing)					
4.	समीक्षात्मक अभिज्ञता वृद्धि (Increasing Critical Awareness)					

नोट : (i) N.S. = Not Satisfactory (संतोषजनक नहीं)
S. = Not Satisfactory (संतोषजनक नहीं)
A = Average (सामान्य)
G. = Good (अच्छा)
VG. = Very Good (बहुत अच्छा)

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(ii) शिक्षक-प्रशिक्षक (Teacher-Educator) घटक के सामने दी गई पांच बिंदु (Five Points) स्केल में अपनी प्रतिक्रिया (√) के निशान लगाकर व्यक्त करता है जिससे भावी अध्यापक को प्रतिपुष्टि प्राप्त होती है।

☛ **व्याख्या कौशल से क्या अभिप्राय है? गणित शिक्षण की एक सूक्ष्म पाठ-योजना द्वारा इस कौशल से संबंधित शिक्षण व्यवहारों के उचित अभ्यास पर प्रकाश डालिये।**

उत्तर :

व्याख्या कौशल
(Skill of Explaining)

व्याख्या का अर्थ (Meaning of Explaining) : साधारण शब्दों में किसी भी जटिल या गूढ़ भाव आदि को श्रोता या विद्यार्थी के पूर्व संचित ज्ञान व अनुभव का सहारा लेकर स्पष्ट करना ही व्याख्या कहलाता है। अतः व्याख्या का मुख्य उद्देश्य किसी भी जटिल विषय में छिपे तत्त्व-बोध, भाव-बोध आदि को स्पष्ट करना, उसके सौन्दर्य को छात्रों के सम्मुख करना है। ऐसी दशा में शिक्षक विषय में आए जटिल शब्दों, वाक्यों के अर्थ को स्पष्ट करना है, उनके प्रसंग को समझाकर संपूर्ण विषय का आत्मसात् करने में सहायता करता है। यह कार्य केवल वही शिक्षक कर सकता है जिसका भाषा पर पूरा अधिकार होगा, जिसके पास विशाल शब्द-भण्डार होगा और जो अपने विषय का कुशल ज्ञाता होगा। परन्तु इस संबंध में अध्यापक को निम्नलिखित सावधानियां ध्यान में रखनी चाहिए–

1. विषय की व्याख्या सही व स्पष्ट होनी चाहिए।
2. व्याख्या का उतना ही विस्तार होना चाहिए जिससे विषय में निहित समस्त बातों को उचित ढंग से स्पष्ट किया जा सके।
3. व्याख्या में शुद्ध, सरल व मानक भाषा एवं संकेतों का प्रयोग होना चाहिए।
4. व्याख्या करने से पहले ये निश्चित कर लेना चाहिए कि सभी विद्यार्थियों का ध्यान विषय की ओर है तथा वह एकाग्रचित होकर अध्यापक को सुन रहे हैं।
5. व्याख्या सुनते समय विद्यार्थियों का ध्यान विचलित न हो इसलिए बीच-बीच में बताई गई बातों के बारे में प्रश्न पूछते रहना चाहिए।

व्याख्या कौशल के घटक
(Components of Explaining Skill)

यह स्पष्ट हो चुका है कि शिक्षक-प्रक्रिया में व्याख्या कौशल का विशेष महत्त्व है। सूक्ष्म-शिक्षण में भावी शिक्षक को व्याख्या कौशल में निपुण करने के लिए उसे अनेक घटकों से गुजरना पड़ता है। सूक्ष्म-शिक्षण में व्याख्या कौशल की निपुणता के लिए प्रशिक्षक यह सुनिश्चित करता है कि भावी शिक्षक कठिन कथन एवं सामग्री को कुशलतापूर्वक छात्रों के समक्ष सरल और सहज बनाकर स्पष्ट करने में सक्षम है क्योंकि शिक्षक का ज्ञान छात्रों के ज्ञान की तुलना में अधिक विस्तृत होता है, विषय पर उसका अधिक नियंत्रण होता है, भाषा पर उसका अधिक अधिकार होता है। अतः व्याख्या करते समय उसे इन योग्यताओं का सदुपयोग करना चाहिए। उपकरण से संबंधित कठिनाइयों को दूर करने के लिए एवं नवीन उपकरण हेतु व्याख्या कौशल अति आवश्यक है। व्याख्या कौशल के मुख्य घटकों का विस्तारपूर्वक वर्णन निम्न प्रकार है–

कौशल घटक
(Components of the Skill)

(i) **उपयुक्त प्रारंभिक कथनों का उपयोग (Using Appropriate begining Statement) :** प्रारम्भिक कथन द्वारा भावी अध्यापक कक्षा में यह घोषणा करता है कि वह किस विचार या संप्रत्यय की व्याख्या करना चाहता है। इससे विद्यार्थी व्याख्या को सुनने, समझने के लिए तैयार हो जाते हैं।

(ii) **निष्कर्षात्मक कथनों का प्रयोग (Using Concluding Statement) :** इस घटक में भावी अध्यापक मूल विषय या संप्रत्यय को स्पष्ट कर उसका निष्कर्ष छात्रों के समक्ष प्रस्तुत करता है। निष्कर्षात्मक कथनों का प्रयोग व्याख्या के तुरंत बाद संपूर्ण व्याख्या के सार रूप में प्रस्तुत करने के लिए किया जाता है।

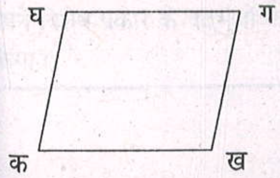
(iii) **व्याख्या सेतुओं का प्रयोग (Using Explaining Links) :** किसी नियम एवं संप्रत्यय आदि की व्याख्या करने के लिए काम में लाए जाने वाले विभिन्न कथनों में निरन्तरता बनाए रखने हेतु इन शब्द सेतुओं का भावी अध्यापक को प्रयोग करना चाहिए। इन शब्द सेतुओं के कुछ उदाहरण इस प्रकार हैं जैसे–क्योंकि, ताकि, जबकि, अर्थात्, फलस्वरूप, अपेक्षाकृत इत्यादि।

(iv) **आवश्यक बिंदुओं पर ध्यान देना (Considering Essential Points) :** किसी संप्रत्यय को समझने से संबंधित व्याख्या अपने आप में अधिक से अधिक पूर्ण होनी चाहिए। जो भी मुख्य और आवश्यक बातें संप्रत्यय को भली-भांति स्पष्ट करके अधिक से अधिक बोध (Understanding) करा सके, उनकी ओर पूरा-पूरा ध्यान देना चाहिए।

(v) **बोध परीक्षण (Testing Understanding) :** जिस संप्रत्यय नियम की व्याख्या की गई है क्या छात्रों ने उसे ठीक प्रकार से समझा है इसकी परीक्षा बोधात्मक प्रश्न पूछकर भी की जा सकती है। ये व्याख्या कौशल का अंतिम घटक है, जब भावी अध्यापक नियम एवं प्रयोग की एक बार व्याख्या कर चुका होता है तब उसे चाहिए कि वह व्याख्या से संबंधित प्रश्न विद्यार्थियों से पूछे ताकि वह जान सके कि विद्यार्थियों ने कहां तक ग्रहण किया।

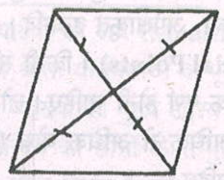
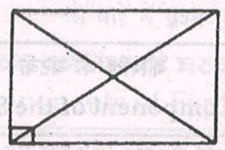
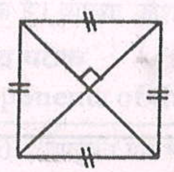
व्याख्या कौशल के अभ्यास हेतु आदर्श पाठ-योजना
(A Model Micro-Lesson Plan on the Skill of Explaining)

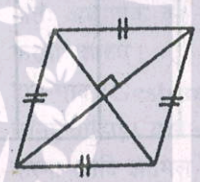
भावी अध्यापक अनुक्रमांक : कक्षा : आठवीं
विषय : गणित अवधि : 8 मिनट
उपविषय : विशेष प्रकार के चतुर्भुज दिनांक : ....

भावी अध्यापिका क्रियाएँ (Prospective Teacher Activities)	छात्र क्रियाएँ (Student Activities)	कौशल के घटक (Component of the Skill)
भावी अध्यापिका विद्यार्थियों से कहती है कि प्रिय विद्यार्थियों, आज हम विशेष प्रकार के चतुर्भुज का अध्ययन करेंगे। भावी अध्यापिका आकृति दिखाकर छात्रों से पूछती है कि ये किस प्रकार की आकृति है? 	चतुर्भुज	

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE

www.bmdeducation.org

भावी अध्यापिका क्रियाएँ (Prospective Teacher Activities)	छात्र क्रियाएँ (Student Activities)	कौशल के घटक (Component of the Skill)
विद्यार्थियो, आज हम आयत, वर्ग, समलम्ब तथा समानांतर चतुर्भुजों का अध्ययन करेंगे। आप में से जो विद्यार्थी समानांतर चतुर्भुज के बारे में जानता है, हाथ खड़ा कीजिए।	विद्यार्थी ध्यानपूर्वक सुनते हैं। छात्र मौन रहते हैं।	प्रारंभिक कथन
समानांतर चतुर्भुज एक ऐसी चतुर्भुज है :  – जिसकी सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं। – सम्मुख कोण समान होते हैं। – विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं। – प्रत्येक विकर्ण समानांतर चतुर्भुज के क्षेत्रफल को दो बराबर भागों में बाँटता है।	विद्यार्थी ध्यानपूर्वक सुनते हैं और अपनी कॉपियों में नोट करते हैं।	व्याख्या सेतुओं का प्रयोग
आयत एक ऐसी समानांतर चतुर्भुज है जिसका एक कोण समकोण होता है।  भावी अध्यापिका बताती है किसी आयत में – सभी कोण समान होते हैं। – विकर्ण समान होते हैं।	विद्यार्थी ध्यानपूर्वक सुनते हैं और अपनी कॉपियों में नोट करते हैं।	व्याख्या सेतुओं का प्रयोग
वर्ग एक ऐसा आयत है जिसकी संलग्न (Adjacent) भुजाएँ समान होती हैं। 	विद्यार्थी ध्यानपूर्वक सुनते हैं और अपनी कॉपियों में नोट करते हैं।	व्याख्या सेतुओं का प्रयोग

भावी अध्यापिका क्रियाएँ (Prospective Teacher Activities)	छात्र क्रियाएँ (Student Activities)	कौशल के घटक (Component of the Skill)
भावी अध्यापिका व्याख्यान करने हेतु बताती है कि किसी भी वर्ग में – विकर्ण समान होते हैं। – विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर काटते हैं। – विकर्ण वर्ग की प्रत्येक भुजा के साथ 45° का कोण बनाते हैं।	-	निष्कर्षात्मक कथनों का प्रयोग
आयत और वर्ग में समानता क्या होती है?	विकर्ण	बोध परीक्षण
समचतुर्भुज एक ऐसा चतुर्भुज है जिसकी सभी भुजाएँ समान होती हैं। 	विद्यार्थी सुनते हैं।	
भावी अध्यापिका समचतुर्भुज की व्याख्या हेतु बताती है – इसकी सभी भुजाएँ समान होती हैं। – इसमें बने विकर्ण एक दूसरे को समकोण पर काटते हैं। – विकर्ण समचतुर्भुज के कोणों को समद्विभाजित करते हैं।	विद्यार्थी सुनते हैं।	आवश्यक बिंदुओं पर ध्यान
अंत में भावी अध्यापिका बतलाती है कि वह चतुर्भुज जिसकी आमने-सामने की भुजाएँ समान हों, आयत और यदि चारों भुजाएँ समान हों, वर्ग कहलाती है।	विद्यार्थी सुनते हैं।	
समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समांतर होती है एवं समचतुर्भुज की सभी भुजाएँ समान होती हैं। अतः प्रिय विद्यार्थियों, आज हमने विशेष प्रकार के चतुर्भुजों का अध्ययन किया।		निष्काशात्मक कथनों का प्रयोग

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN BELIEVE ACHIEVE
EST 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

निरीक्षण अनुसूची एवं रेटिंग स्केल
(Observation Schedule-cum-Rating Scale)

क्रमांक (S.No.)	कौशल के घटक (Components of Skill)	रेटिंग स्केल (Rating Scale)				
		(1) (N.S.)	(2) (S)	(3) (A)	(4) (G)	(5) (VG)
1.	उपयुक्त प्रारम्भिक कथनों का उपयोग (Using Appropriate begining statement)					
2.	निष्कर्षात्मक कथनों का प्रयोग (Using Concluding Statement)					
3.	व्याख्या सेतुओं का प्रयोग (Using Explaining Links)					
4.	आवश्यक बिंदुओं पर ध्यान देना (Considering Essential Points)					
5.	बोध परीक्षण (Testing Understanding)					

नोट : (i) N.S. = Not Satisfactory (संतोषजनक नहीं)
(ii) S. = Satisfactory (संतोषजनक)
(iii) A = Average (सामान्य)
(iv) G. = Good (अच्छा)
(v) V.G. = Very Good (बहुत अच्छा)

☛ **उद्दीपक परिवर्तन कौशल से क्या अभिप्राय है? गणित विषय की एक सूक्ष्म पाठ-योजना के द्वारा इस कौशल से संबंधित शिक्षण व्यवहारों के उचित अभ्यास पर प्रकाश डालिये।**

उत्तर :

उद्दीपन परिवर्तन कौशल
(Skill of Stimulus Variation)

उद्दीपन परिवर्तन कौशल का अर्थ (Meaning of the Skill of Stimulous Variation) : अध्यापक सदैव चाहता है कि उसका शिक्षण प्रभावशाली बने। अपने पाठ को सफल बनाने के लिए वह विद्यार्थियों से प्रश्न पूछता है, चॉकपट्ट की ओर इशारा करता है, चित्र दिखाता है, उदाहरण देता है, बोलकर बताता है, नयन-संकेत व हस्त-संकेत एवं शारीरिक संचालन इत्यादि करता है। इन उद्दीपनों का प्रयोग करके विद्यार्थियों का ध्यान अपनी ओर एवं विषय-वस्तु की ओर आकर्षित करता है। शिक्षक का यह प्रयास एक जादूगर के समान होता है जो विभिन्न प्रकार के साधनों द्वारा छात्र रूपी दर्शक वर्ग का ध्यान अपनी ओर आकर्षित करता है, जिसमें वह रुचि और आनन्द के साथ जादूगर (शिक्षक) के खेल को पर्याप्त समय तक देखते रहते हैं। अध्यापक को पढ़ाते समय कक्षा में एक ही मुद्रा में खड़ा होने से विद्यार्थियों की पढ़ने में अरुचि उत्पन्न होने लगती है। उद्दीपन परिवर्तन कौशल द्वारा वह अपनी शिक्षण प्रक्रिया को पूर्ण रूप से सार्थक, सफल, आकर्षक, रुचिकर एवं सजीव बना सकता है। अध्यापक को एक ही उद्दीपन को लंबे समय तक उपयोग करने से छात्रों का ध्यान पाठ से हटकर कहीं और चला जाता है इसलिए उद्दीपनों के प्रयोग में

परिवर्तन लाना अध्यापक के लिए लाभप्रद होता है। शिक्षक द्वारा छात्रों का ध्यान अपनी ओर आकर्षित करने के लिए अपनी शारीरिक मुद्रा, हाव-भाव, अंग-संचालन, आवाज में आरोह-अवरोह में परिवर्तन करना अति आवश्यक एवं उपयोगी होता है।

उद्दीपन परिवर्तन कौशल के घटक
(Components of the Stimulous Variation Skill)

उद्दीपन परिवर्तन की ऊपर दी गई परिभाषा के अनुसार इस कुशलता के घटकों की रूपरेखा निम्न प्रकार है–

1. **गतिशीलता (Movement) :** गतिशील वस्तुएं स्थिर वस्तुओं की अपेक्षा ज्यादा अच्छी तरह से आकर्षित करती हैं। अध्यापक को कक्षा में पढ़ाते समय कभी भी एक ही जगह, एक ही स्थिति में रहकर नहीं पढ़ाना चाहिए। उसे आवश्यकतानुसार अपने शरीर और अंगों का संचालन करते हुए पढ़ाना चाहिए। अपने शारीरिक संचालन में विविधता लानी चाहिए। इस अंग-संचालन में उसे अति नहीं करनी चाहिए। अति करने से लाभ के स्थान पर हानि भी हो सकती है। अति से अध्यापक हास्य का पात्र भी बन सकता है, जिससे विद्यार्थियों का ध्यान भंग हो सकता है। अतः अध्यापक को उपयुक्त अंग-संचालन करके विद्यार्थियों का ध्यान अपनी ओर आकर्षित करना चाहिए।
2. **हाव-भाव (Gestures) :** सफल, रोचक और आकर्षक शिक्षण के लिए हाव-भाव में परिवर्तन लाना चाहिए। यथा–मुख-मुद्रा में हंसना, मुस्कुराना, भौंह चढ़ाना, मुख का लाल करना, क्रोध करना आदि शामिल हैं। अध्यापक हाथों के संकेत से बहुत अच्छी अभिव्यक्ति कर सकता है। संचालन मुद्रा, हाथ-पैरों तथा अन्य अंगों द्वारा किए गए संकेत आदि सभी इस श्रेणी में आते हैं। इन हाव-भावों से विद्यार्थियों के ध्यान को कक्षा-शिक्षण में आकर्षित एवं केंद्रित करने का कार्य अच्छी तरह से किया जा सकता है।
3. **स्वरों में आरोह-अवरोह (Change in Speech Pattern) :** जब अध्यापक शिक्षण के समय अपनी बात मौखिक रूप में विद्यार्थियों के समक्ष रखना चाहता है तो उसमें शिक्षक अपनी आवाज को कभी द्रुत वृत्ति से, कभी अध्ययन वृत्ति से और कभी विलंबित वृत्ति से बोलने में परिवर्तन करना चाहिए। ऐसा करने से वह अपने भावों को अच्छी प्रकार से स्पष्टीकरण कर सकता है। वाक्कला में परिवर्तन लाने से छात्रों का ध्यान कक्षा-कार्य की ओर आकर्षित और केन्द्रित हो जाता है।
4. **केन्द्रण (Focusing) :** इस कौशल का प्रयोग उस समय किया जाता है जब विद्यार्थियों का ध्यान पाठ की वस्तु, शब्द, विचार, संप्रत्यय, प्रनियम आदि किसी विशेष बिंदु पर केन्द्रित करना होता है जिससे विद्यार्थियों का पाठ आगे बढ़ाया जाए अन्यथा उसे समझाने में कठिनाई आ जाएगी। इसमें अध्यापक मौखिक कथनों का प्रयोग करता है। जैसे–इस मानचित्र को देखिए, इधर ध्यान दीजिए, श्यामपट्ट पर लिखे वाक्यों पर विचार कीजिए। अध्यापक के ऐसा करने से छात्रों का ध्यान उस बिंदु पर आकर्षित होता है।
5. **अंतःक्रिया शैली परिवर्तन (Change in Interaction Style) :** जब दो या अधिक व्यक्ति परस्पर मौखिक बातें करते हैं तो इस मौखिक क्रिया को अंतःक्रिया शैली परिवर्तन कहते हैं। अंतःक्रिया शैली के प्रमुख तीन प्रकार हैं–
इसमें अध्यापक और किसी एक विद्यार्थी का परस्पर वार्तालाप होता है। कभी सारी कक्षा के विद्यार्थियों के साथ अध्यापक का वार्तालाप चलता है। कभी विद्यार्थियों के मध्य में ही परस्पर संप्रेक्षण चलता है। इस स्थिति में अध्यापक का कर्तव्य है कि वह इस क्रिया पर उचित नियंत्रण रखें और स्वतः ही अंतःक्रिया परिवर्तन का प्रयोग कर अपने पठन को आकर्षक और प्रभावशाली

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

बना सकता है अन्यथा शिक्षण नीरस और प्रभावहीन बन जायेगा।

6. **विराम (Pausing) :** यदि अध्यापक शिक्षण कार्य करते समय कुछ देर के लिए मौन धारण कर ले और उसके पढ़ाने में कुछ समय के लिए विराम आ जाए तो इसे विराम के नाम से पुकारा जाता है। विद्यार्थियों के ध्यान को आकर्षित और केन्द्रित करने का यह एक उपयोगी साधन है। अध्यापक के अचानक चुप हो जाने पर सभी विद्यार्थियों का ध्यान उसकी ओर आकर्षित एवं केन्द्रित हो जाता है। इसलिए अध्यापक को कक्षा-शिक्षण में ध्यान आकर्षित करने हेतु इस तकनीक का अभ्यास करना चाहिए। इस स्थिति में 2-3 सैकिंड का अल्प मौन ही अधिक प्रभावशाली रहता है।

7. **मौखिक दृश्य बदलाव (Oral Visual Switching) :** इसका अर्थ यह है कि अध्यापक विद्यार्थियों को समझाने के लिए जिन ज्ञानेन्द्रियों को काम में लाता है उनमें परिवर्तन करना है। ऐसे कुछ परिवर्तनों का उदाहरण जैसे—सुनने की बजाय देखना, अध्यापक द्वारा बोलने की बजाय चॉकपट्ट पर लिखना एवं चॉकपट्ट पर कुछ लिखने की बजाय कुछ प्रदर्शन करना आदि। इन क्रियाओं को मौखिक दृश्य बदलाव भी कहा जा सकता है। ध्यान और अभिप्रेरणा का स्तर बनाए रखने के लिए इन युक्तियों का उपयोग किया जा सकता है। ये युक्तियां निम्नलिखित तीन प्रकार की होती हैं—

   (i) **मौखिक-दृश्य (Oral-Visual) :** जैसे भावी अध्यापक बोलते हुए चॉर्ट दिखाता है और मौखिक से दृश्य की ओर बढ़ता है। यदि भावी अध्यापक फिर बोलना शुरू कर देता है तो इस परिवर्तन को दृश्य से मौखिक की ओर कहेंगे।

   (ii) **मौखिक/मौखिक दृश्य (Oral/Oral-Visual) :** यदि भावी अध्यापक बोलते हुए चॉर्ट दिखलाता है और उसके विभिन्न भागों के बारे में बताता है तो इस प्रकार के परिवर्तन को मौखिक से मौखिक-दृश्य की ओर कहेंगे।

   (iii) **दृश्य/मौखिक-दृश्य (Visual/Oral-Visual) :** भावी अध्यापक बिना बोले एक प्रयोग को प्रदर्शित करता है और फिर चॉकपट्ट पर आरेख बनाकर उसकी मदद से नियम या सिद्धांत को समझाता है तो यह परिवर्तन दृश्य से मौखिक-दृश्य की ओर बढ़ाना कहा जाता है।

8. **विद्यार्थियों का क्रियात्मक सहयोग (Physical Involvement of the Students) :** कक्षा-शिक्षण में छात्र अनेक प्रकार से अपना क्रियात्मक सहयोग देते हैं। अध्यापक छात्रों को श्यामपट्ट पर लिखने के लिए आमंत्रित करता है, कभी छात्रों को समझाने के लिए बुलाता है, प्रयोगों-परीक्षणों में अध्यापक उनका सहयोग लेता है। कभी-कभी विद्यार्थी विचार संबंधी अभिनय अथवा क्रिया पाठों में अपना सहयोग देते हैं। इस प्रकार विभिन्न सहयोगों में परिवर्तन या विविधता लाने से अध्यापक को शिक्षण वस्तु पर विद्यार्थियों का ध्यान आकर्षित एवं केन्द्रित करने में बड़ी सहायता मिल सकती है।

उद्दीपन परिवर्तन कौशल के अभ्यास हेतु आदर्श पाठ-योजना
(A Model Micro-Lesson Plan on the Skill of Stimulus Variation)

छात्रा-अध्यापक अनुक्रमांक :   कक्षा : नौवीं
विषय : गणित   अवधि : 8 मिनट
उपविषय : बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल   दिनांक : ....

छात्रा-अध्यापक क्रियाएँ	छात्र क्रियाएँ	घटक
छात्रा-अध्यापक चाकपट्ट पर बेलन की आकृति बनाकर छात्रों से पूछेगी कि इस आकृति को गणित में क्या कहते हैं?	बेलन	
बेलनाकार आकृति का कोई उदाहरण दीजिए।	गेहूँ डालने की टंकी	
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल निकालने का सूत्र क्या होता है? (छात्रा-अध्यापक कुछ देर के लिए रुकती है) छात्रों, आओ देखें (आवाज पर जोर देते हुए)	मौन	विराम स्वरों में आरोह-अवरोह
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कैसे निकाला जाता है?	ध्यानपूर्वक सुनते हैं	मौखिक दृश्य बदलाव
(बेलन का त्रि-आयामी चित्र प्रस्तुत करके चार्ट छात्रों को दिखाते हुए) ध्यान से देखिए, यह बेलन किन-किन भागों से मिलकर बना है?	ऊपर नीचे दो वृत्ताकार भाग हैं तथा बीच में नलकी जैसा भाग।	मौखिक दृश्य बदलाव
शाबाश, अब हम तीनों भागों को अलग-अलग जाँचते हैं। (छात्रा अध्यापक संकेत से तीनों भागों की ओर इशारा करते हुए।)	छात्र ध्यानपूर्वक सुनते एवं देखते हैं।	गतिशीलता
ऊपर का भाग कैसा दिखाई देता है?	वृत्ताकार	हाव-भाव
नीचे के भाग की आकृति कैसी है?	वृत्ताकार	
वृत्ताकार भागों का क्षेत्रफल क्या होगा? (हाथ द्वारा हवा में वृत्ताकार आकृति बनाते हुए)	$2\times\pi r^2$	स्वरों में आरोह-अवरोह
बीच की नलकी जैसे भाग का क्षेत्रफल कैसे निकालेंगे?	मौन	विराम
अच्छा विद्यार्थियों, यदि इस हिस्से को बीच में से कैंची से काटकर फैलाया जाए तो कैसी आकृति प्राप्त होगी (चॉकपट्ट पर आयत की आकृति बनाकर दिखाते हुए)	आयताकार	केन्द्रण
इस आयत की लम्बाई कितनी होगी?	$2\pi r$	$2\pi r(r+h)$ गतिशीलता
चौड़ाई किसके बराबर होगी?	बेलन की ऊँचाई के बराबर (h)	मौखिक दृश्य बदलाव
शाबाश, इस आयत का क्षेत्रफल कितना होगा?	$2\pi r\times h$	गतिशीलता
ठीक, छात्रों बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल किसके बराबर होगा?	तीनों आकृतियों के क्षेत्रफल का योग	विराम
शाबाश, इस प्रकार बेलन की सम्पूर्ण आकृति का क्षेत्रफल निकालने का सूत्र क्या बना?	$2\pi r^2+2\pi rh=2\pi r(r+h)$	अंतः क्रिया शैली परिवर्तन

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

निरीक्षण अनुसूची एवं रेटिंग स्केल
(Observation Schedule-cum-Rating Scale)

क्रमांक (Sr. No.)	कौशल के घटक (Components of Skill)	रेटिंग स्केल (Rating Scale) अत्यंत (1)	निकृष्ट (2)	निम्न (3)	औसत (4)	उत्तम (5)	अत्युत्तम (6)	उत्कृष्ट (7)
1.	गतिशीलता							
2.	हाव-भाव							
3.	स्वरों में आरोह-अवरोह							
4.	अंतःक्रिया शैली परिवर्तन							
5.	विराम							
6.	मौखिक दृश्य बदलाव							

☛ **उदाहरण कौशल से क्या अभिप्राय है? उदाहरण कौशल का अभ्यास करने हेतु गणित विषय में एक आदर्श सूक्ष्म पाठ-योजना प्रस्तुत कीजिए।**

उत्तर :

उदाहरण निरूपण का कौशल
(Teaching Skill of Illustrating with Examples)

सामान्य शिक्षण व सूक्ष्म शिक्षण दोनों में ही प्रश्न कौशल को मुख्य आधार माना जाता है यह नहीं बोलना चाहिए कि संपूर्ण शिक्षा पद्धति केवल इसी कौशल के सहारे चल सकती है। संपूर्ण शिक्षा पद्धति की सफलता के लिए प्रश्न कौशल के साथ-साथ उदाहरण निरूपण कौशल का अभ्यास भी महत्त्वपूर्ण है। नवीन एवं कठिन प्रकरण को अभ्यास एवं प्रश्न कौशल के सहारे नहीं समझाया जा सकता। कई बार जब शिक्षक कोई अमूर्त गणितीय संकल्प पढ़ाता है तब केवल उसकी व्याख्या कर देने से छात्रों की आवश्यकताएं पूरी नहीं होती। छात्रों की मांग तब पूरी होती है जब कोई कुशल शिक्षक विचार या सिद्धांत को स्पष्ट करने के लिए उदाहरणों का प्रयोग करता है। दूसरे शब्दों में ये भी कहा जा सकता है कि कठिन या जटिल उपकरण के संबंध में उसका समानार्थी उदाहरण देकर उसे आसानी से समझाया जा सकता है।

अतः यह स्पष्ट हो जाता है कि उदाहरण निरूपण का कौशल एक महत्त्वपूर्ण साधन है। शिक्षा के क्षेत्र में इसका तात्पर्य विद्यार्थियों के समक्ष विषय को स्पष्ट करने के लिए उसकी व्यावहारिक व प्रायोगिक विधि से है। अनेक शिक्षाविदों ने उदाहरण को शिक्षण की आत्मा बताया है। **पिनसेट** के अनुसार, "अच्छे उदाहरण जटिल कथन को सजीव बना देते हैं।"

उदाहरण निरूपण कौशल में भावी अध्यापक सूक्ष्म बातों को समझाने के लिए मूर्त पदार्थों (Concrete Objects) को उदाहरण स्वरूप पेश करता है क्योंकि छात्र मूर्त पदार्थों से भली-भांति परिचित होते हैं। वैसे भी यदि मनोवैज्ञानिक दृष्टि से देखा जाए तो शब्दों के प्रयोग से पहले वस्तुओं के प्रयोग को अधिक श्रेय दिया जाता है। स्थूल वस्तु का ज्ञान प्राप्त करने के उपरांत विद्यार्थी की कल्पना का विकास होता है और इसी का प्रयोग करके अध्यापक सूक्ष्म बातों को विद्यार्थियों के समक्ष पेश करता है?

उदाहरणों के प्रकार
(Types of Examples)

शिक्षण में उदाहरण दो प्रकार के हो सकते हैं–

1. **मौखिक उदाहरण :** जिन उदाहरणों को अध्यापक बोलकर प्रस्तुत करता है उन्हें मौखिक उदाहरण कहते हैं। जैसे–लाभ-हानि, एवं साधारण ब्याज से संबंधित उदाहरण अध्यापक मौखिक रूप से देता है।

2. **प्रदर्शित किए जाने वाले उदाहरण :** जब अध्यापक किसी बात एवं नियम को समझाने के लिए चित्र, मॉडल या दृश्य-सामग्री का प्रयोग करता है तो उसे प्रदर्शित किए जाने वाले उदाहरण कहा जाता है। जैसे–अध्यापक वृत्त एवं उसके भागों को बताने के लिए वृत्त का चित्र प्रदर्शित करता है। माध्यमिक स्तर की कक्षाओं में छात्रों के समक्ष मौखिक उदाहरणों को ही प्रस्तुत किया जाता है।

कौशल के घटक
(Components of the Skill)

उदाहरण निरूपण कौशल में भावी कौशल को उदाहरण देने हेतु दो प्रकार के साधनों का उपयोग करना सिखाया जाता है?

(i) **शाब्दिक साधन :** इसके अंतर्गत शब्द-चित्र, तुलना, लघुकथा आदि का प्रयोग करना बताया जाता है।

(ii) **अशाब्दिक साधन :** अशाब्दिक व्यावहारिक साधन के रूप में वस्तुओं के नमूने, चित्र, चॉर्ट, ग्राफ, रेखाचित्र आदि का प्रयोग करना सिखाया जाता है।

इसमें भावी शिक्षक सबसे पहले विषय के अनुकूल उदाहरण का न्याय-संगत चयन करता है, फिर उस उदाहरण को उचित ढंग से छात्रों के समक्ष प्रस्तुत करता है ताकि वे जटिल विषय के अर्थ, उसमें छिपे भाव आदि को सहजता के साथ समझ सकें। सूक्ष्म शिक्षण में उदाहरण निरूपण कौशल के निम्नखित घटक हैं–

1. **विषय के अनुकूल उदाहरण का चयन (Selection of the Example According to the Topic) :** सबसे पहले भावी शिक्षक पाठ्य-सामग्री में आए जटिल विषयों, भावों, विचारों आदि को ध्यान में रखकर उन्हें स्पष्ट करने के लिए विषयों आदि के अनुकूल उदाहरणों का चयन करता है।

2. **संबंधित उदाहरण का प्रयोग व प्रस्तुतीकरण (Using and Presentation of Related Example) :** भावी शिक्षक पाठ्य सामग्री में आए जटिल विषयों के अर्थ को स्पष्ट करता है तथा बाद में यह जानने का प्रयास करता है कि छात्र उस विषय के संबंध में कितना समझ पाए हैं। यदि छात्र उसके अर्थ ग्रहण में स्वयं को अक्षम पाते हैं तब शिक्षक अपने चयनित उदाहरणों के द्वारा उस विषय की धारणा, स्वरूप, अर्थ आदि को स्पष्ट करता है। यहाँ पर शिक्षक को यह ध्यान भी रखना होगा कि उदाहरण का संबंध उस विषय से ही हो। यदि उदाहरण विषय से संबंधित नहीं है तो वह छात्रों के मन में नया भ्रम भी उत्पन्न कर सकता है।

3. **सरल उदाहरणों का प्रदर्शन (Presentation of Simple Examples) :** शिक्षक उस विषय से संबंधित जो उदाहरण प्रस्तुत करे वे उदाहरण सरल होने चाहिए। ऐसे उदाहरण छात्रों द्वारा पहले से ही अर्जित ज्ञान, देखी गई मूर्त वस्तुओं आदि पर आधारित होने चाहिए। यदि शिक्षक छात्रों के पूर्व ज्ञान से संबंधित ही उदाहरण प्रस्तुत करता है तो निश्चय ही वह अधिक सुगमता के साथ अर्थ स्पष्ट कर सकता है। उदाहरण के लिए–किसी कहानी में "नीलगाय" शब्द का प्रयोग हुआ हो और छात्र उसका अर्थ समझने में कठिनाई अनुभव कर रहे हों तो शिक्षक उनसे पहले पूछेगा कि क्या आपने कभी गाय देखी है? जब उनका उत्तर हाँ में होगा, तब वह कह सकता है कि नील गाय भी गाय के समान आकार का एक पशु होता है जो खेतों और जंगलों में रहती है। इस प्रकार के सरल उदाहरण द्वारा वह जटिल उपविषय को भी सरल बनाकर समझा सकता है।

4. **रोचक उदाहरणों का प्रयोग (Uses of Interesting Examples) :** यदि सरल उदाहरणों से विषय का अर्थ स्पष्ट न हो या फिर छात्र उस सरल उदाहरण का वह विशिष्ट अभिप्राय नहीं समझ पा रहे हों जो कि जटिल उपविषय से संबंधित है तब शिक्षक को चाहिए कि वह उस उपविषय से संबंधित अन्य रोचक उदाहरण प्रस्तुत करे। ऐसे रोचक उदाहरण छात्रों के मन में विषय के प्रति रुचि उत्पन्न करते हैं व उनके

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

अनुभवों में वृद्धि करते हैं। परन्तु यहां पर भी शिक्षक को यह ध्यान रखना होगा कि ये रोचक उदाहरण छात्रों के मानसिक स्तर के अनुकूल हों तथा उपविषय से संबंधित हों।

5. **अशाब्दिक उदाहरणों का प्रयोग (Uses of Non-Verbal Examples) :** पाठ्य-सामग्री में जटिल उपविषयों को स्पष्ट करने के लिए कभी-कभी अशाब्दिक उदाहरणों जैसे—चॉर्ट, ग्राफ, मानचित्र, मॉडल, ठोस सामग्री आदि का भी प्रयोग किया जा सकता है।

6. **आगमन-निगमन विधि का प्रयोग (Uses of Inductive-Deductive Method) :** कभी-कभी उदाहरण कौशल में आगमन व निगमन दोनों ही विधियों का प्रयोग करना पड़ता है।

(i) आगमन विधि (Inductive Method) : इस विधि में छात्र को विशेष से सामान्य की ओर ले जाया जाता है अर्थात् सबसे पहले जटिल उपविषय को रखा जाता है, तत्पश्चात् उनके सामने सरल, मूर्त या अमूर्त उदाहरण रखा जाता है। यदि वह तब भी उसके अर्थ-ग्रहण में कठिनाई अनुभव करता है, तब शिक्षक और सरल उदाहरण प्रस्तुत करता है। यह श्रम तब तक चलता रहता है, जब तक विद्यार्थी मूल विषय के अर्थ को ग्रहण न कर लें।

(ii) निगमन विधि (Deductive Method) : ये विधि आगमन विधि के ठीक विपरीत रूप में प्रयुक्त होती है। इसमें विद्यार्थी को सामान्य से विशेष की ओर लेकर जाते हैं अर्थात् उसके समक्ष सबसे पहले सामान्य सिद्धांत को प्रस्तुत किया जाता है। उदाहरणों की सहायता से उस जटिल उपकरण को समझाया जाता है। उदाहरणात्मक विद्यार्थियों को बताया जाता है कि एक त्रिभुज के तीनों अतिरिक्त कोणों का योग 180° होता है। विद्यार्थी इस तथ्य की जांच विभिन्न प्रकार के त्रिभुजों का निर्माण करने के पश्चात् उनके कोणों का योग करते हैं एवं ऊपर बताए गए तथ्य की सत्यता जांचते हैं।

गणित शिक्षण में सूचना व संचार तकनीकों का प्रयोग
(Application of ICT in Teaching of Mathematics)

☛ गणित शिक्षण में आई.सी.टी. के अनुप्रयोग क्या हैं? इसकी आवश्यकता तथा महत्त्व की विवेचना कीजिए। **[CBLU, 2018]**

अथवा

☛ गणित शिक्षण में सूचना सम्प्रेक्षण तकनीक के प्रयोगों का विस्तारपूर्वक उल्लेख कीजिए। **[MDU, 2018]**

उत्तर : आजकल सहायक साधनों की उपयोगिता को पूर्णरूप से स्वीकार कर लिया गया है। गणित जैसे विषय में, जिसे भूल से ही सही नीरस तथा कठिन विषय माना जाता रहा हो, इन साधनों का महत्त्व और भी बढ़ जाता है। इसी दिशा में अब सूचना तथा संचार तकनीकें भी अपना महत्त्वपूर्ण योगदान दे रही हैं। कम्प्यूटर इस क्षेत्र में मील का पत्थर साबित हो रहे हैं।

कम्प्यूटर शिक्षा
(Computer Education)

कम्प्यूटर क्रांति के इस युग ने हमारी मानसिकता पूरी तरह बदल कर हमें कम्प्यूटर पर निर्भर बना दिया है, इसलिए कम्प्यूटर की शिक्षा का महत्त्व बढ़ना भी स्वाभाविक है। आज यह माना जा रहा है कि हर क्षेत्र का कम्प्यूटरीकरण होने के कारण कम्प्यूटर की शिक्षा प्राप्त किये हुए व्यक्ति को आसानी से व्यवसाय मिल जाएगा, लेकिन वास्तव में स्थिति इसके विपरीत है। मगर जिन विभागों का कम्प्यूटरीकरण हो चुका है उनके अधिकतर कर्मचारियों को कम्प्यूटर संचालन का प्रशिक्षण विभाग द्वारा प्रदान करवा कर अपना काम निकाला जा रहा है। ऐसे में नई भर्ती की गुंजाइश ही नहीं बचती। यही कारण है कि कम्प्यूटर संस्थानों से शिक्षा लेने वाले व्यक्तियों की संख्या उपलब्ध नौकरियों से कई गुणा अधिक है। दूसरा कारण कम्प्यूटर तकनीक से रोजाना नये-नये बदलाव आ रहे हैं। कुछ ही हफ्तों में मौजूदा पैकेज पुराने हो जाते हैं। इस संबंध में सर्वेक्षण

एवं अध्ययन समय-समय पर होते रहने चाहिए, जिससे सभी को आए दिन हो रहे परिवर्तनों की जानकारी प्राप्त हो सके। इंसान के दिमाग की उपज सुपर कम्प्यूटर आज इंसान से भी श्रेष्ठ माना जा रहा है, जिसका उदाहरण, शतरंज के खिलाड़ी गैरी कास्पारोव को दुनिया का कोई भी व्यक्ति हरा नहीं सका, लेकिन इंसान द्वारा बनाये कम्प्यूटर ने कास्पारोव को हरा कर एक नये युग की शुरुआत के संकेत दिये हैं। आई.बी.एम. कंपनी ने कास्पारोव से मुकाबला करने हेतु डीप ब्ल्यू (Deep blue) कम्प्यूटर का निर्माण पांच कम्प्यूटर वैज्ञानिकों ने अमेरिकी ग्रेण्ड मास्टर, जो एल बैंजामिन की मदद से किया था। छह फुट पांच इंच ऊंचाई वाले 1360 किलोग्राम वजनी कम्प्यूटर ने बीस करोड़ चाल सोचने की क्षमता बनाकर पांच फुट दस इंच लंबे एवं 77 किलोग्राम वजनी कास्पारोव के साथ मुकाबला करके जीत हासिल कर मशीन को श्रेष्ठ सिद्ध कर दिया।

हमारे यहां सभी नगरों एवं महानगरों में खुले प्री-नर्सरी विद्यालयों में कम्प्यूटर को एक अतिरिक्त विशेषता के रूप में पेश किया जाता है, जरा सोचिए क्या छोटे बच्चे दिनभर कम्प्यूटर के सामने बैठ कर उस विकास को प्राप्त कर सकते हैं जो उनकी आयु में होना चाहिए। पिछले कुछ वर्षों से कम्प्यूटर की शिक्षा का चलन बहुत अधिक बढ़ गया है। कम्प्यूटर की शिक्षा को समाज में परिवार की प्रतिष्ठा से जोड़कर देखा जाने लगा है। अगर किसी परिवार के बच्चे को कम्प्यूटर नहीं चलाना आता तो उसे आधुनिक नहीं समझा जाता। कम्प्यूटर आज के वक्त की आवश्यकता है और बच्चों को इनसे परिचित कराना भी जरूरी है, मगर हर काम का एक निश्चित समय होता है। बच्चों को विकास के लिए उचित वातावरण की आवश्यकता होती है और ठीक वक्त पर उन्हें कम्प्यूटर शिक्षा भी प्रदान करवानी चाहिए ताकि आपका बच्चा दूसरों से पीछे न रहने पाए। आज भी हमारे देश में ऐसे अनेक गांव एवं नगर के बच्चे हैं, जिनके लिए कम्प्यूटर एक सपने के समान है। ऐसे बच्चों को कम्प्यूटर के बारे में जानकारी देने के लिए हमारे देश के प्रमुख कम्प्यूटर कंपनी इंटेल इंडिया ने राष्ट्रीय विज्ञान केन्द्र के सहयोग से एक साइबर बस सेवा शुरू की है, जो गांव-गांव में जाकर विद्यार्थियों को कम्प्यूटर से परिचित कराएगी।

कम्प्यूटर की दुनिया में अब ऐसी व्यवस्था करने के प्रयास चल रहे हैं, जिससे यह एक मशीन न रहकर कुछ मानवीय हो सके और अपने प्रयोगकर्ता को पहचान सके। कम्प्यूटर वैज्ञानिकों का कहना है कि इंसान के पास पांच इन्द्रियां होती हैं और उनके सामने सबसे बड़ी चुनौती यही है कि वे ऐसे कम्प्यूटर का विकास करें, जिसमें ये पांचों इन्द्रियां हों।

प्रतिभाशाली व्यक्तियों के लिए विदेशों में नौकरी लेना अब कोई कठिन कार्य नहीं है। इंटरनेट ने उनके लिए काम के नए मौके तैयार कर दिए हैं और अवसरों का देश कहे जाने वाले अमेरिका में भी रोजगार पाना असंभव नहीं रहा है। इंटरनेट के 25,000 से अधिक वेबसाइटों में से 7,200 से अधिक रोजगार संबंधी हैं, जिनमें तरह-तरह के रोजगार की जानकारी दी जाती है। बी.एस.एन.एल. के सूत्रों के अनुसार—वेब में प्रति सप्ताह चार लाख पेज और जुड़ जाते हैं, जिससे इसके इतनी तेजी से बढ़ने का अनुमान आप अपने आप लगा सकते हो। इस प्रकार जैसे-जैसे हमारा देश अधिक आधुनिकता प्रौद्योगिकी हासिल करता जाएगा, वैसे-वैसे हमारी महत्त्वाकांक्षी प्रतिभाओं हेतु विश्वव्यापी वेब के द्वारा पश्चिमी जगत के गेट खुलते जाएंगे।

ग्यारह वर्ष का लड़का जिसका नाम कौटिल्य है—"उंगलियों का जादू" नाम से जाना जाता है। उसकी छोटी-छोटी उंगलियां जब कम्प्यूटर के की-बोर्ड पर चलती है, तो ऐसा लगता है जैसे वह हारमोनियम बजा रहा है। उसकी टाइपिंग स्पीड प्रति मिनट 184 शब्द टाइप कर लेने की है। एक टाइपराइटर पर सबसे तेज टाइपिंग का विश्व रिकॉर्ड 158 शब्द प्रति मिनट है जो ग्रेगरी अर्कनियन नामक व्यक्ति के नाम पर है। तेज टाइपिंग की यह योग्यता कौटिल्य को भगवान की देन नहीं है, बल्कि उसने अपनी लगन एवं मेहनत से हासिल की है। वह अपनी छोटी-छोटी उंगलियों को घंटों कम्प्यूटर के की-बोर्ड पर चलाता रहता है। विद्यालय की परीक्षाओं के गणित के पेपर में पूरे अंक हासिल करने वाले कौटिल्य जैसे प्रतिभाशाली बालक के लिए कम्प्यूटर इंजीनियर बनना मुश्किल कार्य नहीं होगा। इस समय तो वह गिनीज बुक ऑफ वर्ल्ड रिकॉर्ड्स में अपना नाम दर्ज करवाने हेतु कड़ी मेहनत कर रहा है और उसे पूरी उम्मीद है कि वह जल्दी ही इस कार्य को अंजाम देगा।

आज कोई भी क्षेत्र ऐसा नहीं जो कम्प्यूटर के प्रभाव से वंचित हो। किसी भी क्षेत्र में उन्नति एवं विकास

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

के लिए कम्प्यूटर का ज्ञान होना आवश्यक हो गया है। अब हम ये जानने की कोशिश करेंगे कि कम्प्यूटर कब, किसने और क्यों बनाया। जैसे प्राचीन समय में ही मनुष्य ने अपने कार्यों को सरल करने हेतु 'लीवर' को खोजा था, वैसे ही अपने बौद्धिक कार्य को सरल करने के लिए उसने कम्प्यूटर का आविष्कार किया। सभ्यता के विकास के साथ-साथ व्यक्ति के पास अथाह ज्ञान के भंडार हो गए, जिसका उपयोग करने के लिए ऐसे यंत्र की आवश्यकता पड़ी जो न केवल उस ज्ञान को शीघ्रता एवं शुद्धता से काम में लाए बल्कि जरूरत पड़ने पर उस ज्ञान को दोबारा प्रयोग में ला सके।

कम्प्यूटर की कार्य प्रणाली को देखते हुए कभी-कभी यह प्रश्न मस्तिष्क में उठता है कि क्या कम्प्यूटर मनुष्य से अधिक बुद्धिमान है? जिसका उत्तर है 'नहीं'। कम्प्यूटर तो मनुष्य द्वारा तैयार किया एक यंत्र है जिसमें किसी तरह का निर्णय लेने की क्षमता नहीं होती जब तक कि मनुष्य उसे आज्ञा न दे। कम्प्यूटर लगातार बिना गलती किए अत्यंत तेजी से कार्य कर सकता है एवं दी गई जानकारी को न केवल सुरक्षित रख सकता है बल्कि जरूरत पड़ने पर उसे दोबारा उपलब्ध करा सकता है। मनुष्य की याददाश्त पर आयु, वातावरण एवं अनुभवों का असर पड़ने से वह कमजोर पड़ जाती है, लेकिन कम्प्यूटर में ऐसा नहीं होता।

18

4

गणित में मूल्यांकन
[Evaluation in Mathematics]

मूल्यांकन
(Evaluation)

☛ मूल्यांकन को परिभाषित कीजिए।

अथवा

☛ मूल्यांकन के अर्थ तथा अवधारणा का वर्णन कीजिए। [CRSU, 2018]

अथवा

☛ मूल्यांकन से आप क्या समझते हैं? इसे परिभाषित कीजिए।

उत्तर : मूल्यांकन शैक्षिक-प्रक्रिया के प्रमुख अंगों में से एक है। शैक्षिक प्रक्रिया के तीनों अंगों का आपस में घनिष्ठ संबंध है। किसी एक की सम्पूर्ति शेष रहने पर शैक्षिक-प्रक्रिया सम्पूर्ण नहीं होती है। **मूल्यांकन** अर्थात् जो कुछ उद्देश्यों और प्रयोजनों के अनुरूप सिखाया गया है, बालक उसे किस सीमा तक ग्रहण कर पाए हैं।

मूल्यांकन का प्रत्यय (Concept of Evaluation)–आधुनिक युग में शिक्षा के क्षेत्र में 'परीक्षा' और 'जाँच' के स्थान पर एक नवीन पारिभाषिक शब्द 'मूल्यांकन' का प्रयोग किया जाने लगा है। मूल्यांकन द्वारा शिक्षा के विस्तृत उद्देश्यों की प्राप्ति तथा सम्पूर्ण व्यक्तित्व के निर्माण की जाँच का लक्ष्य बनाया जाता है। इस तरह मूल्यांकन प्रचलित परीक्षाओं की तुलना में बहुत अधिक व्यापक एवं उद्देश्यपूर्ण हैं।

मूल्यांकन की प्रक्रिया एक सतत् प्रयास है, जिसके द्वारा अध्यापक और विद्यार्थी दोनों परिश्रम तथा लाभ की मात्रा का मूल्य आंकते रहते हैं।

मूल्यांकन शैक्षिक प्रक्रिया का एक आवश्यक अंग है–जिस तरह एक चिकित्सक अपनी औषधि का मूल्यांकन रोगी के रोग घटने-बढ़ने से करता है, उसी प्रकार शिक्षक अपने अध्यापन का मूल्यांकन बालकों में होने वाले अपेक्षित व्यवहारगत-परिवर्तनों के माध्यम से करता है। बालक का सर्वांगीण विकास उस समय सम्भव है, जब वह सीखे हुए ज्ञान को व्यवहार में लाए।

मूल्यांकन बालकों में ज्ञानात्मक, भावात्मक एवं मनोक्रियात्मक पक्ष के विकास का मापन करता है तथा उनकी उपयुक्तता की जाँच करता है। किसी भी विषय के शिक्षण के बाद यह जानना आवश्यक है कि छात्रों ने इसे कहाँ तक ग्रहण किया, उनके व्यवहार में क्या-क्या परिवर्तन हुए तथा ज्ञान में कितनी वृद्धि हुई। इस प्रकार छात्रों के व्यक्तित्व के विभिन्न पक्षों का माप ही 'मूल्यांकन' कहलाता है। मूल्यांकन विभिन्न जांच व परीक्षाएँ आयोजित करके किया जाता है।

मूल्यांकन की परिभाषाएं
(Definitions of Evaluation)

शिक्षण और मूल्यांकन दोनों प्रक्रियाओं में परस्पर गहन संबंध है। मूल्यांकन शब्द का अर्थ मापन से भी कहीं अधिक व्यापक है, जिसमें गुणात्मक तत्त्वों को भी संख्यात्मक द्वारा बताया जाता है। मूल्यांकन के अंतर्गत परीक्षणों के सिद्धांत, उनकी रचना, मानकीकरण, प्रशासन एवं उनके माध्यम से प्राप्त परिणामों की व्याख्या

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE.
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

आदि को सम्मिलित किया जाता है। मूल्यांकन से तात्पर्य है, पाठ्यक्रम के लिए निर्धारित उद्देश्यों और मूल्यों के लिए प्रयासरत विद्यार्थियों की प्रगति की जांच करना। शिक्षा के उद्देश्यों, शैक्षणिक अनुभवों एवं मूल्यांकन में बहुत नजदीकी संबंध है। शैक्षणिक अनुभवों की योजना उद्देश्यों के आधार पर तैयार की जाती है। इन उद्देश्यों की प्राप्ति हुई या नहीं, इसकी जानकारी प्राप्त करने के लिए मूल्यांकन किया जाता है। अनुभवों के किसी भी स्तर पर इस बात का मूल्यांकन किया जा सकता है कि किस सीमा तक अनुभवों के माध्यम से वांछित परिवर्तन हो रहा है।

संसार में प्रत्येक मनुष्य को मूल्यांकन की आवश्यकता पड़ती है। जिस प्रकार डॉक्टर अपनी औषधि का मूल्यांकन रोगी में रोग के बढ़ने या घटने से करता है, उसी प्रकार अध्यापक भी अपने शिक्षण का मूल्यांकन विद्यार्थियों में हुए व्यवहार परिवर्तन (Behavioural Change) के आधार पर करता है। साधारण शब्दों में कहा जा सकता है कि किसी वस्तु, उपलब्धि, प्रक्रिया आदि का मूल्य अंकित करना मूल्यांकन कहलाता है। शिक्षा में मूल्यांकन अभी एक नई धारणा है। इसका प्रयोग स्कूल कार्यक्रम, पाठ्यक्रम, शैक्षिक सामग्री, शिक्षण एवं छात्रों की जांच के लिए किया जाता है। मूल्यांकन वह साधन है जो यह निश्चित करता है कि जितना कुछ विद्यार्थियों को पढ़ाया गया है, उससे विद्यार्थियों ने कितना ग्रहण किया है तथा उनके व्यवहार में कितना परिवर्तन आया है।

कोठारी शिक्षा आयोग के अनुसार, "मूल्यांकन एक सतत प्रक्रिया है। यह सम्पूर्ण है। यह संपूर्ण शिक्षा तंत्र का एक अटूट अंग है तथा शैक्षिक उद्देश्यों से इसका निकटतम संबंध है। यह अध्यापक की शिक्षण पद्धतियों को तथा विद्यार्थी की अध्ययन संबंधी आदतों को प्रभावित करता है और इससे न केवल शैक्षिक उपलब्धियों को जांचा जा सकता है वरन् उनमें सुधार भी किया जा सकता है।"

("Evaluation is a continuous process. It forms an integral part of the total system of education and is intimatly related to the total educational objectives. It exercises a great influence on the pupils study habits and the teachers methods of instruction and thus help not only to measure educational achievements but also to improve it.")

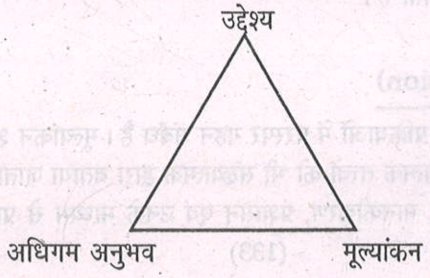
मोफत (Moffatt) के अनुसार, "मूल्यांकन निरंतर चलने वाली प्रक्रिया है और यह विद्यार्थियों की औपचारिकता, शैक्षिक उपलब्धि की अपेक्षा अधिक है। यह व्यक्ति के विकास में अधिक रुचि रखता है। व्यक्ति के विकास को उसकी भावनाओं, विचारों तथा क्रियाओं से संबंधित वांछित व्यवहार परिवर्तनों के रूप में व्यक्त करता है।"

("Evaluation is a continuous process and is concerned with more than the form academic achievement of students. It is interested in the development of the individual terms of desirable behaviour changes in relation to his feelings, thinking and actions.")

क्विलिन व हनना (Quillen & Hanna) के अनुसार, "विद्यार्थियों के व्यवहार में विद्यालय द्वारा लाए गए परिवर्तनों के विषय में प्रमाणों के संकलन और उनकी व्याख्या करने की प्रक्रिया ही मूल्यांकन है।"

("Evaluation is the process of gathering and interpreting evidences on changes in the behaviour of the students as they progress through school.")

मूल्यांकन प्रक्रिया नामक त्रिकोण के तीन महत्त्वपूर्ण केन्द्र हैं—



उद्देश्य, अधिगम अनुभव एवं मूल्यांकन। ये सभी तत्त्व एक-दूसरे पर निर्भर करते हैं। इसमें केवल मूल्यांकन की प्रक्रिया द्वारा ही यह निश्चित किया जाता है कि किस हद तक उद्देश्य की प्राप्ति हुई। कक्षा-कक्ष में प्रदान किए जाने वाले अधिगम अनुभवों की प्रभावशीलता तथा वह ढंग जिसके द्वारा शिक्षा के लक्ष्यों की प्राप्ति होती है, की जांच मूल्यांकन द्वारा ही की जाती है।

उपरोक्त परिभाषाओं के आधार पर हम ये निष्कर्ष निकाल सकते हैं—

1. मूल्यांकन एक निरंतर चलने वाली प्रक्रिया है।
2. मूल्यांकन केवल विद्यार्थियों की शैक्षिक उपलब्धियों का मापन ही नहीं करता बल्कि उनकी उन्नति में भी सहायक सिद्ध होता है।
3. पाठ्यक्रम की कमियों को जानने में सहायता करता है एवं उनमें आवश्यकतानुसार परिवर्तन करने में मदद करता है।
4. विद्यार्थियों के व्यवहार संबंधी होने वाले परिवर्तनों की जांच करता है।
5. एक निश्चित समय में शिक्षा के उद्देश्यों की प्राप्ति को जांचता है।
6. अनुदेशनात्मक उद्देश्य, शिक्षण प्रक्रिया एवं मूल्यांकन में आपसी संबंध है।
7. शिक्षकों, शिक्षण विधियों, पाठ्यपुस्तकों आदि की उपयुक्तता के बारे में जांच करता है।
8. मूल्यांकन वर्णनात्मक होने के साथ-साथ संख्यात्मक भी होता है।
9. मूल्यांकन का सबसे महत्त्वपूर्ण कार्य विद्यार्थियों के मानसिक, शारीरिक एवं संवेगात्मक विकास का मार्गदर्शन करते हुए उनकी शक्तियों एवं कमियों की पहचान करना है।
10. मूल्यांकन एक ऐसी प्रक्रिया है जिसके माध्यम से आवश्यक सूचनाएं प्राप्त की जाती हैं एवं उनको निर्णय लेने में प्रयोग किया जाता है।

☛ **अच्छे मूल्यांकन की विशेषताओं का वर्णन कीजिए।**

उत्तर :

अच्छे मूल्यांकन की विशेषताएं

गणित में एक अच्छे मूल्यांकन की निम्नलिखित विशेषताएं होती हैं—

1. **विश्वसनीयता (Reliability) :** विश्वसनीयता का अर्थ है—स्थिरता एवं अंकन की शुद्धता (Reliability means consistency and accuracy of scores)। दूसरे शब्दों में विश्वसनीयता से अभिप्राय है कि यदि एक ही विद्यार्थी के ज्ञान का मूल्यांकन दो अलग-अलग अध्यापक करें तो उनके परिणाम में कोई अंतर न हो या एक ही परीक्षक यदि एक से अधिक बार मूल्यांकन करे तो भी विद्यार्थी की उपलब्धि वही रहे। ऐसा न हो कि एक अध्यापक यदि एक पेपर के आज 50 अंक देता है तो वह अध्यापक कुछ समय बाद उसी पेपर के 40 या 60 अंक दे। अतः अच्छे मूल्यांकन में विश्वसनीयता का गुण होना चाहिए।

2. **विषयानुकूलता (Validity) :** मूल्यांकन विषयानुकूल होना चाहिए। एक परीक्षा को तभी विषयानुकूल कहा जा सकता है यदि वह उस योग्यता का मापन करती है जिसके लिए वह तैयार की गई है। (A Test is called valid when it measures the ability for which it is constructed.) इस तरह से गणित के मूल्यांकन को विषयानुकूल भी कहेंगे जब उसके द्वारा विद्यार्थियों की गणित संबंधी योग्यता को ही मापा जाए न कि भाषा की योग्यता को।

3. **वस्तुनिष्ठता (Objectivity) :** मूल्यांकन में वस्तुनिष्ठता का गुण होना चाहिए। मूल्यांकन करते समय परीक्षक को अपनी रुचियों, भावनाओं तथा मानसिक अवस्था आदि का विद्यार्थियों की उपलब्धि में हस्तक्षेप न हो। मूल्यांकन में वस्तुनिष्ठता का होना बहुत आवश्यक है।

4. **व्यापकता (Comprehensiveness) :** मूल्यांकन में व्यापकता की विशेषता होनी चाहिए। व्यापकता से अभिप्राय है कि मूल्यांकन में पर्याप्त प्रश्नों की संख्या होनी चाहिए ताकि संबंधित योग्यता का

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

व्यापक रूप से मापन हो सके। ऐसा न हो कि कुछ पढ़ाए हुए प्रकरणों में से प्रश्न पूछ लिए जाएं और कुछ बिल्कुल छोड़ ही दिए जाएं। मूल्यांकन ऐसा होना चाहिए कि प्रत्येक पढ़ाए हुए प्रकरण को उचित स्थान मिले। मूल्यांकन में प्रश्नों की संख्या अधिक होनी चाहिए तथा प्रश्न इस प्रकार के हों कि वे पढ़ाए हुए ज्ञान के सभी क्षेत्रों का उचित प्रतिनिधित्व कर सकें।

5. **निदानात्मकता (Diagnosticity) :** एक अच्छे मूल्यांकन में निदानात्मकता का गुण होना चाहिए। इसके द्वारा विद्यार्थियों की त्रुटियों तथा कठिनाइयों का पता लगाना चाहिए ताकि उन्हें दूर किया जा सके तथा विद्यार्थियों की आवश्यकतानुसार सहायता की जा सके। इस तरह विद्यार्थी अपनी त्रुटियों एवं कठिनाइयों को दूर करके आगे बढ़ सकते हैं।

6. **व्यावहारिकता (Practicability) :** मूल्यांकन का व्यावहारिक होना निम्न बातों पर निर्भर करता है–

(i) **बनाने में सरलता (Easy in Construction) :** मूल्यांकन के लिए प्रयोग की जाने वाली परीक्षा तैयार करने में आसान होनी चाहिए। इसे तैयार करने में अधिक समय और परिश्रम नहीं लगना चाहिए।

(ii) **परीक्षा लेने में आसानी (Easy in Administration) :** मूल्यांकन करने के लिए परीक्षा लेते समय किसी कठिनाई का सामना न करना पड़े, जैसे–विद्यार्थी परीक्षा में नकल न कर सकें।

(iii) **नंबर लगाने में आसानी (Easy in Scoring) :** परीक्षक को परीक्षा के नंबर लगाने में आसानी होनी चाहिए। अध्यापक को न्यायपूर्ण नंबर लगाने में सुगमता हो।

7. **मूल्यांकन रोचक होना चाहिए (Evaluation should be Interesting) :** मूल्यांकन अथवा परीक्षा में रोचकता होनी चाहिए। रोचक मूल्यांकन से विद्यार्थियों का सहयोग प्राप्त किया जा सकता है। प्रश्नों का क्रम सुव्यवस्थित होना चाहिए।

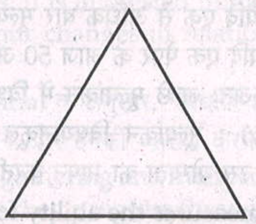
☛ **मूल्यांकन की प्रक्रिया का वर्णन कीजिए। [MDU, 2018]**

उत्तर :

मूल्यांकन प्रक्रिया के सोपान
(Steps of Evaluation Process)

मूल्यांकन प्रक्रिया एक त्रिध्रुवी प्रक्रिया है जो निम्न प्रकार है :

उद्देश्यों का निर्माण
(Formulation of Objectives)



अध्ययन-अध्यापन क्रियाओं का निर्धारण
(Formulation of learning-teaching Activities)

मूल्यांकन की प्रविधियों का चयन एवं निर्माण
(Selection and Construction of Evaluation Techniques)

मूल्यांकन प्रक्रिया के सोपानों को एक निश्चित क्रम में निम्न प्रकार लिखा जाता है–

1. **शैक्षणिक प्राप्य उद्देश्यों का चुनाव (Selection of the Educational Objectives) :** सबसे पहला सोपान है कि उन प्राप्य उद्देश्यों को चुनना है, जिनका मूल्यांकन करना हो अथवा विषय-वस्तु से संबंधित उन उद्देश्यों का चुनाव करना है, जिनका मूल्यांकन करना हो।

2. **प्राप्य उद्देश्यों की व्याख्या (Defining the Objectives) :** इस सोपान में चयनित प्राप्य उद्देश्य की स्पष्ट व्याख्या करनी होती है। यह व्याख्या विशेष रूप से विद्यार्थी में व्यवहार परिवर्तन के रूप में की जा सकती है अथवा प्राप्य उद्देश्य के लिए छात्र कैसा और क्या व्यवहार करता है, उनको लिखा जाता है। व्यवहार के लिए स्थिति (Situation) विषय से ही ली जानी चाहिए।

3. **स्थिति की पहचान (Identifying the Situation) :** प्राप्य उद्देश्यों से संबंधित व्यवहार परिवर्तन किस हद तक हुआ है, इसका अनुमान उपयुक्त स्थिति पर निर्भर करता है। विद्यार्थी के सामने एक निश्चित स्थिति रखने पर उसके व्यवहार का ज्ञान संभव होता है।

4. **परीक्षणों की जांच एवं चुनाव (Examine and Choosing the Tests) :** ऐसे परीक्षणों एवं तकनीकों का चुनाव जो चुने हुए व्यवहार का ज्ञान प्रत्यक्ष (Direct) एवं अप्रत्यक्ष रूप में दे। यदि उपलब्ध परीक्षण उपयोगी सिद्ध न हो तो नई विधियों तथा युक्तियों का निर्माण अनिवार्य बन जाता है।

5. **मूल्यांकन की युक्तियों का निर्माण (Construction of the Evaluation Devices) :** मूल्यांकन की युक्ति तैयार करते समय अध्यापक को निम्न बिंदुओं पर ध्यान केन्द्रित करना चाहिए–

– कौन-सी युक्ति द्वारा पढ़ाने से उद्देश्यों का मूल्यांकन संभव हो सकता है।
– क्या उपयुक्त युक्ति प्रयोग करने पर कोई कठिनाई तो नहीं आती?
– इस युक्ति द्वारा वास्तविक रूप में साक्ष्य (Evidence) प्राप्त होते हैं अथवा नहीं।
– दो अलग-अलग विद्यार्थी एक ही युक्ति को समान स्थिति में प्रयोग करें तो समान परिणाम प्राप्त होते हैं।

6. **युक्ति का प्रयोग एवं ब्यौरा (Application and Record of the Device) :** किसी भी युक्ति का प्रयोग करने में विद्यार्थी के व्यवहार का ब्यौरा रखा जाता है। अध्यापक को किसी भी युक्ति द्वारा विद्यार्थी को अलग-अलग स्थितियों में रखकर निरीक्षण करना चाहिए एवं उसके व्यवहार का ब्यौरा बनाना चाहिए।

7. **प्राप्य परिणामों की व्याख्या (Interpretation of the Result) :** परिणामों का विश्लेषण किया जाता है। इस विश्लेषण के आधार पर विद्यार्थी के व्यवहार परिवर्तन का पता चलता है। इसकी जानकारी प्राप्य उद्देश्यों को सामने रखकर ही संभव है।

मूल्यांकन की आवश्यकता
(Need of Evaluation)

शिक्षक द्वारा कक्षा में शिक्षण करना तथा उसकी उपलब्धि या संप्राप्ति का ज्ञान प्राप्त करना ही शिक्षण के लिए आवश्यक है। साथ ही यह भी आवश्यक है कि इनकी प्रभावशीलता में कमी रहने के कारणों को भी ज्ञात किया जाए और इन कारणों को दूर करने का प्रयास किया जाए। जीवन के प्रत्येक क्षेत्र की प्रगति एवं सीमा के ज्ञान के लिए मूल्यांकन आवश्यक है। मूल्यांकन के अभाव में समस्त क्रियाकलाप मूल्यहीन बन जाते हैं। मूल्यांकन से ही हमारी सफलताओं एवं असफलताओं का निर्णय किया जाता है। इसी से कठिनाइयों के निरीक्षण में मदद मिलती है। मूल्यांकन के द्वारा ही बालक की भावी जीवन-यात्रा का पथ-प्रदर्शन किया जाता है।

मूल्यांकन में ध्यान देने वाली मुख्य चार बातें आवश्यक हैं :

(i) मूल्यांकन नियमित होना चाहिए।
(ii) मूल्यांकन कार्य नैदानिक एवं उपचारात्मक हो।
(iii) मूल्यांकन अधिगम स्तरोत्तयन करने वाला हो।
(iv) शिक्षण में विभिन्न विधियों को प्रोत्साहित करने वाला हो।

मूल्यांकन करने की निम्न आवश्यकताएं हैं–

1. मूल्यांकन द्वारा यह पता चलता है कि शिक्षा के उद्देश्य किस सीमा तक प्राप्त हो चुके हैं।
2. मूल्यांकन द्वारा हम यह भी पता लगाते हैं कि विभिन्न विषयों में जो प्रयोजन हमारे सम्मुख आए, उनको हमने किस सीमा तक प्राप्त किया।
3. मूल्यांकन द्वारा इस बात की भी पुष्टि होती है कि कक्षा-शिक्षण में जो अनुभव प्रदान किए गए, वे कितने प्रभावशाली हैं।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

निदानात्मक परीक्षण तथा उपचारात्मक शिक्षण
(Diagnostic Testing and Remedial Teaching)

☛ निदानात्मक परीक्षण क्या है?

अथवा

☛ निदानात्मक परीक्षण पर टिप्पणी लिखो।

उत्तर :

निदानात्मक परीक्षण का अर्थ
(Meaning of Diagnostic Testing)

"निदान" (Diagnosis) शब्द का प्रयोग चिकित्सा विज्ञान में किया जाता है। लक्षण को देखकर रोग की पहचान करना और रोग के कारणों का पता लगाना "निदान" कहलाता है। रोग का निदान डॉक्टर करते हैं और छात्रों के रोग या दोष का पता अध्यापक रूपी डॉक्टर करते हैं। दोषों की पूरी जाँच करने के उपरांत अध्यापक उसी के निदान के लिए निदानात्मक शिक्षण का प्रयोग करता है। इस प्रकार शिक्षा-क्षेत्र में निदान का अर्थ उस प्रक्रिया से है, जिससे हम शिक्षा संबंधी समस्याओं के मूल कारणों की खोज एवं निवारण का निर्णय करते हैं। दूसरे शब्दों में शैक्षणिक निदान वह प्रक्रिया है, जिसके द्वारा शिक्षा क्षेत्र में बालकों की कठिनाइयों में सुधार हेतु ज्ञान प्राप्त किया जाता है। बालकों की कठिनाइयों की जानकारी के लिए शिक्षा-शास्त्रियों ने अब निदानात्मक परीक्षणों की खोज भी कर ली है।

गणित में विद्यार्थियों की कमजोरियों एवं कठिनाइयों का निदान करने हेतु जो परीक्षण किए जाते हैं उन्हें निदानात्मक परीक्षण कहते हैं। विद्यार्थी की गणित में कमजोरी एवं पिछड़ेपन को दूर करने के लिए यह जानना आवश्यक है कि वह किन परिस्थितियों में गलतियाँ करता है, गलती करने का कारण क्या है, तथा गलतियाँ किस प्रकार की हैं इत्यादि। विद्यार्थियों की इन गलतियों को सुधारने के लिए जो परीक्षण किए जाते हैं, उन्हें निदानात्मक परीक्षण कहते हैं। **मस्सेल** के अनुसार–"निदानात्मक शिक्षण में विद्यार्थियों की विशेष गलतियों एवं त्रुटियों का निदान करने का विशेष प्रयास किया जाता है।"

विद्यालय में विद्यार्थी भिन्न-भिन्न विषयों का अध्ययन करते हैं तथा अध्यापक विषयों को पढ़ाते हैं। अध्यापक के सामने एक ही प्रमुख उद्देश्य होता है कि उसके विषय में विद्यार्थी शत-प्रतिशत पास होकर उच्च कोटि की उपलब्धियाँ हासिल करें। विद्यार्थियों के सामने भी यही लक्ष्य होता है कि वह उस विषय का अधिक से अधिक ज्ञान प्राप्त करके कक्षा में उच्च स्थान प्राप्त करें। परंतु सफलता से अधिक महत्त्वपूर्ण बात ये है कि विद्यार्थी शुरू से ही विषय के शिक्षण बिंदुओं को भली-भाँति समझें तथा अध्यापक विषय पढ़ाते समय अपना ध्यान उन बिंदुओं पर केंद्रित करें। कभी-कभी विद्यार्थी उन शिक्षण बिंदुओं का पूरी तरह ज्ञान प्राप्त न करते हुए भी कक्षा को पास कर जाता है। परंतु प्रश्न केवल पास होने का नहीं है बल्कि पूरी जानकारी का है तथा उनको भिन्न-भिन्न श्रेणियों जैसे–प्रहली, दूसरी तथा तीसरी में रखा जाता है परंतु निदानात्मक परीक्षण से हम इस बात का पता लगा सकते हैं कि विद्यार्थी विषय के किन-किन बिंदुओं को नहीं समझ पाए। बुखार की अवस्था में जब हम डॉक्टर के पास जाते हैं तो वह दवाई देने से पहले बुखार के प्रकार की जाँच करता है कि ये मलेरिया है या टाईफाईड। इस पद्धति को "निदान" (Diagnosis) की संज्ञा दी जाती है। निदान के उपरांत ही बीमारी का उपचार किया जाता है जिससे बुखार का निवारण हो जाता है। चिकित्सा विज्ञान से ही निदान शब्द को शिक्षा के क्षेत्र में लाया गया है।

निदान का कार्य प्रारंभ से ही होना चाहिए। मनोवैज्ञानिक दृष्टि से कोई भी दो व्यक्ति समान नहीं होते। इसलिए एक प्रकार का ही उपचार सभी विद्यार्थियों के लिए उपयुक्त नहीं है। अध्यापक को विषय शिक्षण प्रारंभ करने से पूर्व विद्यार्थियों की सही स्थिति निदान द्वारा मालूम कर लेनी चाहिए। निदानात्मक कार्य प्रत्येक प्रकरण के पश्चात् करना चाहिए, जिससे उसका उपचार या निदान उसी समय किया जा सके। यदि विद्यार्थी की कमी

समय रहते दूर न की जाए तो वह कमी बढ़ जाती है और विद्यार्थी का विषय ज्ञान कम होता जाता है। जैसे ही कमी का एहसास हो, उसी समय उसका उपचार किया जाना चाहिए, ताकि वो कमी आगे ना आ सके।

आज के वैज्ञानिक युग में विद्यार्थियों की गलतियों का पता लगाने हेतु वैज्ञानिक विधियों को प्रयोग में लाया जाता है। अध्यापक जो भी परीक्षण कक्षा-कक्ष में करता है, वह निदानात्मक परीक्षण ही होता है। इन परीक्षणों से ये ज्ञात हो जाता है कि कमजोरी कहाँ है? निदानात्मक परीक्षण की सहायता से अध्यापक प्रत्येक विद्यार्थी को उनकी कमजोरियों एवं योग्यताओं के अनुसार एक क्रमबद्ध रूप से विभिन्न वर्गों में वर्गीकृत कर सकता है। अब प्रश्न ये सामने आता है कि गणित में निदान कार्य के लिए किन भिन्न-भिन्न सोपानों को ध्यान में रखा जाना चाहिए।

☛ गणित में निदानात्मक परीक्षण हेतु सोपानों का वर्णन करो।

उत्तर :

गणित में निदानात्मक परीक्षण हेतु सोपान
(Steps of Diagnostic Testing in Mathematics)

(i) विद्यार्थियों का गणित में किन भिन्न-भिन्न पदों (Terms), प्रत्ययों (Concepts), तथ्यों (Facts), तथा चिह्नों (Symbols) आदि जिनका उनको सही ज्ञान न हुआ हो, उसका पता लगाना।

(ii) प्रत्येक पद, प्रत्यय, तथ्य चिह्न इत्यादि कक्षा के कितने विद्यार्थियों को स्पष्ट नहीं हैं, इसमें विद्यार्थियों का प्रतिशत ज्ञात करके उच्च प्रतिशत से निम्न प्रतिशत के रूप में दर्शाया जाता है। इसका कारण ये है कि यदि गणित के किसी तथ्य को अधिकतर विद्यार्थी नहीं समझ पाए हैं तो उसका उच्च प्रतिशत आएगा एवं उसी का सर्वप्रथम उपचार किया जाना चाहिए। इसके पश्चात् कम प्रतिशत वाले तथ्य का उपचार किया जाए। ये प्रक्रिया इसी प्रकार चलती रहेगी जब तक सभी तथ्यों (Facts) का विद्यार्थियों को सही ज्ञान ना हो जाए।

(iii) जो भी प्रत्यय एवं तथ्य विद्यार्थियों को स्पष्ट नहीं हुए, उनके स्पष्ट न होने के कारणों को पहचानना चाहिए। सही कारण का ज्ञान होने के पश्चात् उसके निवारण का सही उपचार संभव हो सकता है।

गणित संबंधी पद, प्रत्यय, तथ्य आदि स्पष्ट न होने के कारण
(Causes of Why Terms, Facts, Concepts etc. of Mathematics are not clear)

विद्यार्थियों को गणित संबंधी पद, प्रत्यय, तथ्य आदि के स्पष्ट न होने के भिन्न-भिन्न कारण निम्न हैं :

(i) यदि विद्यार्थी को पिछली कक्षा में गणित के पद, प्रत्यय, तथ्य आदि अच्छी तरह स्पष्ट नहीं हुए हों तो नवीन ज्ञान प्राप्त करने में रुकावट पैदा होती है, क्योंकि नया ज्ञान पूर्व ज्ञान पर आधारित होता है। इसलिए नया ज्ञान देने से पहले विद्यार्थियों की कमियों को जानकर उनका निवारण किया जाना अति आवश्यक बन जाता है। इन कमियों का ज्ञान निदानात्मक परीक्षण द्वारा ही संभव है।

(ii) अध्यापक को कक्षा में शिक्षण कार्य करने से पहले विद्यार्थियों की आवश्यकताओं का ज्ञान अवश्य होना चाहिए क्योंकि विद्यार्थियों की सफलता उनकी आवश्यकताओं पर निर्भर करती है।

(iii) यह भी देख लेना चाहिए कि विद्यार्थियों को गणित विषय के अध्ययन में रुचि है या नहीं। रुचि न हाने की अवस्था में वह गणित की परीक्षा में असफल रहते हैं।

(iv) गणित के उचित पाठ्यक्रम के अभाव में भी विद्यार्थियों को विषय ज्ञान स्पष्ट नहीं हो पाता है।

(v) इसके अतिरिक्त विद्यालय में गणित विषय की पुस्तकें एवं सहायक सामग्री का न उपलब्ध होना भी विद्यार्थियों में अरुचि का कारण बनता है।

(vi) विद्यार्थियों को गणित के प्रत्यय स्पष्ट नहीं हो पाते हैं यदि उनकी योग्यता सामान्य से कम होती है तो इस बात को भी ध्यान में रखना चाहिए।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(vii) यदि गणित का अध्यापक शिक्षण में नई विधियों का प्रयोग नहीं करता है तो उस स्थिति में औसतन तथा औसतन से नीचे के विद्यार्थियों को पढ़ने या सीखने में कठिनाई आती है।

☛ निदानात्मक परीक्षण के उद्‌देश्य, आवश्यकता व महत्त्व पर प्रकाश डालो।

उत्तर :

निदानात्मक परीक्षण के उद्देश्य (Objectives of Diagnostic Test)

(i) गणित विषय में कमजोर व पिछड़े विद्यार्थियों की पहचान करना।
(ii) गणित पाठ्यक्रम में बदलाव लाना व इसे बालकेन्द्रित बनाना।
(iii) विद्यार्थियों की कमजोरियों, गलतियों व विशेषताओं की पहचान करना।
(iv) गणित की अध्ययन-अध्यापन प्रणाली के दोषों को दूर करना।
(v) गणित की अधिगम-प्रक्रिया व अधिगम अनुभव में बाधक तत्त्वों को पहचानकर उनका उपचार करना।
(vi) अध्ययन पद्धतियों का दिशा-निर्देशन करना।
(vii) विद्यार्थियों के विषय संबंधी विकास में रूकावट आने वाले तत्वों को जानना तथा उपचारात्मक सुझाव देना।

गणित शिक्षण में निदानात्मक परीक्षणों की आवश्यकता व महत्त्व (Need and Importance of Diagnostic Test in Mathematics Teaching)

गणित शिक्षण में निदानात्मक परीक्षणों के महत्त्व व आवश्यकताओं को निम्नलिखित कारणों द्वारा स्पष्ट किया जा सकता है :

(i) निदानात्मक परीक्षणों द्वारा यह ज्ञात किया जा सकता है कि विद्यार्थी कौन-सी मानसिक प्रक्रियाओं को सम्पादित नहीं कर सकता।
(ii) इसकी आवश्यकता केवल कमजोर व कम प्रतिभाशाली विद्यार्थियों को ही नहीं वरन् सामान्य विद्यार्थियों को भी होती है।
(iii) इस परीक्षण का प्रयोग विभिन्न कठिनाइयां उत्पन्न करने वाले प्रश्नों का विश्लेषण करने के लिए किया जाता है।
(iv) इस परीक्षण की सहायता से यह ज्ञात किया जा सकता है कि विद्यार्थी की विषयगत एवं विशेष इकाई में कठिनाई स्तर क्या है?
(v) निदानात्मक परीक्षण द्वारा अध्यापकों की पठन-पाठन की स्थितियों को प्रभावशाली एवं मजबूत बनाया जा सकता है।
(vi) इससे विद्यार्थियों के स्कूल में अध्ययन करते समय आने वाली रुकावट के कारणों का पता लगाया जा सकता है। इससे यह पता चलता है कि विद्यार्थी ने जिन उद्देश्यों से स्कूल में प्रवेश लिया था वे उसे प्राप्त हुए हैं या नहीं?
(vii) इससे विद्यार्थियों की वास्तविक व वांछनीय उपलब्धियों में व्याप्त दूरी को समाप्त किया जा सकता है।
(viii) यह परीक्षण अध्यापकों के उचित निर्देशन, परामर्श व शिक्षण के लिए आवश्यक है।
(ix) यह परीक्षण विद्यार्थियों की विभिन्न कमियों को दूर करने के लिए उपचारात्मक शिक्षण की व्यवस्था करने में सहायक है।
(x) इस प्रक्रिया का प्रयोग विषय-वस्तु के विश्लेषण के अतिरिक्त मानसिक प्रक्रिया के विश्लेषण हेतु भी प्रयोग किया जाता है।

☛ उपचारात्मक शिक्षण से आप क्या समझते हैं? उपचारात्मक शिक्षण का महत्त्व तथा उद्देश्य बताइये।

अथवा

☛ उपचारात्मक शिक्षण पर टिप्पणी लिखो।

उत्तर :

उपचारात्मक शिक्षण (Remedial Teaching)

उपचारात्मक शिक्षण एक ऐसा कार्य है, जो विद्यार्थियों की सामान्य या विशिष्ट अधिगम कमजोरियों को खत्म करने के लिए किया जाता है। जिन कमजोरियों एवं कठिनाइयों का निदान किसी निदानात्मक प्रक्रिया या परीक्षण से किया गया हो। अतः किसी विशेष विद्यार्थी की किसी विशेष विषय या प्रकरण में अनुभव होने वाली कठिनाई एवं कमजोरी के निदान से उनके निवारण के लिए किसी उपचारात्मक शिक्षण योजना का काम शुरू होता है। किसी समस्या विशेष के अनुसार ही उसका प्रारंभ किया जाता है। इन्हीं धारणाओं व मान्यताओं के आधार पर ही गणित के उपचारात्मक शिक्षण उपायों के बारे में निम्नलिखित तथ्य उभरकर सामने आते हैं :

(i) यदि किसी कक्षा का प्रत्येक विद्यार्थी इन कठिनाइयों व कमजोरियों से गुजर रहा है तो उन कठिनाइयों व कमजोरियों के निवारण के लिए एक सामूहिक कार्यक्रम चलाया जाएगा। इसके लिए विद्यार्थी जिस विषय से संबंधित समस्याएँ अनुभव कर रहे हैं, उस विषय की अतिरिक्त कक्षाएँ लगाई जाएंगी। कहने का अर्थ है कि उस विषय पर अतिरिक्त ध्यान दिया जाएगा। उन कठिनाइयों को दूर करने के लिए सभी उचित विधियों जैसे—श्रव्य-दृश्य साधन, लिखित कार्य, अभ्यास कार्य, प्रयोगात्मक कार्य इत्यादि की सहायता ली जा सकती है।
(ii) विभिन्न समस्याओं के उपचारात्मक उपाय भी समस्या के अनुरूप ही विशेष व वैयक्तिक होंगे। गणित विषय एक क्रमिक विषय है, जिसमें प्रत्येक विधि क्रम अनुसार चलती हैं। प्रत्येक विधि या प्रकरण अपने से पहले पढ़ाई गई विधि पर आधारित होती है और आगे पढ़ाई जाने वाली विधि का आधार बनती है। अतः किसी विद्यार्थी की समस्या के उपचार हेतु उसे उस समस्या का बुनियादी आधार दिया जाना चाहिए।
(iii) कई बार विद्यार्थी विषय में पर्याप्त रुचि न होने के कारण उसे उचित ढंग से समझ नहीं सकता। इसलिए अध्यापक द्वारा विद्यार्थी को गणित में ऐसी भूमिका प्रदान की जाए जिससे वह गणित के महत्त्व को समझते हुए उसमें पर्याप्त रुचि लेने लगे। कई बार निदान की गई समस्या उसके पूर्व ज्ञान से संबंधित नहीं होती। तब उस समस्या का निदान अवश्य ही भविष्य के शिक्षण-अधिगम कार्यक्रम में होगा। विद्यार्थियों द्वारा की जाने वाली गलतियों व निदानात्मक परीक्षण परिणाम का विश्लेषण करने से ही उसकी विषय संबंधित कठिनाइयों एवं कमजोरियों का पता चलेगा। इसलिए निदान के आधार पर ही हम उसके उपचारात्मक शिक्षण का आयोजन कर सकते हैं।

विद्यार्थियों द्वारा दिए गए निदानात्मक परीक्षण के प्रश्नों के उत्तरों की सहायता से निदानात्मक अधिगम कठिनाइयों तथा गलतियों के विश्लेषण के आधार पर वैयक्तिक उपचारात्मक नियोजन किया जाता है।

उपचारात्मक शिक्षण का महत्त्व (Importance of Remedial Teaching)

उपचारात्मक शिक्षण का उद्देश्य है छात्रों की त्रुटियों का निवारण। त्रुटियाँ किन कारणों से हो रही हैं सर्वप्रथम विवेक द्वारा पता लगाना चाहिए। अगर छात्र गुणा एवं भाग में "हासिल" की भूल करता है तो कारण क्या है? इसे स्पष्ट करने के बाद ही निवारण संभव है। ऐसे समय छात्रों के साथ प्रेम एवं सहानुभूति का भाव रखना चाहिए। उन्हें प्रेरित एवं प्रोत्साहित करते रहना चाहिए। प्रोत्साहन से छात्रों में प्रेरणा आती है और बल

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

मिलता है, जिससे वे अपेक्षित सुधार करते हैं। उपचारात्मक शिक्षण से छात्रों की कठिनाइयों को दूर किया जाता है एवं उनके द्वारा प्रगति प्रारंभ हो जाती है। उपचारात्मक शिक्षण छात्रों को हीन भावना से बचाता है। वह उन्हें कुसामंजस्यता की हीन भावना से मुक्त कर देता है। जब तक हीन भावना बनी रहेगी, छात्र प्रगति नहीं कर सकते। इसलिए उपचारात्मक शिक्षण में इस भावना को समाप्त किया जा सकता है। कभी-कभी देखा जाता है कि बुरी संगति के कारण भी छात्र अध्ययन में मन नहीं लगाते और पिछड़ने लगते हैं। ऐसी स्थिति में अध्यापक को बुरी संगति से मुक्ति दिलाने के लिए उपचारात्मक शिक्षण का सहारा लेना चाहिए और छात्रों को आदर्श पुरुषों के उदाहरण से एवं अच्छे छात्रों के सहयोग से लाभान्वित करना चाहिए, इससे बालकों का अपेक्षित विकास होता है।

उपचारात्मक शिक्षण के उद्देश्य
(Objectives of Remedial Teaching)

"उपचार" का अर्थ है "ईलाज"। जिस प्रकार डॉक्टर रोगी का ईलाज करता है, उसी तरह गणित शिक्षक विद्यार्थियों द्वारा गणित में प्रयोग होने वाले भिन्न-भिन्न पदों (Terms), प्रत्ययों (Concepts), चिह्नों (Symbols), एवं तथ्यों (Facts) संबंधी अशुद्धियों का उपचार करके उन्हें सही ढंग से प्रयोग करने के योग्य बनाता है। गणित शिक्षण में उपचारात्मक शिक्षण के निम्नलिखित उद्देश्य हैं :

(i) छात्रों की दूषित मनोवृत्तियों एवं आदतों को समाप्त करना।
(ii) छात्रों में गणित शिक्षण के प्रति रुचि पैदा करना।
(iii) छात्रों में प्रगतिशील आदतों का विकास करना।
(iv) छात्रों के चरित्र एवं मनोबल को विकसित करना।
(v) छात्रों के समक्ष सीखते समय आने वाली कठिनाइयों को दूर करना।
(vi) छात्रों में आत्म-विश्वास पैदा करना।
(vii) छात्रों की मानसिक उलझनों को सुलझाना।
(viii) छात्रों में सच्चे ज्ञान की पूर्ति करना।

☛ **उपचारात्मक शिक्षण की विधियों का वर्णन करो।**

अथवा

☛ **उपचारात्मक शिक्षण की विधियों की उपयुक्त उदाहरणों द्वारा व्याख्या कीजिए।**

उत्तर :

उपचारात्मक शिक्षण की विधियाँ
(Methods of Remedial Teaching)

गणित में उपचारात्मक शिक्षण की अनेक विधियाँ प्रचलित हैं। इन विधियों को हम सुविधा की दृष्टि से दो भागों में बाँट सकते हैं :

1. सामूहिक विधि (Group Method)
2. व्यक्तिगत विधि (Individual Method)

इनका विस्तारपूर्वक वर्णन निम्नलिखित है :

1. **सामूहिक विधि (Group Method) :** सामूहिक उपचार विधि से तात्पर्य है—सभी छात्रों का एक साथ उपचार करना। गणित में कुछ अशुद्धियाँ ऐसी होती हैं जिन्हें अधिकतर छात्र करते हैं। अध्यापक छात्रों की कॉपियाँ देखकर या उनसे प्रश्न पूछकर ऐसी गलतियों को ढूँढ़ निकालता है। ये अशुद्धियाँ पिछली कक्षा के गलत शिक्षण के कारण या भ्रमपूर्ण धारणाएँ बन जाने के कारण या परिवेश के कारण पैदा हो सकती हैं। इन गलतियों का सामूहिक उपचार करने से सभी छात्रों को लाभ पहुँच सकता है एवं समय की भी बचत हो सकती है। अध्यापक को सामूहिक उपचार के लिए छात्रों द्वारा की गई सामान्य अशुद्धियों को अलग कर लेना चाहिए और फिर चॉक बोर्ड के माध्यम से उन अशुद्धियों को सुधारना चाहिए। निरन्तर अभ्यास से ही अशुद्धियों को जो कि आदत बन चुकी हैं, दूर किया जा सकता है।

सामूहिक उपचार की एक दूसरी विधि भी है। इस विधि में समूची कक्षा की अशुद्धियों का एक साथ उपचार नहीं किया जाता है, बल्कि अशुद्धियों के आधार पर कक्षा को चार भागों में बाँट लिया जाता है और फिर प्रत्येक वर्ग की विशिष्ट अशुद्धियों का सामूहिक उपचार किया जाता है। कक्षा में कुछ छात्र ऐसे होंगे जिन्हें ज्यामिति समझने में कठिनाई आती है। दूसरा वर्ग बीज गणित में रुचि नहीं रखता, तीसरा वर्ग अंकगणित के प्रश्न हल करते हुए गलतियाँ करता है। इन विशिष्ट दोषों के आधार पर छात्रों के वर्ग बना देने चाहिए और फिर प्रत्येक वर्ग को अतिरिक्त समय देकर उनके विशिष्ट दोषों का उपचार करके ज्यादा से ज्यादा अभ्यास करवाना चाहिए। सामूहिक उपचार की यह विधि श्रमसाध्य तो है, परंतु इसका लाभ काफी होता है क्योंकि इस विधि में छात्र भी एक-दूसरे की सहायता करते हैं।

2. **व्यक्तिगत विधि (Individual Method) :** व्यक्तिगत उपचार के लिए निम्नलिखित पद्धतियाँ अपनाई जानी चाहिए—

(i) व्यक्तिगत उपचार में विद्यार्थियों की व्यक्तिगत विभिन्नता का ध्यान रखना चाहिए।
(ii) व्यक्तिगत अध्ययन करना चाहिए तथा उपचार गृह-पद्धति का सहारा लेना चाहिए।
(iii) उपचार करते समय परिस्थिति, मजबूरियों एवं वातावरण का ध्यान रखना चाहिए।
(iv) उपचार हेतु दंड आवश्यक नहीं है, प्रेम एवं सहानुभूति के साथ व्यक्तिगत उपचार करना चाहिए।
(v) कक्षा के छात्र अलग-अलग ढंग से गलतियाँ करते हैं, इसलिए उपचार भी अलग-अलग ढंग से किया जाना चाहिए।
(vi) सामूहिक उपचार व्यक्तिगत रूप से भी कराये जा सकते हैं, सामूहिक उपचार में संभव है व्यक्तिगत उपचार न हो सके। बिना व्यक्तिगत ध्यान दिए सच्चाई का पता लगाना कठिन हो जाता है।

सतत तथा व्यापक मूल्यांकन
(Continuous and Comprehensive Evaluation)

☛ **मूल्यांकन की सततता तथा व्यापकता पर टिप्पणी कीजिए।**

अथवा

☛ **सतत व व्यापक मूल्यांकन के बारे में लिखो।**

व्यापक मूल्यांकन
(Comprehensive Evaluation)

मूल्यांकन की व्यापकता की व्याख्या हम निम्नलिखित बातों द्वारा कर सकते हैं—

1. **उद्देश्यों एवं प्रयोजन के रूप में व्यापकता (Comprehensiveness in the form of Objectives and Purposes) :** मूल्यांकन उद्देश्यों एवं प्रयोजनों की पूर्ति के आधार पर परीक्षा, मापन तथा परीक्षण की अपेक्षा बहुत व्यापक होता है। विद्यार्थियों के माता-पिता, अध्यापक, प्रशासन वर्ग, विद्यार्थी, पाठ्यक्रम तथा प्रश्न-पत्र के निर्माता इत्यादि को मूल्यांकन के परिणाम की आवश्यकता होती है। इस प्रकार मूल्यांकन के परिणाम शिक्षण-अधिगम से जुड़े सभी व्यक्तियों का मार्गदर्शन करते हैं। इसी तरह मूल्यांकन के परिणाम द्वारा शिक्षण-अधिगम प्रणाली के शुरुआती चरण के उद्देश्य निर्धारण से लेकर आयोजन तथा प्रबंध तक उचित पृष्ठ-पोषण मिलने का उद्देश्य प्रमाणित होता है। इस प्रकार मूल्यांकन शैक्षिक व्यवस्था की प्रक्रिया, अदा तथा प्रदा तत्त्वों का उचित पृष्ठ-पोषण देते हैं, जिससे मूल्यांकन परिणाम उन्हें वांछित रूप प्रदान करने में व्यापक भूमिका निभाते हैं।

2. **साधनों और तकनीकों की दृष्टि से मूल्यांकन की व्यापकता (Comprehensive in Terms of Tools and Techniques) :** परीक्षण, मापन तथा परीक्षा के मूल्यांकन हेतु जो साधन एवं तकनीकें

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

अपनाई जाती हैं वे बहुत विस्तृत और व्यापक होती हैं। मूल्यांकन की जांच प्रक्रिया में किसी वस्तु की परिमाणात्मक व्याख्या के अतिरिक्त गुणात्मक व्याख्या जैसे–साक्षात्कार, अवलोकन, रेटिंग स्केल आदि का भी उपयोग किया जाता है। इस प्रकार तकनीकों एवं साधनों की दृष्टि से मूल्यांकन परीक्षा, मापन तथा परीक्षण आदि की अपेक्षा अधिक व्यापक और विस्तृत कहा जा सकता है।

3. **परिणामों के संदर्भ में मूल्यांकन की व्यापकता (Comprehensiveness in the Term of Output) :** मूल्यांकन प्रणाली में प्राप्त होने वाले परिणाम, परीक्षण, मापन व परीक्षा की तुलना में अधिक व्यापक तथा विस्तृत होते हैं। इस बात की पुष्टि निम्न बिंदुओं से लगाई जा सकती है–

– मूल्यांकन के परिणाम हमें परिमाणात्मक वितरण के अलावा परिणामों की उपलब्धि तथा निरर्थकता का भी निर्णय देते हैं। उदाहरणस्वरूप–यदि किसी विद्यार्थी ने सौ में से पैंसठ अंक प्राप्त किए हैं तो मूल्यांकन के परिणाम हमें परिमाणात्मक वितरण के अलावा ये भी बतायेंगे कि वह प्रथम श्रेणी में पास हुआ है। इस प्रकार मूल्यांकन के परिणाम मापन संबंधी सूचना के आधार पर उसकी सार्थकता तथा उच्चस्तरीयता के बारे में भी निर्णय देकर काफी व्यापक एवं विस्तृत बन जाते हैं।

– विद्यार्थी के व्यक्तित्व के प्रत्येक पहलुओं और व्यवहार के सभी पक्षों में होने वाले परिवर्तनों तथा विकास की मूल्यांकन के परिणामों द्वारा जांच की जा सकती है, जो मापन, परीक्षण तथा परीक्षाओं के द्वारा संभव नहीं है।

– मूल्यांकन की व्यापकता का पता इस बात से भी लगाया जा सकता है, क्योंकि ये न केवल विद्यार्थियों की कमजोरियों को ही ढूंढता है बल्कि उनके समाधान हेतु सुझाव भी प्रदान करता है। साथ-साथ निर्धारित किए गए शिक्षण अधिगम उद्देश्यों की उपयुक्तता के बारे में भी बताता है। अधिगम अनुभवों, पाठ्यक्रम, विधियों, तकनीकों, सामग्री इत्यादि की उपयुक्तता के बारे में भी बोध करवाता है।

– शिक्षण-अधिगम में शिक्षण एवं विद्यार्थियों की भागीदारी को भी ध्यान में रखता है एवं वह प्रक्रिया किस हद तक सफल रही, का ज्ञान भी करवाता है।

मूल्यांकन की सततता या निरंतरता (Continuity of Evaluation)

जहां मूल्यांकन अपनी व्यापकता और विस्तृतता के लिए जाना जाता है, वहीं उसकी दूसरी विशेषता उसकी सततता या निरंतरता होती है। निम्न बातों से उसकी इस विशेषता के विद्यमान होने की पुष्टि होती है–

(a) जिस तरह परीक्षा और परीक्षण में निश्चित समय दिया होता है, उस तरह से मूल्यांकन में समय की कोई निश्चित अवधि नहीं होती है। दैनिक, साप्ताहिक, पाक्षिक, मासिक, अर्धवार्षिक तथा वार्षिक अवधि में परीक्षा और परीक्षण लेने का रिवाज है। मूल्यांकन के लिए तो ऐसा कोई भी समय बंधन नहीं होता। मूल्यांकन प्रक्रिया के दौरान इस बात की पूरी स्वतंत्रता रहती है कि शिक्षण अधिगम के सम्पूर्ण सत्र के दौरान जिस समय भी चाहे शिक्षक छात्रों की निष्पत्ति की जांच कर सकता है।

(b) मूल्यांकन का उद्देश्य इस बात का मूल्य आंकना होता है कि छात्रों के व्यवहार में शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया के परिणामस्वरूप जो बदलाव आते हैं, अपेक्षित उद्देश्यों की पूर्ति हेतु वे कितने और किस रूप में सही हो सकते हैं। इन परिवर्तनों का आना व्यवहार में अनवरत रूप से चलता ही रहता है। यह भी नहीं कहा जा सकता कि शिक्षण-अधिगम के किस मुकाम पर किस प्रकार के अधिगम अनुभवों या शिक्षण-अधिगम विधि और साधनों से किस प्रकार के परिवर्तन छात्रों के व्यवहार में आ जाएं। इस दृष्टि से छात्रों के व्यवहार की जांच और इन जांच परिणामों का मूल्य निर्धारण भी अनवरत रूप से चलते रहना चाहिए। छात्र को उचित दिशा में आगे बढ़ते रहने के लिए अपेक्षित

पुनर्बलन तभी मिलेगा जब उसके व्यवहार में अपेक्षित परिवर्तन आए तथा तब जबकि छात्र व शिक्षक को यह पता चले कि वह ठीक दिशा में सही तरीके से अधिगम पथ पर आगे बढ़ रहा है। इस तरह से स्व-प्रतिपुष्टि चाहे छात्र को मिले या शिक्षक को शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया की सफलता हेतु आवश्यक होती है। एक आदर्श मूल्यांकन में इस तरह की विशेषता का पाया जाना मूल्यांकन की प्रक्रिया को सतत या अनवरत रूप से लगातार चलाने में सहायक होता है।

☛ **निर्माणात्मक मूल्यांकन तथा संकलनात्मक मूल्यांकन का वर्णन कीजिए।**

उत्तर :

निर्माणात्मक मूल्यांकन (Formative Evaluation)

निर्माणात्मक मूल्यांकन बच्चों के अधिगम को मापता है और ठीक समय पर आवश्यक प्रयास एवं शक्ति के लिए प्रेरित करता है। प्रत्येक इकाई के शिक्षण उपरान्त निर्माणात्मक परीक्षण किया जाता है। इसके द्वारा इकाई के पूरा होने से पहले आने वाली कठिनाइयों को पहचानने में मदद मिलती है। छात्र को जब किसी इकाई में निपुणता नहीं प्राप्त होती है तो निर्माणात्मक मूल्यांकन उनकी कठिनाइयों को दूर करने में मदद करते हैं। परिणामस्वरूप उन्हें इकाई में निपुणता प्राप्त करने में सुविधा रहती है। यह मूल्यांकन की एक ऐसी प्रक्रिया है, जिसके द्वारा समय तथा स्थिति के अनुसार पाठ्यक्रम में परिवर्तन लाया जा सकता है। दूसरे शब्दों में, निर्माणात्मक मूल्यांकन का मुख्य लक्ष्य पाठ्यक्रम में सुधार लाकर उसका विकास करना है।

निर्माणात्मक परीक्षण बनाने के लिए प्रयोग में आने वाले सोपान या पद (Steps Involved in Formative Test Construction)

निपुणता अधिगम युक्ति में सभी इकाइयों पर निर्माणात्मक परीक्षण विकसित किया जाता है। जिसके लिए शिक्षक द्वारा एक या दो सप्ताह में पढ़ाई जाने वाली इकाइयों की विषय-वस्तु का चयन कर लिया जाता है। निर्माणात्मक परीक्षण के निम्न मुख्य सोपान हैं–

(1) **विषय-वस्तु का विश्लेषण :** इस मूल्यांकन विधि के इस सोपान के अन्तर्गत अधिगम इकाई के अवयवों को विषय-वस्तु में जोड़ा जाता है। नई विषय-वस्तु के नियमों, सिद्धान्तों, तथ्यों और विधियों को परिभाषित कर उनका उल्लेख करते हैं। शिक्षक नई विषय-वस्तु के तत्त्वों को पहचानकर एक सूची तैयार कर लेता है। एक अनुभवी शिक्षक नयी विषय-वस्तु का विश्लेषण करने के पश्चात् उसे अच्छी प्रकार से पहचानता हुआ परिभाषित करता है।

(2) **छात्रों के व्यवहारों की विशिष्टता :** शिक्षक द्वारा नयी विषय-वस्तु का विश्लेषण करने के पश्चात् निर्माणात्मक मूल्यांकन के दूसरे सोपान में नई विषय-वस्तु से सम्बन्धित छात्रों के व्यवहारों को समझा जाता है। शिक्षा को विषय-वस्तु के नये तत्त्वों के प्रकाश में छात्रों को क्या सिखाना है? उसे क्या और कितना याद करना है? उसे कौन-कौन सी विधियां अपनानी चाहिए? उसे क्या-क्या व्याख्या करना है? विषय वस्तु के सभी तत्त्वों को ज्ञानात्मक व्यवहारों के रूप में विश्लेषण करना होता है। ज्ञानात्मक व्यवहारों को ब्लूम के शिक्षण उद्देश्य के वर्गीकरण (ज्ञान, अवधि, अनुप्रयोग, विश्लेषण, संश्लेषण एवं मूल्यांकन) के द्वारा समझा एवं पहचाना जा सकता है।

(3) **विशिष्टताओं की सारणी बनाना :** छात्रों के व्यवहारों की विशिष्टताओं की सारणी तैयार करते समय उनके मुख्य व्यावसायिक स्तरों को प्रत्येक कालम के ऊपर रख देते हैं और इनके नीचे उचित विषय तत्त्वों की सूची रख दी जाती है। इन तत्त्वों के मध्य सम्बन्ध दर्शाने के लिए इनमें रेखाएं अंकित कर दी जाती हैं। एक तत्व एक स्तर से अधिक महत्त्वपूर्ण है, तो उसे दो दूसरे तत्त्वों के द्वारा अंकित कर दिखाया जाता है। इस प्रकार शिक्षक विशिष्टताओं की सारणी द्वारा विभिन्न तत्त्वों के परस्पर सम्बन्ध और उनके विकास एवं सुधार के बारे में जानकारी प्राप्त कर लेता है। इस प्रकार की सारणी शिक्षकों के निर्माणात्मक परीक्षण में काफी सहायक

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

सिद्ध होती है। इससे शिक्षक को यह पता चलता है कि परीक्षण में किन-किन चीजों को लेना है और उनका परीक्षण पद में क्या सम्बन्ध है?

(4) **महत्त्वपूर्ण तत्त्वों के पदों का वर्णन :** निर्माणात्मक परीक्षण के अन्तर्गत तैयार की गई विशिष्टता सारणी में वर्णित सभी इकाइयों के विभिन्न महत्त्वपूर्ण तत्त्वों के पदों का वर्णन होना चाहिए। सारणी में यदि चालीस मुख्य तत्व हैं, तो उन सभी को एक या इससे अधिक पदों में लाना चाहिए। इसमें विभिन्न व्यावहारिक स्तर के पदों को सम्मिलित करना चाहिए, क्योंकि परीक्षण में सभी व्यावहारिक स्तर के पदों का होना जरूरी है। पदों को पूछने के ढंग भी अलग-अलग हो सकते हैं। इस परीक्षण में रिक्त स्थान भरो, बहुविकल्प पद एवं मिलान पद आदि विभिन्न पदों को सम्मिलित किया जा सकता है।

निर्माणात्मक मूल्यांकन शिक्षक और विद्यार्थी दोनों के लिए अत्यन्त लाभदायक है। यह विद्यार्थी के अधिगम के मूल्यांकन में भी काफी सहायक है। यह विद्यार्थियों को उचित समय पर ठीक दिशा में शक्ति लगाने के लिए प्रेरित करता है। विद्यार्थियों को किसी विशेष विषय-वस्तु में निपुणता देकर वह सार्थक प्रेरणा का काम करता है। विद्यार्थी द्वारा किसी विषय-वस्तु पर अच्छी प्रकार से निपुणता न प्राप्त करने की स्थिति में निर्माणात्मक मूल्यांकन उसकी विषय-वस्तु अधिगम के मार्ग में आने वाली बाधाओं से परिचित कराता है और शिक्षक विद्यार्थी को उसे सीखने के लिए पुनः मार्ग निर्देशन देता है। इसकी सहायता से शिक्षक आज के छात्रों के परिणामों की तुलना पहले के छात्रों के परिणामों से भी कर सकता है।

संकलनात्मक मूल्यांकन
(Summative Evaluation)

संकलनात्मक मूल्यांकन का सम्बन्ध पाठ्यक्रम के परिणाम को मापने से है। पाठ्यक्रम की रचना विशेष लक्ष्यों के मद्देनजर की जाती है। इन लक्ष्यों में शिक्षा द्वारा समाज का विकास तथा बच्चों की चहुँमुखी उन्नति की जाती है। संकलनात्मक मूल्यांकन का लक्ष्य बच्चों में पाठ्यक्रम में सुधार के परिणामस्वरूप उनके मूल्यांकन से उसमें सुधार करना है। इस प्रकार के मूल्यांकन का मुख्य उद्देश्य अधिगम इकाई के निपुणता स्तर को मालूम करना है और कमियों के बारे में बताना है जो एक बच्चे द्वारा निपुणता प्राप्त करते समय आती है। इसके अतिरिक्त संकलनात्मक मूल्यांकन बच्चों को उनके उद्देश्यों की उपलब्धि के अनुसार वर्गीकृत करता है। बच्चों में कैसे परिवर्तन होता है, यह इससे अधिक सम्बन्धित है। इसका मुख्य लाभ यह भी है कि परिवर्तन पूरा हो चुका है और शेष बची कमियों में सुधार किया जा सकता है।

संकलनात्मक मूल्यांकन के महत्त्वपूर्ण कार्यों को श्रेणी में बांटना, समूहों की उपलब्धियों की तुलना करके सुधार करना, कोर्सों की सफलता की प्रकथना एवं प्रमाणीकरण को सम्मिलित किया जा सकता है। संकलनात्मक मूल्यांकन की निपुणता अधिगम में बच्चों को विभिन्न श्रेणियों में विभाजित करना है। शिक्षक को चाहिए कि वह सभी बच्चों की निपुणता स्तर को जानकर उनमें निपुणता विकसित करने के लिए यथासम्भव प्रयास करे। बच्चों द्वारा निपुणता को प्राप्त कर लेने पर शिक्षक को इसकी पहचान कर लेनी चाहिए। इसके लिए उसे ज्ञानात्मक विधि के अतिरिक्त पाठ्य-सामग्री के उद्देश्यों को जानना चाहिए। संकलनात्मक मूल्यांकन विधि का मुख्य कार्य इन उद्देश्यों को पूर्ण होने पर सभी बच्चों को क्रम से देना है।

निर्माणात्मक मूल्यांकन एवं संकलनात्मक मूल्यांकन दोनों साथ-साथ चलते रहते हैं। जैसे-जैसे पाठ्यक्रम का विस्तार होता जाता है, वैसे-वैसे मूल्यांकन भी विस्तृत होता जाता है। पहले परम्परागत पाठ्यक्रम से तात्पर्य केवल कुछ विषयों के पढ़ने से लिया जाता था तथा मूल्यांकन भी उन्हीं विषयों तक सीमित था, लेकिन आजकल पाठ्यक्रम में शैक्षिक एवं गैरशैक्षिक विषयों का महत्त्व भी बढ़ गया है और इसी तरह मूल्यांकन का क्षेत्र भी व्यापक हो गया है। इसलिए निर्माणात्मक मूल्यांकन के बिना संकलनात्मक मूल्यांकन अधूरा है, क्योंकि ये दोनों एक-दूसरे की पूर्ति करते हैं।

☛ **मानदण्ड संदर्भित तथा मानक संदर्भित परीक्षण क्या है?**

उत्तर :

मानदण्ड संदर्भित परीक्षण
(Criterion Referenced Test)

मानदंड संदर्भित परीक्षण से हमारा अभिप्राय है कि ऐसा परीक्षण जो पूर्ण निर्धारित शिक्षण-अधिगम उद्देश्यों को ध्यान में रखकर बनाया गया। मानदंड संदर्भित परीक्षण में मापने एवं मूल्यांकन करने की तकनीकें एवं साधन विकसित किए जाते हैं जिनसे निर्धारित उपलब्धि के अनुसार अधिगम उपलब्धियों का वस्तुगत एवं वैध मापन हो सके। इन परीक्षणों में विद्यार्थियों की आपस में प्रतियोगिता या मुकाबला नहीं होता बल्कि वह अपनी उपलब्धियों की स्वामित्व (काफी ऊँचे स्तर की) स्तर की उपलब्धियों से तुलना करता है तथा स्वामित्व स्तर की उपलब्धियों तक पहुँचने के लिए वह अधिगम पथ पर अपनी योग्यता व क्षमता के साथ अग्रसर रहता है। मानदंड संदर्भित परीक्षण में ऐसे परिणाम सामने लाए जाते हैं जिनसे पूर्व निर्धारित निस्पत्ति स्तर (एक मान्य स्तर जिसे स्वामित्व स्तर कहते हैं) निर्धारित कर लिया जाता है ये परीक्षण उस मूल्यांकन प्रणाली में प्रयोग किया जाता है जिसमें शिक्षण स्तर शुरू होने से पहले ही उपलब्धियों का एक स्तर निश्चित कर लिया जाता है जिसे स्वामित्व स्तर (Mastery Level) कहते हैं। इसे मानदंड या कसौटी मान लिया जाता है। शिक्षण स्तर के बीच-बीच में ये पता लगाया जाता है कि विद्यार्थी स्वामित्व स्तर के किस स्तर तक पहुँचा है? फिर विद्यार्थियों को स्वामित्व स्तर तक पहुँचने के लिए सहायता, व्यैक्तिक अनुदेशन (Individual Instruction) तथा उपचारात्मक शिक्षण (Remedial Teaching) प्रदान किया जाता है।

मानदण्ड संदर्भित परीक्षण के लाभ
(Merits of Criterion Referenced Test)

(i) यह अध्यापक को उसके अध्यापन की विधियों एवं शैक्षिक पाठ्यक्रम सामग्री में लगातार बदलाव लाकर सुधार करने हेतु सहायता प्रदान करता है।

(ii) विद्यार्थियों को अपने आप में सुधार लाने हेतु मार्गदर्शन करता है।

(iii) पाठ्य उद्देश्यों की प्राप्ति द्वारा विद्यार्थियों की शैक्षिक शक्ति एवं क्षमता का मूल्यांकन करता है।

(iv) विशिष्ट शैक्षिक उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए ये पाठ्यक्रम एवं अधिगम साधनों/सामग्री के परिवर्तन लाने में सहायक सिद्ध होता है।

(v) अध्यापकों द्वारा विद्यार्थियों की प्रगति संबंधी रिपोर्ट तैयार करने में सहायक सिद्ध होता है।

मानदण्ड संदर्भित परीक्षण की सीमाएँ
(Limitations of Criterion Referenced Test)

(i) इस परीक्षण का प्रयोग सीमित ज्ञान के मूल्यांकन हेतु किया जा सकता है। मिश्रित ज्ञान एवं सूझ शक्ति का मूल्यांकन संभव नहीं है।

(ii) परीक्षण ये बताने के योग्य नहीं है कि किस विद्यार्थी में ज्ञान अथवा शक्ति का उच्च स्तर कितना उच्च व निम्न है। ये सिर्फ इस तथ्य को बताता है कि कोई विद्यार्थी क्या जानता है और क्या कर सकता है।

मानक संदर्भित परीक्षण
(Norm Referenced Test)

इस परीक्षण से हमारा अभिप्राय एक ऐसे परीक्षण से हैं जो मानकों (Norms) पर आधारित हो। मानो हम किसी भी छात्र का उपलब्धि परीक्षण लेकर उसके उपलब्ध प्राप्तांक निकालते हैं तो इन प्राप्तांकों का तब तक कोई अर्थ नहीं रहता जब तक कि इनकी व्याख्या किसी मानक से संदर्भित नहीं करती। 100 अंश मानक के जरिये हम किसी छात्र के उपलब्धि प्राप्तांकों की व्याख्या करते हुए ये बतलाते हैं कि उस समूह, जिसका वह सदस्य है उसके प्राप्तांक कितने प्रतिशत छात्रों से ऊपर हैं। प्रत्येक छात्र का उसकी आयु व ग्रेड के हिसाब से मानक तैयार कर लिया जाता है। उदाहरणस्वरूप—राम कक्षा आठवीं का विद्यार्थी है और उसका ग्रेड बी

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

है। ग्रेड और आयु के हिसाब से उसके द्वारा प्राप्त अंकों के आधार पर मानक तैयार किया जाता है, जिस पर आधारित बुद्धि के स्तर का ज्ञान प्राप्त होता है जैसे—राम का बौद्धिक स्तर कितना औसतन से ऊपर या कम कहा जाएगा। मानक से हमें पता चलता है कि वर्तमान में किसी व्यक्ति विशेष की क्या उपलब्धि है? परीक्षण के प्राप्तांकों की व्याख्या हेतु शतांश मानक तथा ग्रेड मानकों का उपयोग किया जाता है। शतांश मानकों के आधार पर विद्यार्थी के प्राप्तांकों की व्याख्या करके यह भी बता सकते हैं कि उसने समूह विशेष के कितने प्रतिशत विद्यार्थियों से अच्छे अंक प्राप्त किए हैं। इनके आधार पर ही एक विद्यार्थी की दूसरे विद्यार्थियों से तुलना की जाती है। इन्हीं मानकों के आधार पर ही विद्यार्थियों को ग्रेड, डिवीजन प्रदान की जाती है। उनकी उपलब्धियों की तुलना करके विद्यालय, जिले, राज्य या देश में उनका क्या स्थान है, यह ज्ञात किया जा सकता है।

मानक संदर्भित परीक्षण के लाभ
(Merits of Norms Referenced Test)

मानक संदर्भित परीक्षण शैक्षिक एवं व्यवसायिक नियोजन के लिए आधारशिला सामग्री पेश करता है। ये परीक्षण व्यवसायिक परिस्थापन के लिए विद्यार्थियों को उचित शैक्षिक उपलब्धि का आधार बनाता है। ये परीक्षण पदोन्नति के लिए विद्यार्थियों की शैक्षिक उपलब्धि स्थापित करता है। इस शिक्षण का प्रयोग विद्यार्थियों के चुनाव हेतु किया जाता है। यह परीक्षण विद्यार्थियों की प्रगति के लिए सापेक्षिक दृष्टि से उसके पाठकों का मार्गदर्शन करता है।

मानक संदर्भित परीक्षण की सीमाएँ
(Limitations of Norms reference test)

मानक संदर्भित परीक्षण के अंतर्गत एक विद्यार्थी का दूसरे विद्यार्थी के साथ मुकाबला होता है जो ईर्ष्या को जन्म देता है और जिसके परिणामस्वरूप इसमें कम प्राप्तांक करने वाले छात्रों को मानसिक रूप से कष्ट एवं निराशा होती है।

☛ **मानदण्ड संदर्भित परीक्षण एवं मानक संदर्भित परीक्षणों में तुलना करो।**

उत्तर :

मानदण्ड संदर्भित परीक्षण एवं मानक संदर्भित परीक्षणों में तुलना
(Comparison between Criterion Referenced Test and Norms Referenced Test)

मानदंड संदर्भित परीक्षण	मानक संदर्भित परीक्षण
1. ये परीक्षण पूर्व निर्धारित शिक्षण अधिगम उद्देश्यों पर आधारित होता है।	1. ये परीक्षण मानकों पर आधारित होता है।
2. इस परीक्षण द्वारा शैक्षिक पाठ्यक्रम के प्रभाव को मापा जाता है।	2. यह परीक्षण शैक्षिक उपलब्धि में व्यक्तिगत विभिन्नताओं के मापन हेतु प्रयोग में लाया जाता है।
3. इस परीक्षण में विद्यार्थियों की आपस में कोई प्रतियोगिता नहीं होती। वह अपने लक्ष्यों को प्राप्त करके स्वामित्व स्तर पर पहुँचने का प्रयास करता है।	3. इस परीक्षण द्वारा विद्यार्थियों में अंधी प्रतियोगिता व ईर्ष्यालु स्वभाव का जन्म होता है जिससे विद्यार्थी मानसिक संतुलन खो सकते हैं।
4. ये परीक्षण प्राप्तांक के विचलन को अधिक करने में सहायक नहीं होता।	4. ये परीक्षण प्राप्तांक के विचलन को और अधिक करने में सहायक सिद्ध होता है।

मानदंड संदर्भित परीक्षण	मानक संदर्भित परीक्षण
5. इस परीक्षण में प्राप्त परिणाम किसी अन्य समूह के परिणामों के मानकों पर निर्भर नहीं होते।	5. इस परीक्षण से प्राप्त विद्यार्थी के परिणाम विद्यालय, कक्षा, प्रांत आदि समूह के प्राप्त अंकों पर निर्भर होते हैं। इसी मूल्यांकन से कक्षा, विद्यालय या प्रांत में उसका स्थान तय किया जाता है।
6. इस परीक्षण का उपयोग विशिष्ट शैक्षिक उद्देश्य के संदर्भ में विद्यार्थियों की शैक्षिक क्षमता के मापन के लिए किया जाता है।	6. इसका शिक्षा, पाठ्यक्रम में सुधार एवं विद्यार्थियों के शैक्षिक विकास से कोई संबंध नहीं है।
7. विद्यार्थियों की उपलब्धियों की तुलना स्वामित्व स्तर की उपलब्धियों से की जाती है।	7. इस परीक्षण द्वारा विद्यार्थी की उपलब्धियों को उसकी कक्षा या समूह विशेष के अन्य विद्यार्थियों से तुलना की जाती है।
8. इस प्रकार के परीक्षण द्वारा विद्यार्थियों की आपसी तुलना कर अनुसंधानात्मक कार्य किए जाते हैं।	8. इस प्रकार के परीक्षण द्वारा विद्यार्थी विशेष को स्वामित्व स्तर पर पहुँचाने की कोशिश की जाती है।
9. यह परीक्षण प्राचीन काल से चली आ रही मापन परीक्षण प्रणाली को दर्शाता है।	9. इस परीक्षण द्वारा परीक्षण एवं मापन के क्षेत्र में एक नया अध्याय जुड़ा है।
10. इस प्रकार के परीक्षण में यह पहले से तय नहीं होता कि विद्यार्थियों से उनके निस्पत्ति स्तर में किस प्रकार की अपेक्षा की जाती है।	10. इस परीक्षण प्रक्रिया में यह पहले ही तय कर लिया जाता है कि विद्यार्थियों को उपलब्धियों के किस स्तर तक पहुँचना है।

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

गणित शिक्षक का व्यावसायिक विकास
[Professional Development of Mathematics Teachers]
गणित के अध्यापक के लिए सेवाकालीन कार्यक्रम
(Inservice Programme for Mathematics Teacher)

☛ **"गणित के शिक्षक का व्यावसायिक विकास" से आप क्या समझते हैं?**

अथवा

☛ **गणित शिक्षक के विभिन्न सेवाकालीन कार्यक्रमों की भूमिका की विवेचना कीजिए। [CBLU, 2018]**

अथवा

☛ **गणित शिक्षक की व्यावसायिक उन्नति के लिए सेवाकालीन कार्यक्रमों की विस्तार से चर्चा कीजिए। [MDU, 2018]**

उत्तर : गणित शिक्षक की व्यावसायिक वृद्धि (Professional Growth of Mathematics Teacher) : व्यावसायिक वृद्धि से अभिप्राय है किसी व्यक्ति विशेष का अपने व्यवसाय विशेष में विकास करना। शिक्षक की व्यावसायिक वृद्धि से अभिप्राय है शिक्षक का अपने शिक्षण तथा शैक्षिक उत्तरदायित्वों का निर्वहन भली-भांति और प्रभावपूर्ण ढंग से करने के लिए अपनी योग्यताओं, क्षमताओं तथा अभिक्षमताओं में वृद्धि एवं विकास करना। चूंकि शिक्षण एक कला भी है और विज्ञान भी, अतः गणित अध्यापक को अपने

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

व्यवसाय में निहित कला और विज्ञान को समझने और काम में लाने की विशेषज्ञता हासिल होनी चाहिए। उसे अपने विषय पर समुचित पकड़ होनी चाहिए तथा विद्यार्थियों को समझाने की समुचित योग्यता एवं कुशलता होनी चाहिए। गणित एक ऐसा विकासशील तथा निरन्तर वृद्धि करता हुआ विषय है जिसकी विषय-वस्तु के कलेवर में निरन्तर वृद्धि होती है। अतः गणित के अध्यापक को गणित विषय के नवीनतम ज्ञान व स्वरूप से परिचित होना अत्यंत आवश्यक है। गणित शिक्षण की विधियों एवं तकनीकों में भी परिवर्तन होते रहते हैं। अतः गणित अध्यापक को समय-समय पर गणित के क्षेत्र में होने वाले अनुसंधान तथा नवाचारों से परिचित तथा प्रशिक्षित होना आवश्यक है। इन प्रशिक्षणों के माध्यम से वह पूरे जोश और लगन के साथ गणित विषय का कुशल एवं प्रभावशाली शिक्षण करने से संबंधित गतिविधियों, कार्यक्रमों तथा क्रियाओं में महारथ हासिल कर सकता है।

गणित के अध्यापक के लिए व्यावसायिक वृद्धि संबंधी आवश्यकता
(Need of Professional Growth for Mathematics Teacher)

गणित के अध्यापक के लिए अपनी व्यावसायिक वृद्धि पर ध्यान देने की आवश्यकता निम्नलिखित कारणों से है–

1. अपने विषय से संबंधित नवीनतम ज्ञान और उसमें होने वाले निरन्तर विकास से अपने आपको परिचित करने के लिए व्यावसायिक वृद्धि आवश्यक है।
2. सकारात्मक दृष्टिकोण, अपेक्षित रुचि तथा विषयगत उचित अपेक्षाएं विकसित करने में।
3. विषय के शिक्षण संबंधी उचित एवं नवीनतम विधियों, तकनीकों, विधाओं, व्यूहरचनाओं, अनुसंधानों तथा नवाचारों से अपने आपको अवगत कराने तथा उनमें प्रशिक्षण प्राप्त करने के लिए।
4. गणित के प्रभावपूर्ण शिक्षण-अधिगम हेतु गणित की प्रयोगशाला, कम्प्यूटर तथा शैक्षिक तकनीकी लैब का प्रबंध करने के लिए।
5. विद्यार्थियों के साथ कार्य करने संबंधी अपेक्षित कुशलताओं को विकसित करने में।
6. आवश्यक अनुदेशनात्मक सामग्री तथा स्व-निर्मित उपकरणों के निर्माण तथा संबंधित कौशलों के विकास में।
7. गणित विषय के शिक्षण अधिगम में सहायक सह-पाठ्य तथा अनौपचारिक क्रियाओं के संगठन में सहायक आवश्यक योग्यताओं तथा कौशलों के अर्जन में।
8. विद्यार्थियों की गणित विषय के प्रति नकारात्मक छवि तथा अनावश्यक भय को दूर करने हेतु आवश्यक दक्षता अर्जित करने में।
9. गणित विषय का सह-संबंध बालकों के दैनिक जीवन तथा विद्यालय के अन्य विषयों से स्थापित करने संबंधी दक्षता अर्जित करने में।
10. विद्यार्थियों को गणित के इतिहास तथा गणितज्ञों के योगदान से परिचित करके, गणित के अध्ययन तथा अनुसंधानों में अपेक्षित रुचि उत्पन्न करने के लिए।
11. गणित विषय के अधिगम तथा उपलब्धियों के संदर्भ में विद्यार्थियों की क्षमताओं, अक्षमताओं एवं समस्याओं के विषय में जानकर, आवश्यक मार्ग दर्शन तथा उपचारात्मक कदम उठाने हेतु आवश्यक जानकारी तथा कौशल अर्जित करने में।
12. गणित के पाठ्यक्रम के उत्तरोत्तर विकास, गणित की पुस्तकों की समीक्षा एवं विकास, अधिगम में सूचना एवं संप्रेषण तकनीकी (ICT) का उपयोग करने के लिए व्यावसायिक वृद्धि आवश्यक है।
13. गणित संबंधी अधिगम तथा उपलब्धियों के मूल्यांकन हेतु उचित तकनीकों का प्रयोग, गणित की शिक्षा से संबंधित कार्यों एवं परिस्थितियों में अपेक्षित सुधार लाने के लिए व्यावसायिक वृद्धि कार्यक्रमों की आवश्यकता है।

गणित के अध्यापक की व्यावसायिक वृद्धि हेतु किये जाने वाले कार्य
(Activities Related with professional growth of the mathematics Teacher)

गणित के अध्यापक की व्यावसायिक वृद्धि हेतु किए जाने वाले प्रयत्नों को मुख्य रूप से दो भागों में बांटकर समझा जा सकता है–

1. सेवाकालीन प्रशिक्षण कार्यक्रमों का आयोजन
2. व्यावसायिक वृद्धि हेतु अध्यापक द्वारा किये जाने वाले स्वयं के प्रयत्न।

उपरोक्त दोनों प्रयत्न निम्नलिखित गतिविधियों या कार्यक्रमों के माध्यम से किये जा सकते हैं–

1. विद्यालय कार्यक्रम
(School Programes)

निम्नलिखित कार्यक्रमों के माध्यम से अध्यापक की व्यावसायिक वृद्धि में अपेक्षित सहयोग मिल सकता है–

(i) गणित प्रदर्शनी, मेले, सैर, भ्रमण तथा गणित क्लब द्वारा आयोजित गतिविधियों, गणित संबंधी मनोरंजन क्रियाओं तथा अन्य पाठ्य सहगामी क्रियाओं के आयोजन में भाग लेना।

(ii) अपने वरिष्ठ साथियों या अतिथि अध्यापकों द्वारा दिए गए प्रदर्शन पाठों, कक्षा-कक्ष शिक्षण, गणित प्रयोगशाला में किये जाने वाले प्रायोगिक कार्यों का निरीक्षण तथा अवलोकन करना।

(iii) गणित के शिक्षण अधिगम में सहायक उपयोगी अनुदेशनात्मक सामग्री तथा स्व-निर्मित उपकरणों का निर्माण करना तथा विद्यार्थियों को भी इस कार्य के लिए प्रोत्साहित करना।

(iv) गणित विषय पर आधारित विस्तार व्याख्यानों के आयोजन में सहायता करना तथा उन्हें सुनने व स्वयं भी व्याख्यान देने में रुचि दिखाना।

(v) गणित संबंधी प्रोजेक्टरों के संपादन में क्रियात्मक रूप से भाग लेना तथा प्रोजेक्टर तैयार करने में विद्यार्थियों को उपयुक्त सहायता करना।

(vi) गणित विषय में प्रभावपूर्णता एवं सुधार लाने हेतु विद्यालय में समय-समय पर आयोजित सेमिनार, चर्चाओं तथा कार्यशालाओं में प्रतिभागी दर्शक तथा आयोजकों के रूप में भाग लेना।

(vii) अपने कक्षा शिक्षण और व्यावसायिक कार्यों में गुणवत्ता व सुधार लाने के लिए अनुभवी अध्यापकों, विशेषज्ञों से समय-समय पर आवश्यकतानुसार उचित परामर्श लेना।

2. सेमिनार तथा कार्यशालाएं
(Seminars and Workshops)

सेमिनार तथा कार्यशालाएं गणित अध्यापक की व्यावसायिक वृद्धि में अत्यंत उपयोगी होती हैं। गणित अध्यापक को विद्यालय में होने वाली सेमिनार व कार्यशालाओं के अतिरिक्त विद्यालय से बाहर आयोजित होने वाली सेमिनार व कार्यशालाओं में भाग लेने का प्रयास करना चाहिए। इनका आयोजन विश्वविद्यालयों, राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषदों (SCERT) राज्य शिक्षा संस्थान, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् (NCERT) तथा गणित शिक्षक संघों (Mathematics Teachers Associations) द्वारा होता रहता है। इन सेमिनार तथा कार्यशालाओं में शैक्षिक उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए उपयोगी विचारों का प्रस्तुतीकरण व विचार-मंथन होता है। इनमें सेमिनारों व कार्यशालाओं में निम्न प्रकार के विषयों पर चर्चा होती है–

(i) विभिन्न स्तरों पर गणित शिक्षण हेतु अनुदेशनात्मक सामग्री युक्त पैकेजों का निर्माण।

(ii) गणित के पाठ्यक्रम की समीक्षा और उसका विकास।

(iii) विद्यालय में गणित प्रयोगशाला की स्थापना और उसका प्रभावी ढंग से उपयोग।

(iv) गणित शिक्षण हेतु उपयुक्त शिक्षण साधनों, दृश्य-श्रव्य साधनों तथा स्व-निर्मित उपकरणों का निर्माण।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

(v) गणित शिक्षण में नवाचार और उनका प्रभावपूर्ण उपयोग।

3. रिफ्रेशर कोर्स तथा ग्रीष्मकालीन शिविर
(Refresher Courses and Summer Camp)

अपनी व्यावसायिक वृद्धि के लिए गणित अध्यापकों को राज्य एवं केन्द्र सरकारों द्वारा आयोजित शिविरों, एस.सी.ई.आर.टी., एन.सी.ई.आर.टी. आदि के तत्वाधान में आयोजित रिफ्रेशर कोर्स तथा ग्रीष्मकालीन शिविरों में भाग लेते रहना चाहिए। इन शिविरों में मास्टर ट्रेनर (M.T.) द्वारा इस प्रकार का शिक्षण अधिगम वातावरण प्रदान किया जाता है जिसमें गणित शिक्षण तथा विषय-वस्तु को नवीनतम एवं प्रभावशाली बनाने में समुचित मदद मिल सके।

4. सेवाकालीन प्रशिक्षण कार्यक्रम
(Inservice Training Programes)

गणित अध्यापकों को व्यावसायिक वृद्धि हेतु सेवाकालीन प्रशिक्षण कार्यक्रमों एस.सी.ई.आर.टी., एन.सी.ई.आर.टी., राज्य शिक्षा संस्थानों, शिक्षा महाविद्यालयों की विस्तार सेवाओं तथा राज्य और केन्द्रीय सरकारों द्वारा आयोजित सेवाकालीन प्रशिक्षण कार्यक्रमों में भाग लेते रहना चाहिए। वे इन कार्यक्रमों में भाग लेकर गणित शिक्षण संबंधी विभिन्न प्रकार के ज्ञान तथा कौशलों का अर्जन कर सकते हैं। इन कार्यक्रमों के माध्यम से गणित अध्यापक मैथेमेटिक्स किट का उपयोग, गणित क्लब का गठन, दृश्य-श्रव्य सहायक सामग्री का विकास, स्वनिर्मित उपकरणों का निर्माण तथा प्रयोग करना सीख सकते हैं। इन कार्यक्रमों में विशिष्ट बालकों जैसे प्रतिभाशाली, सृजनात्मक बालक, पिछड़े बालक, मंदगति अधिगमकर्ता, अक्षम बालकों का समायोजन करना सिखाया जाता है।

5. उच्च शिक्षा प्राप्ति
(Getting Higher Education)

गणित अध्यापक को व्यावसायिक वृद्धि के लिए अपने विषय विशेष तथा शिक्षा शास्त्र में आगे की उच्च शिक्षा प्राप्त करते रहना चाहिए। जो गणित अध्यापक गणित में स्नातक नहीं है उन्हें स्नातक होने के लिए, जो स्नातक हैं उन्हें स्नातकोत्तर डिग्री लेने के लिए प्रयत्न करने चाहिए। इससे वे अपने गणित ज्ञान को नवीनतम बनाये रखने में समर्थ रहेंगे। इसी प्रकार डी. एड. अध्यांपकों को बी.एड. तथा जो बी.एड. हैं उन्हें एम.एड. या पी.एच.डी. की डिग्री लेकर अपनी व्यावसायिक वृद्धि करनी चाहिए।

6. व्यावसायिक लेखन
(Professional Writings)

व्यावसायिक लेखन द्वारा गणित अध्यापक अपनी व्यावसायिक वृद्धि कर सकता है। गणित का एक अध्यापक गणित क्लब तथा अन्य बाहर छपने वाली गणित पत्रिकाओं, जर्नल आदि में अपने व्यावसायिक अनुभवों, कक्षा-कक्ष शिक्षण तथा अनुसंधानों आदि के विषय में लिखकर अपने विचार एवं अनुभवों को दूसरों को बांट सकता है तथा अपने संप्रेषण कौशल में निखार ला सकता है। अन्य अनुभवी व्यक्तियों के साथ भी वह अपने विचारों को आदान-प्रदान करने, उनके लिखे लेखों तथा शोधपत्रों को अपनी व्यावसायिक वृद्धि का जरिया बना सकता है।

7. प्रयोगीकरण एवं क्रियात्मक अनुसंधान
(Experimentation and Action Research)

गणित अध्यापक को अपनी व्यावसायिक वृद्धि के लिए गणित की प्रयोगशाला के उचित संगठन पर विशेष ध्यान देना चाहिए। उसे स्वयं के प्रयोग प्रदर्शन कौशल में वृद्धि करके छात्रों को भी अभिप्रेरणा तथा उचित नेतृत्व प्रदान करना चाहिए। गणित अध्यापकों की व्यावसायिक वृद्धि में अनुसंधानात्मक कार्यों का भी

समुचित योगदान रहता है। क्रियात्मक अनुसंधान में आवश्यक मार्गदर्शन प्राप्त करने के लिए अध्यापक को अनुसंधान विशेषज्ञों तथा अनुभवी अध्यापकों का मार्गदर्शन प्राप्त करने का प्रयास करना चाहिए जिससे उसके अनुसंधान कार्यों को उचित दिशा और बल प्राप्त हो सके और वह इन अनुसंधानों का प्रयोग अपने शिक्षण कार्यों में करके उसे सफल बना सके।

8. गणित अध्यापक अध्ययन समूह
(Mathematics Teachers Study Groups)

अध्ययन समूहों के माध्यम से गणित अध्यापक विचार विनिमय कर सकते हैं तथा अनुभवों को आपस में बांटकर तथा नवाचारों, प्रयोगों एवं अनुसंधान के परिणामों पर चर्चा कर सकते हैं। एक ही विद्यालय, शहर, जिला या प्रांत के विद्यालयों में कार्य करने वाले गणित के अध्यापकों को अध्ययन समूहों का निर्माण करके अपने-अपने विद्यालयों की गणित शिक्षण संबंधी विभिन्न समस्याओं पर आपस में चर्चा करके, एक-दूसरे के अनुभवों का लाभ उठाकर अपनी शिक्षण कला में निखार लाना चाहिए। वे इन अध्ययन समूहों की बैठक साप्ताहिक, पाक्षिक अथवा मासिक कर सकते हैं या 'ऑन लाइन' (On line) एक-दूसरे के संपर्क में रह सकते हैं।

10. गणित अनुदेशनात्मक सामग्री
(Mathematics Instructional Material)

गणित की अनुदेशनात्मक सामग्री जैसे दृश्य-श्रव्य सहायक सामग्री, प्रयोगशाला से संबंधित उपकरण और गणित किट्स आदि को कई अन्य स्थानों जैसे—अध्यापक प्रशिक्षण संस्थानों एस.सी.ई.आर.टी., एन.सी.ई.आर.टी. राज्य शिक्षा संस्थानों तथा कई विदेशी दूतावास आदि से उपलब्ध किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त इन्हें व्यापारिक संस्थानों तथा बाजारों से भी क्रय किया जा सकता है।

अध्यापक संघ, जर्नल तथा अन्य सामग्री की गणित शिक्षण में भूमिका
(Role of Mathematics Teachers Association, Journals and Other Resource Material In Mathematics Education)

☛ अध्यापक संघ तथा व्यावसायिक संगठन के बारे में आप क्या जानते हैं?

अथवा

☛ गणित शिक्षण में गणित अध्यापक संघों एवं अन्य संसाधन सामग्री की भूमिका पर प्रकाश डालिए।

[CRSU, 2018]

उत्तर : व्यावसायिक संगठन तथा अध्यापक संघों के द्वारा समय-समय पर विद्यालय पाठ्यक्रम से संबंधित विषयों पर वार्ताएं, सेमिनार, कार्यशाला, समूह परिचर्चा तथा सम्मेलनों का आयोजन किया जाता है। इनमें गणित के नवीनतम ज्ञान और शिक्षण विधियों से परिचित कराया जाता है। प्रायोगिक कार्य, अनुसंधानों तथा नवाचारों को प्रोत्साहित करके तथा अध्यापन व्यवसाय से जुड़े हुए संघ के सदस्यों एवं अन्य अध्यापकों की सामान्य व विशिष्ट आवश्यकताओं की पूर्ति इन संगठनों तथा संघ के माध्यम से की जाती है। ये संगठन समस्त कार्यवाहियों तथा नवीनतम विचारों को न्यूज बुलेटिन तथा जर्नल में प्रकाशित करते हैं जिनके माध्यम से अध्यापकों को अपनी व्यावसायिक वृद्धि में बहुत सहायता मिलती है।

गणित के शिक्षण अधिगम तथा गणित अध्यापकों की व्यावसायिक वृद्धि सें जुड़े कुछ महत्त्वपूर्ण व्यावसायिक संगठनों एवं संघों की सूची इस प्रकार है—

1. ऑल इंडिया सेकेन्डरी टीचर्स एसोसिएशन (दिल्ली)
2. नेशनल एसोसिएशन ऑफ टीचर्स एजुकेशन (दिल्ली)
3. एसोसिएशन फॉर वुमेन इन मैथेमेटिक्स यू.एस.ए. (मैन वेन आलसोवाइन)
   वेबसाइट http : // www.awm.math.org.

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

4. अमेरिकन मैथेमेटिकल सोसायटी (AMS) यू.एस.ए.
5. एसोसिएशन ऑफ मैथेमेटिक्स एजुकेटर्स, सिंगापुर
6. वर्ल्ड फेडरेशन ऑफ नेशनल मैथेमेटिक्स कम्पीटिशन ऑस्ट्रेलिया
7. देहली एसोसिएशन ऑफ मैथेमेटिक्स टीचर्स (दिल्ली)
8. द मैथेमेटिकल एसोसिएशन ऑफ अमेरिका (MAA) यू.एस.ए.
9. मैथेमेटिकल एसोसिएशन, लंदन
10. स्कूल साइन्स एंड मैथेमेटिक्स एसोसिएशन, यू.एस.ए.
11. अमेरिकन मैथेमेटिकल सोसायटी, यू.एस.ए.

राष्ट्रीय एवं राज्य स्तरीय गणित संस्थान
(National and State Level Institutions of Mathematics)

राष्ट्रीय एवं राज्य स्तरीय गणित संस्थानों के माध्यम से गणित अध्यापक व्यावसायिक वृद्धि कर सकता है। ये संस्थान दो प्रकार के होते हैं—एक वे जिनका संबंध विद्यालय शिक्षा तथा अध्यापक शिक्षा के प्रयत्नों में प्रशिक्षण अनुसंधान तथा सुधार के कार्यों से जुड़ा रहता है तथा दूसरे वे हैं जो गणित के अध्ययन, अनुसंधान तथा अनुप्रयोगों के माध्यम से गणित के क्षेत्र में विशेष उपलब्धियां अर्जित करते हैं।

नीचे कुछ संस्थान हैं जो सामान्य रूप से शिक्षा के विकास तथा विशेष रूप से गणित शिक्षा की आवश्यकता को पूरा कर रहे हैं :

1. राष्ट्रीय स्तर पर एन.सी.ई.आर.टी. (NCERT)
2. राज्य स्तर पर एस.सी.ई.आर.टी. (SCERT)
3. राज्य के शिक्षण महाविद्यालयों में सक्रिय विस्तार सेवा विभाग
4. क्षेत्रीय स्तर पर कार्यरत विज्ञान, गणित, टेक्नोलोजी तथा शिक्षा संस्थाएं जैसे—दिल्ली, कानपुर, मुम्बई, चेन्नई में स्थापित (IITS) क्षेत्रीय इंजीनियरिंग महाविद्यालय तथा क्षेत्रीय महाविद्यालय।

जो विशेष संस्थान गणित की विषय-वस्तु तथा अनुप्रयोगों से विशेष रूप से जुड़े हैं निम्नलिखित हैं—

1. इंस्टीट्यूट ऑफ मैथेमेटिक्स एंड एप्लीकेशन, आंध्र, भुवनेशवर-751003 इंडिया
2. चेन्नई मैथेमेटिक्स इंस्टीट्यूट
3. इंडियन इंस्टीट्यूट ऑफ सर्वेइंग एंड मेपिंग, हैदराबाद
4. नेशनल इंस्टीट्यूट ऑफ मैथेमेटिक्स, नाल्लाकुंडा, हैदराबाद
5. नेशनल बोर्ड फॉर हायर मैथेमेटिक्स (गणित ओलम्पियाड आयोजित करने के लिए प्रसिद्ध)।

उपरोक्त वर्णित संसाधनों एवं कार्यकलापों के अतिरिक्त कुछ और भी कार्यों एवं गतिविधियों के माध्यम से भी गणित शिक्षकों की व्यावसायिक वृद्धि हो सकती है।

- शैक्षिक भ्रमण
- गणित शिक्षा से संबंधित रेडियो प्रसारण सुनना, दूरदर्शन कार्यक्रम तथा अन्य चलचित्र आदि देखना।
- गणित शिक्षा में होने वाले नए प्रयोग एवं नवीन विचारधारा से संबंधित सूचनाओं से अवगत होना।
- क्षेत्रीय, राष्ट्रीय एवं अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर अध्यापक आदान-प्रदान कार्यक्रम।
- राज्य सरकार एवं केन्द्र सरकार के नवीन प्रस्तावों एवं नई योजनाओं से परिचित होना जैसे—राष्ट्रीय विज्ञान प्रतिभा खोज योजना, राज्य स्तर, राष्ट्रीय स्तर तथा अन्तर्राष्ट्रीय स्तर पर आयोजित होने वाले गणित ओलम्पियाड कार्यक्रम आदि।

☛ गणित की पत्रिकाओं एवं जर्नल पर टिप्पणी लिखिए।
(Write a note on Mathematics Magazine and Journals)

उत्तर : एक गणित अध्यापक को अपनी व्यावसायिक वृद्धि के लिए गणित से संबंधित मैगजीन्स व जर्नलों का अध्ययन करते रहना चाहिए। इन मैगजीन्स व जर्नलों में गणित की विषय-वस्तु, शिक्षण विधि तथा शिक्षण व्यवहार से संबंधित कई जानकारियां प्राप्त होती हैं। हमारे देश तथा विदेशों से प्रकाशित मुख्य मैगजीन् तथा जर्नलों की सूची इस प्रकार है—

भारत में प्रकाशित कुछ महत्त्वपूर्ण गणित-जर्नल एवं पत्रिकाएं

1. द मैथेमेटिक्स एजूकेशन (गणित शिक्षा एवं अनुसंधान के लिए समर्पित एक त्रैमासिक जर्नल)
   पता—द मैथेमेटिक्स एजूकेशन, निराला नगर, पो.ओ. सिवान (बिहार), 841226, भारत (India)
2. द मैथेमेटिक्स टीचर : (त्रैमासिक) : द एसोसिएशन ऑफ मैथेमेटिक्स टीचर ऑफ इंडिया (AMTI) सीटू (SITU) कालोनी तमिलनाडु-28 द्वारा प्रकाशित
3. मैथेमेटिक्स एजुकेशन (यू.जी.सी. द्वारा अनुमोदित एक त्रैमासिक जर्नल)
   पता—न्यू एज इंटरनेशनल लिमिटेड, 4835/24 अंसारी रोड़, दरियागंज, नई दिल्ली-110002, भारत (India)
4. इंडियन जर्नल ऑफ मैथेमेटिक्स एजुकेशन (त्रैमासिक)—देहली गणित अध्यापक संघ का ऑफीशियल जर्नल
   प्राप्ति स्थान—दिल्ली अध्यापक संघ, A-24, डेरावाल नगर, दिल्ली-110009
5. जूनियर मैथेमेटिक्स (वर्ष में तीन बार) : द एसोसिएशन ऑफ मैथेमेटिक्स टीचर ऑफ इंडिया, तमिलनाडु द्वारा प्रकाशित
6. सूत्र (Sutra) : गणितीय विज्ञान शिक्षा का अन्तर्राष्ट्रीय जर्नल
   टेक्नोमैथेटिक्स रिसर्च फाउन्डेशन, इंडिया द्वारा प्रकाशित
7. इंडियन जर्नल ऑफ मैथेमेटिक्स टीचिंग (अर्धवार्षिक)
   पता—एसोसिएशन फॉर इम्प्रूवमेंट ऑफ मैथेमेटिक्स टीचिंग
   जगद्बंधु इन्स्टीट्यूशन, फर्न रोड़ कोलकाता—700019, भारत (India)

विदेशों में प्रकाशित कुछ महत्त्वपूर्ण गणित जर्नल एवं पत्रिकाएं

1. फोकस ऑन लर्निंग प्रोब्लम्स इन मैथेमेटिक्स (त्रैमासिक)
   पता—सेन्टर फॉर टीचिंग/लर्निंग ऑफ मैथेमेटिक्स, पो. बॉक्स 3149 फ्रेमिंगहाम, एम.ए. 01701, यू.एस.ए.
2. जर्नल ऑफ कम्प्यूटर्स इन मैथेमेटिक्स एंड साइस टीचिंग (त्रैमासिक)
   पता—एसोसिएशन फार द एडवान्समेंट ऑफ कम्प्यूटिंग इन एजेकेशन पो. बॉक्स 2966, चार्लोटेसिविले (Charlottesville), V A 22902 U.S.A.
3. दी जर्नल ऑफ मैथेमेटिक्स बिहेवियर (त्रैमासिक)
   पता—अलबेक्स (Albex) पब्लिशिंग कॉरपोरेशन, 55 ओल्ड पोस्ट रोड़ नं. 2, ग्रीनविच, सी.टी. (CT) 06836-5297 U.S.A.
4. हिरोशिमा जर्नल ऑफ मैथेमेटिक्स एजुकेशन (वार्षिक)
   पता—हिरोशिमा यूनिवर्सिटी, डिपार्टमेंट ऑफ मैथेमेटिक्स एजुकेशन, कागामियामा हिगाशी हिरोशिमा, हिरोशिमा 739, जापान
5. अमेरिकन मैथेमेटिक्स मन्थली : मैथेमेटिकल एसोसिएशन ऑफ अमेरिका का ऑफिशियल प्रकाशन
   पता—एम.ए. ए. मैथेमेटिकल एसोसिएशन ऑफ अमेरिका सर्विस सेंटर पो. बॉक्स 91112, वाशिंगटन डी.सी. 20090-1112, यू.एस.ए.

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008
Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

6. इंटरनेशनल जरनल ऑफ कम्प्यूटर्स फार मैथेमेटिकल लर्निंग
पता—क्लुवर एकेडेमिक पब्लिशर्स ग्रुप, पो. बॉक्स 322, NL-3300, ए.एच. डोरड्रूश्ट नीदरलैंड
7. ऑस्ट्रेलियन मैथेमेटिक्स टीचर (अर्द्धवार्षिक)
पता—ऑस्ट्रेलियन एसोसिएशन मैथेमेटिक्स टीचर, पो. बॉक्स 1729, एडीलेड (Adelaide) एस.ए. 5001, ऑस्ट्रेलिया।
8. जर्नल ऑफ रिक्रिएशनल मैथेमेटिक्स
पता—बे बुड (Bay Wood) पब्लिशिंग, पो. बॉक्स 337, एमिटीविले न्यूयॉर्क 11701, U.S.A.
9. जर्नल फॉर रिसर्च इन मैथेमेटिक्स इन एजुकेशन (वर्ष में पांच बार)
पता—नेशनल काउन्सिल ऑफ टीचर्स ऑफ मैथेमेटिक्स 1906, एसोसिएशन ड्राइव, रेस्टन, वी. ए. 22091-1539 U.S.A.
10. मैथेमेटिक्स इन एजुकेशन एंड रिसर्च (त्रैमासिक)
पता—स्प्रिंगर न्यूयार्क, इन्को, 333 मीडोलैंड पार्क वे सीकासस (Secaucus) एन वाई, 07096, यू.एस.ए.
11. दी मैथेमेटिकल गजट (वर्ष में तीन बार)
पता—मैथेमेटिकल एसोसिएशन, 259 लन्दन रोड, लोकेस्टर एल. ई. 23 बी.ई., यू.के.
12. द मैथेमेटिक्स एजूकेटर (अर्द्धवार्षिक)
पता—एसोसिएशन ऑफ मैथेमेटिक्स एजूकेटर्स C/o नेशनल इंस्टीट्यूट ऑफ एजूकेशन नानयांग, टेक्नोलोजिकल यूनीवर्सिटी, 469 बुकिट टिमाह (Bukit Timah) रोड़, सिंगापुर, 259756, सिंगापुर
13. पाइथागोरस (प्रीटोरिया) (वर्ष में तीन बार)
पता—मैथेमेटिकल एसोसिएशन ऑफ सदर्न अफ्रीका (एम.ए., एस.ए.), पो. बॉक्स 12833 सेन्ट्राहिल, साउथ अफ्रीका।

व्यावसायिक वृद्धि संबंधी अन्य उपयोगी जर्नल

1. ब्रिटिश जर्नल ऑफ एजूकेशन टेक्नोलोजी (त्रैमासिक)
पता—नेशनल काउन्सिल फॉन एजुकेशनल टेक्नोलोजी, 3, डेवनशायर स्ट्रीट, लंदन WIN 2 BA यू.के.
2. ब्रिटिश जर्नल ऑफ एजूकेशनल साइकोलोजी (वर्ष में तीन बार)
पता—एप्सोलोन (Epsilon) प्रेस डिस्ट्रीब्यूशन सेन्टर बुक रिव्यूस ब्लैक हॉर्स रोड़, लेचबर्थ हर्ट्स, SG6 HN, यू.के.
3. जर्नल ऑफ एजूकेशन साइकोलोजी (त्रैमासिक)
पता—अमेरिकन साइकोलोजी एसोसिएशन, 750 First street, NE वाशिंगटन, डी.सी. 2002-4242 यू.एस.ए.।
4. ब्रिटिश एजूकेशनल रिसर्च जर्नल (वर्ष में पांच बार)
पता—कारफेक्स (Carfex) पब्लिशिंग क., पो. बॉक्स 25, एबिंगडन ऑक्सफोर्डशायर, ओ. एक्स 1430 E, यू.के.।

सेमीनार, कार्यशाला तथा वाद-विवाद के द्वारा व्यावसायिक वृद्धि
(Professional Growth through Participation in Conference, Work-Shop and Conference)

☛ **गणित के शिक्षक का व्यावसायिक विकास करने में सेमिनार, कार्यशाला एवं वाद-विवाद आदि की भूमिका पर टिप्पणी लिखिए।**

उत्तर : सेमिनार (Conference) : सेमीनार में भाग लेने वाले व्यक्तियों को वक्ता कहते हैं। प्रकरण के विभिन्न पक्षों के सम्बन्ध में अलग-अलग वक्ता प्रपत्र तैयार कर सकते हैं। सेमीनार का प्रकरण पूर्व नियोजित होता है। सामान्यतया कुछ संस्थानों में उच्च स्तर पर प्रति सप्ताह पाठ्यक्रम के विभिन्न प्रकरणों पर सेमीनार आयोजित की जाती है। सेमीनार के प्रारम्भ होते ही अध्यक्ष का चयन किया जाता है, संचालन का उत्तरदायित्व उसका ही होता है। प्रायः वक्ता अपने प्रपत्र की प्रतिलिपियाँ कराकर सेमीनार के प्रारम्भ में उनका वितरण कर देते हैं। इसके पश्चात् अध्यक्ष वाद-विवाद की व्यवस्था करता है। वाद-विवाद के अन्त में अध्यक्ष प्रकरण के सम्बन्ध में विभिन्न वक्ताओं द्वारा प्रस्तुत किये गये विचारों का संक्षेपीकरण प्रस्तुत करता है और भागीदारों के सहयोग के लिए आभार प्रदर्शित करता है और धन्यवाद देता है। इसके माध्यम से प्रजातांत्रिक मूल्यों का विकास संभव है। साथ ही सदस्यों में आलोचनात्मक चिंतन एवं तर्क क्षमता का विकास होता है। भागीदारों में वाचक कौशल व क्षमता का विकास होता है।

कार्य गोष्ठियाँ/कार्यशाला (Work-Shop) : अधिकांश अनुदेशन प्रविधियों द्वारा सैद्धान्तिक ज्ञान का विकास किया जाता है। व्यावहारिक ज्ञान प्रदान करने के लिए प्रशिक्षण प्रदान किया जाता है, जिससे कि छात्रों में क्रियात्मक पक्ष का विकास किया जा सके। इसके लिए कार्यशाला प्रविधि का प्रयोग करना अत्यंत महत्त्वपूर्ण है। इस विधि के प्रयोग द्वारा कुछ कार्य हाथ से करने के लिए प्रशिक्षण दिया जाता है। कार्यशाला एक ऐसी शिक्षण प्रविधि है जिसमें शिक्षक शिक्षण की समस्याओं पर न केवल विचार-विमर्श करते हैं, अपितु सामूहिक रूप से रचनात्मक कार्य भी करते हैं। कार्यशाला शैक्षिक समस्याओं के समाधान ज्ञात करने का एक सामूहिक प्रायोगिक प्रयास है। इसमें पहले समस्या के बारे में सैद्धान्तिक ज्ञान दिया जाता है, तत्पश्चात् संभागियों के द्वारा प्रायोगिक कार्य किया जाता है। संभागियों द्वारा आपस में विचार विमर्श किया जाता है। इसमें उपस्थित विशेषज्ञ भी संभागियों के प्रायोगिक कार्य में अपने सुझाव देते हैं। इस प्रकार इस प्रविधि में छात्रों में सैद्धान्तिक ज्ञान के साथ-साथ प्रायोगिक कार्य करने के कौशल का विकास भी होता है, जिससे उन्हें व्यावहारिक ज्ञान भी प्राप्त होता है।

डॉ. पी. सिंह के अनुसार, "कार्यशाला आमने-सामने का ऐसा प्राथमिक समूह है जिसमें सामाजिक अन्तःक्रिया अधिक नजदीक तथा प्रत्यक्ष होती है और सदस्यों पर अधिक सामाजिक नियन्त्रण रखती है।"
("A workshop is a face to face primary group in which social interaction is more intimate and direct influencing social control over the individuals.")

वाद-विवाद (Debate) : यह विचार-विमर्श की ऐसी योजना है जिसका प्रयोग तब होता है जब सभी वक्ताओं को चुन लिया जाता है व उनको विषय के विभिन्न पक्षों पर तैयार होकर आने के लिए कह दिया जाता है। प्रत्येक वक्ता अपने विचार अभिव्यक्त करता है तथा अन्य वक्ता उसके विचारों को सुनते हैं। इसमें एक शिक्षक अथवा मुख्याध्यापक अध्यक्षता करता है।

अनेक विषय एवं समस्याएँ ऐसी हैं जो विवादास्पद हैं। उदाहरणार्थ "क्या भारत में जनाधिक्य है?" यह एक ऐसा विषय है जिस पर विचार पक्ष व विपक्ष में आमंत्रित किए जा सकते हैं। यह भी विचार-विमर्श का एक तरीका है। इसमें कुछ लोगों को विचार के पक्ष में तथा कुछ लोगों को विचार के विपक्ष में बोलने के लिए आमन्त्रित किया जाता है। अध्यक्ष एवं संयोजक वाद-विवाद को संचालित करने हेतु सम्मुख बैठते हैं।

प्रमुख शिक्षक डिबेट की अध्यक्षता करते हैं। संयोजक बारी-बारी से पक्ष एवं विपक्ष के लोगों को विचार अभिव्यक्ति हेतु कहते हैं। अन्त में अध्यक्ष वाद-विवाद पर अपने विचार प्रस्तुत कर मूल्यांकन करता है। अध्यक्ष लोगों को इस विवादास्पद विषय पर अपने विचारों से अवगत कराता है।

व्यावसायिक उपयोगिता (Professional Importance) : सेमिनार, वाद-विवाद तथा कार्यशालाएं गणित अध्यापक की व्यावसायिक वृद्धि में अत्यंत उपयोगी होती हैं। गणित अध्यापक को विद्यालय में होने वाली सेमिनार व कार्यशालाओं के अतिरिक्त विद्यालय से बाहर आयोजित होने वाली सेमिनार व कार्यशालाओं में भाग लेने का प्रयास करना चाहिए। इनका आयोजन विश्वविद्यालयों, राज्य शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषदों (SCERT) राज्य शिक्षा संस्थान, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान एवं प्रशिक्षण परिषद् (NCERT) तथा गणित शिक्षक संघों (Mathematics Teachers Associations) द्वारा होता रहता है।

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020

www.bmdeducation.org

इन सेमिनार तथा कार्यशालाओं में शैक्षिक उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए उपयोगी विचारों का प्रस्तुतीकरण व विचार-मंथन होता है। इनमें सेमिनारों व कार्यशालाओं में निम्न प्रकार के विषयों पर चर्चा होती है–

(i) विभिन्न स्तरों पर गणित शिक्षण हेतु अनुदेशनात्मक सामग्री युक्त पैकेजों का निर्माण।

(ii) गणित के पाठ्यक्रम की समीक्षा और उसका विकास।

(iii) विद्यालय में गणित प्रयोगशाला की स्थापना और उसका प्रभावी ढंग से उपयोग।

(iv) गणित शिक्षण हेतु उपयुक्त शिक्षण साधनों, दृश्य-श्रव्य साधनों तथा स्व-निर्मित उपकरणों का निर्माण।

(v) गणित शिक्षण में नवाचार और उनका प्रभावपूर्ण उपयोग।

BMD COLLEGE OF EDUCATION
LEARN. BELIEVE. ACHIEVE
EST. 2008

Baba Mohan Das College of Education, Rewari , Haryana (123401) | Ph. 7206205020